

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DE CONSTRUCȚII BUCUREȘTI

# Contribuții la studiul comportării pământurilor grosiere sub solicitări statice și dinamice utilizând modelul mediului discret

---

Teză de doctorat

**Autor: Ing. Adrian Priceputu, M.Sc.**

**Conducător Științific: Prof. Dr. Ing. Nicoleta Rădulescu**

26/02/2015





*The real goal of physics is to come up with an equation that could explain the universe but still be small enough to fit on a T-shirt*

Leon Lederman

## **REZUMAT**

Ingineria geotehnică reprezintă o ramură relativ nouă a ingineriei civile, deși aplicațiile cărora i se adresează sunt dintre cele mai vechi. Cu toate acestea, complexitatea comportamentului mecanic al pământurilor, dar mai ales cea a interacțiunii dintre terenul de fundare și structura ce trimite încărcările către acesta, sunt dintre cele mai dificile fenomene de descris matematic. Numeroase încercări au fost realizate de-a lungul timpului, începând de la metode empirice de calcul, valabile încă și astăzi pentru anumite aplicații sau atunci când nu avem suficiente informații despre cazul de studiat, până la metodele numerice de diverse complexități.

Odată cu apariția calculatoarelor și cu dezvoltarea puterii de calcul, inginerii din domeniu au căutat să descrie cât mai fidel, utilizând diverse ipoteze simplificatoare, comportamentul pământului sub încărcări exterioare. Astfel că s-au dezvoltat metode numerice precum metoda elementelor finite, sau metoda diferențelor finite, care, împreună cu diverse modele constitutive aplicabile materialului de analizat, poate să ofere rezultate destul de apropiate de realitate. Cu toate acestea, una din caracteristicile pământului este natura discretă a acestuia, din ce în ce mai pronunțată cu creșterea dimensiunilor granulelor. Astfel, metoda elementului discret (MED) implică ipoteze deficitare și parametri greu de estimat și controlat în anumite situații.

Cercetărilor prezentate în continuare au avut ca scop crearea unui program de modelare numerică ce poate fi utilizat în studiul comportării materialelor granulare. Pentru atingerea obiectului propus s-au parcurs următoarele etape:

- studiu bibliografic pentru familiarizarea cu gradul cunoașterii internaționale în domeniul studiat;
- realizarea programului de modelare numerică;
- construirea unor modele fizice și numerice pentru validarea programului și compararea rezultatelor obținute cu alte programe asemănătoare;
- propunerea unor aplicații practice pentru care poate fi utilizat programul și evidențierea modului în care metoda elementelor discrete poate fi folosită în practica inginerescă.

Conform etapelor de lucru propuse, rezultatele obținute sunt prezentate urmând aceeași structură. Astfel, prima parte (capitolele I-IV) a lucrării reprezintă o sinteză a unei mici părți din rezultatele modelărilor utilizând MED întâlnite în literatură, observându-se totuși că este mai degrabă folosită pentru compararea rezultatelor cu modelări clasice de tip MEF sau echilibru limită, și mai puțin în aplicații practice. Capitolul II prezintă principii generale de calcul ale metodei elementelor discrete, algoritmul și modul de calcul al forțelor de interacțiune dintre particule.

Capitolul III descrie câteva dintre cele mai utilizate modele de contact, pornind de la modele pur necoezive și încheind cu exemple de modele de contact ce consideră și forțe de atracție între particule.

În capitolul IV sunt evidențiate diferite cazuri din literatură în care metoda a fost utilizată cu mare succes, dar se subliniază totodată limitările sale cauzate în special de puterea de calcul încă insuficientă pentru realizarea unor modele la scară reală. Sunt discutate pe rând diferite cazuri de proiectare în care poate fi utilizată această metodă numerică. Sunt descrise mai întâi tehnicile clasice de proiectare, precum și specificațiile normelor în vigoare, încheind cu exemple din literatură în care metoda elementelor discrete a fost utilizată pentru modelarea unor lucrări similare.

Capitolul V prezintă structura programului creat implementând metoda elementelor discrete. Stadiul actual al programului permite crearea unor modele de bază pentru câteva studii calitative, dar conține și câteva elemente pentru post-procesare cantitativă a rezultatelor, precum măsurarea energiei particulelor sau a energiei totale a sistemului și măsurarea deplasărilor și vitezelor particulelor. Programul nu este de noutate în domeniu, existând deja o serie de aplicații similare ce permit astfel de abordări, dar utilizarea acestora este greoaie și neproductivă, necesitând cunoștințe specifice de programare în crearea modelelor sau interpretarea rezultatelor.

Capitolul VI conține exemple numerice și experimentale ce au scopul de a evidenția capacitățile programului creat și modul în care acesta poate fi utilizat în domeniul ingineriei geotehnice. Sunt tratate trei situații distincte și evidențiate avantajele și dezavantajele programului creat în studiul acestora. În prima parte a capitolului sunt descrise dificultățile ce pot fi întâmpinate în crearea modelelor discrete, în special legate de construirea materialului granular din particule. Este discutată coniectura lui Kepler și sunt evidențiate dificultăți în aranjarea numerică a particulelor. Sunt descrise diverse soluții și tehnici ce stau la baza creării modelelor discrete. Rezultatele obținute în literatură prin diverse metode sunt comparate cu cele obținute în programul propriu.

Ulterior, este abordată problema capacității portante a unei fundații continue fundată pe materiale necoezive. Modelele realizate pun în evidență diferite mecanisme de cedare și au scopul de a exemplifica procedura de lucru pentru calibrarea unui model utilizând MED. Sunt descrise rezultatele unui studiu experimental realizat pentru caracterizarea calității modelelor numerice. Lucrările experimentale au ca subiect evoluția cedării unui material granular supus unei încărcări prin deformare impusă sub o placă considerată rigidă sub sarcinile dezvoltate. Au fost luate în considerare variații atât ale materialului din care este creat mediul discret, precum și variații ale vitezei de încărcare. Rezultatele obținute servesc calibrării modelului discret realizat în programul creat, precum și comparării cu un model discret creat într-un program comercial, dar și cu un model utilizând metoda elementelor finite.

În continuare este tratat un studiu de caz ce pornește de la proiectarea efectivă a unei protecții de mal cu anrocamente, dar propune o metodă de eficientizare a proiectării, pentru a lua în considerare natura stohastică a punerii în operă a materialului. Metodologia propusă introduce un mod de cuantificare a gradului de încredere în obținerea in-situ a condițiilor proiectate. Astfel, metoda prezentată poate fi utilizată pentru reducerea costurilor execuției unei astfel de lucrări.

În cele din urmă este descris un model ce tratează stabilitatea unui rambleu de pământ necoeziv și natura mecanismului de cedare al acestuia, influențată de forma particulelor utilizate pentru crearea materialului. Modelul pune în evidență coeziunea aparentă la nivel macro-mecanic al pământului ce poate fi obținută în cazul unui grad ridicat de încheștare între particule. Rezultatele obținute sunt comparate cu modele realizate în medii continue (MEF) și quasi-continue (MEF-SPH). Modelele comparative confirmă rezultatele obținute utilizând metoda

elementului discret, dar nu suplinesc necesitatea realizării unor modele fizice, acestea nefiind disponibile în literatură.

În final, capitolul VII prezintă concluziile generale ale lucrării, discutând atât despre avantajele programului creat și ale metodei implementate cât și despre câteva vulnerabilități ale acestora. Se propun însă soluții și direcții viitoare de cercetare pentru remedierea vulnerabilităților.



*Geotechnical Engineering is the art of using soils whose properties we do not really understand to form and to support structures we cannot really analyse, so as to withstand forces which we cannot really assess, in such a way that the public does not really suspect*

Professor Noel Simons, University of Surrey

## **PREFAȚĂ**

Lucrarea de față constituie rezultatul cercetărilor realizate de autor în perioada 2011-2014, ca student în ciclul III de studii din cadrul Școlii Doctorale a Universității Tehnice de Construcții București.

Conținutul lucrării este original și include următoarele obiective:

- Descrierea metodei elementelor discrete: istoric, principii de calcul, modele de contact, avantaje și dezavantaje;
- Identificarea situațiilor din practica geotehnică în care se poate utiliza metoda elementelor discrete și avantajele pe care aceasta le poate oferi;
- Crearea unui program de calcul pentru modelarea materialelor grosiere utilizând metoda elementelor discrete;
- Realizarea unor modele fizice și numerice pentru calibrarea programului și evidențierea avantajelor și vulnerabilităților acestora;
- Descrierea unei metodologii pentru determinarea parametrilor de calcul utilizând metoda elementelor discrete;
- Compararea rezultatelor obținute în programul propriu cu cele determinate prin programe asemănătoare, sau programe ce utilizează metode numerice continue;
- Propunerea unor probleme ingineresti ce nu pot fi caracterizate cu succes prin abordări clasice și rezolvarea acestora utilizând programul creat;
- Evidențierea vulnerabilităților în continuarea cercetărilor și propunerea de direcții viitoare de cercetare.

Următoarele lucrări au fost publicate ca rezultat al cercetărilor prezentate:

- Priceputu A. (2013) - Discrete element method software application for cohesionless soil models. Fifth International Young Geotechnical Engineering Conference (iYGEC). Paris, Franța. 31 august - 01 septembrie 2013;
- Priceputu A., Bugea A.L., Roșu C.V., Șerbulea M.S. (2014) - Optimization of river bank protection design by Discrete Element Method. International Multidisciplinary Scientific Geoconference (SGEM). Albena, Bulgaria. Iunie 2014;
- A.L. Bugea & A. Priceputu (2014) - Comparative numerical modelling of granular soil embankment stability using LEM, FEM, FEM-SPH and DEM approaches. 23rd European Young Geotechnical Engineers Conference. Barcelona, Spania. Septembrie 2014.





## *CUPRINS*

Rezumat .....	i
Prefață.....	v
Cuprins.....	vii
Cuprinsul figurilor .....	xi
I. Introducere .....	1
I.1 Context și motivație .....	3
I.1 Metoda elementului discret în ingineria geotehnică .....	4
II. Principii de calcul ale metodei elementelor discrete.....	7
II.1 Generalități.....	9
II.2 Algoritmul de calcul .....	9
II.3 Legea forță-deformație.....	13
II.4 Ecuțiile de mișcare .....	16
II.5 Evaluarea forțelor de contact .....	19
II.5.1 Forțele normale .....	20
II.5.2 Forțele tangențiale de frecare.....	20
II.6 Amortizarea.....	22
III. Modele de contact .....	23
III.1 Modelul de contact linear-elastic cu amortizare Coulomb (LSD).....	25
III.2 Modelul de contact elastic ne-linear cu amortizare (HSD).....	26
III.3 Relația dintre constantele resorturilor și suprapunere.....	26
III.4 Modele constitutive coezive .....	28
III.4.1 Modelul elastic-perfect casant .....	28
III.4.2 Modelul elasto-plastic cu degradare lineară .....	29
III.4.3 Modelul cu degradare elastică a legăturii .....	31
IV. Tehnici actuale de calcul utilizate în ingineria geotehnică.....	33
IV.1 Procedee de calcul recomandate de SR EN 1997 .....	35
IV.2 Modelarea fundațiilor directe.....	36
IV.2.1 Principii generale .....	36
IV.2.2 Metode de modelare a terenului de fundare.....	36
IV.2.3 Metoda elementului discret.....	46
IV.3 Modelarea fundațiilor pe piloți .....	49
IV.3.1 Metode empirice .....	49
IV.3.2 Metode bazate pe modelul mediului continuu.....	50
IV.3.3 Metode hibride .....	52

IV.3.4	Modelări bazate pe metoda elementului discret.....	54
IV.4	Modelarea structurilor de sprijin.....	58
IV.4.1	Metoda echilibrului limită.....	58
IV.4.2	Alegerea metodei de calcul.....	59
IV.4.3	Metoda elementului discret.....	61
IV.5	Alte tipuri de modelări.....	63
IV.5.1	Modelarea comportării mecanice a pământurilor.....	63
IV.5.2	Modelarea digurilor de pământ.....	66
IV.5.3	Modelarea masivelor de pământ armat cu geosintetice.....	68
IV.5.4	Modelarea alunecărilor de teren.....	73
IV.5.5	Modelarea săpăturilor subterane.....	77
IV.5.6	Modelarea comportamentului dinamic al pământurilor.....	80
V.	Programul de modelare numerică dezvoltat.....	83
V.1	Generalități.....	85
V.2	Pre-procesor.....	87
V.2.1	Generalități.....	87
V.2.2	Definirea parametrilor modelului.....	90
V.2.3	Generarea particulelor.....	92
V.2.4	Generarea planurilor.....	96
V.2.5	Legenda.....	99
V.3	Post-procesor.....	101
V.3.1	Generalități.....	101
V.3.2	Salvarea datelor.....	103
V.4	Procesorul matematic.....	105
V.4.1	Generalități.....	105
V.4.2	Obiecte.....	105
V.4.3	Conexiuni.....	106
VI.	Exemple numerice și experimentale.....	109
VI.1	Introducere.....	111
VI.2	Tehnici de construire numerică a materialului granular.....	112
VI.2.1	Metode dinamice.....	113
VI.2.2	Metode geometrice.....	114
VI.2.3	Metoda de generare utilizată.....	118
VI.3	Modelarea unei fundații continue.....	123
VI.3.1	Introducere.....	123
VI.3.2	Noțiuni teoretice.....	123
VI.3.3	Lucrări experimentale.....	127
VI.3.4	Rezultatele lucrărilor experimentale.....	132

VI.3.5	Modele numerice .....	144
VI.3.6	Determinarea parametrilor de material .....	144
VI.3.7	Modele numerice realizate în programul propriu .....	159
VI.3.8	Rezultate .....	161
VI.3.9	Modelul numeric realizat în programul PFC .....	197
VI.3.10	Modelul numeric MEF.....	203
VI.3.11	Concluzii .....	204
VI.4	Protecție de mal cu anrocamente .....	206
VI.4.1	Introducere .....	206
VI.4.2	Descrierea modelului .....	209
VI.4.3	Determinarea parametrilor mecanici.....	212
VI.4.4	Rezultate .....	214
VI.4.5	Concluzii .....	241
VI.5	Rambleu de pământ necoeziv .....	242
VI.5.1	Introducere .....	242
VI.5.2	Descrierea modelului .....	242
VI.5.3	Rezultate .....	243
VI.5.4	Modele comparative.....	245
VI.5.5	Concluzii .....	246
VII.	Concluzii generale și direcții viitoare de cercetare.....	249
	Bibliografie .....	255
	Anexa 1. Fișierul pentru crearea modelului în programul PFC.....	265
	Fișierul pentru crearea modelului: fu.dat .....	265
	Fișierul pentru rularea modelului: fu2.dat .....	267
	Anexa 2. Fișierul de prelucrare a rezultatelor fundației directe – scris în Wolfram Mathematica .....	269
	Anexa 3. Funcțiile pentru algoritmul de încărcare a geometriilor complexe .....	275
	Clasa utilizată pentru încărcarea modelelor geometrice .....	275
	Funcția de calcul a limitelor modelului .....	275
	Funcția de schimbare a dimensiunilor modelului .....	276
	Funcția de scalare a modelului.....	277
	Funcții complementare utilizate.....	277
	Anexa 4. Rezultate reprezentative ale analizei unghiului de taluz stabil din anrocamente ...	279



## CUPRINSUL FIGURILOR

Fig. I.1: Numărul de publicații în domeniu pe o perioadă de 20 de ani [1].....	3
Fig. I.2: Abordări generale contacte MED [6].....	4
Fig. II.1: Algoritm general de calcul în metoda „soft-sphere” .....	10
Fig. II.2: Exemplu a două discuri comprimate între pereți rigizi ( $t=t_0$ ) [32] .....	11
Fig. II.3: Exemplu a două discuri comprimate între pereți rigizi (a: $t_1=t_0+\Delta t$ ; b: $t_2=t_0+2\Delta t$ ) [32] .....	11
Fig. II.4: Discuri aflate în contact, suprapuse virtual [32].....	14
Fig. II.5: Convenția de semn pentru forțele $F_n$ și $F_s$ [32].....	15
Fig. II.6: Descompunerea forțelor de contact în componentele normală și tangențială [34]...	19
Fig. II.7: Model de contact general (cu frecare și amortizare) [34].....	19
Fig. II.8: Relația dintre forța de frecare și deplasarea tangențială relativă: a) legea lui Coulomb; b) legea lui Coulomb, regularizată [34] .....	21
Fig. III.1: Abstractizare a modelului de contact linear-elastic cu amortizare (după Malone și Xu [36]).....	25
Fig. III.2: Legea forță-deplasare pentru forța normală în modelul elastic-perfect casant [34]	29
Fig. III.3: Legea forță-deplasare pentru forța tangențială în modelul elastic-perfect casant [34] .....	29
Fig. III.4: Suprafața de cedare pentru modelul elastic-perfect casant [34].....	29
Fig. III.5: Suprafața de cedare pentru modelul elasto-plastic cu degradare liniară (după Oñate și Rojek, 2004 [34]) .....	30
Fig. III.6: Modelul de contact elasto-plastic cu degradare - direcția normală [34] .....	31
Fig. III.7: Modelul de contact elasto-plastic cu degradare - direcția tangențială [34] .....	31
Fig. III.8: Modelul de contact cu degradare elastică a legăturii - direcția normală [34] .....	32
Fig. III.9: Modelul de contact cu degradare elastică a legăturii - direcția tangențială [34] .....	32
Fig. IV.1: Criteriile de cedare Mohr-Coulomb și Drucker-Prager.....	37
Fig. IV.2: Criteriul de cedare Cam-Clay.....	37
Fig. IV.3: Criteriul de cedare Soft-Soil.....	37
Fig. IV.4: Metoda grinzii continue cu reazeme fixe .....	38
Fig. IV.5: Modelul Winkler .....	39
Fig. IV.6: Tasarea unei fundații încărcate uniform: conform modelului Winkler (stânga); situația reală (dreapta).....	39
Fig. IV.7: Curba de presiune-tasare pentru un ciclu de încărcare-descărcare .....	40
Fig. IV.8: Curba de presiune-tasare pentru cicluri repetate de încărcare-descărcare .....	41
Fig. IV.9: Modelul cuplat.....	45
Fig. IV.10: Modelare cu amortizor vâscos.....	46
Fig. IV.11: Modelare cu frecare și rezistență specifică la deformații plastice.....	46
Fig. IV.12: Modelare complexă elasto-plastică (Zienkiewicz).....	46
Fig. IV.13: Calibrarea proprietăților materialului prin încercări de compresiune biaxială [63] .....	47
Fig. IV.14: Modelul realizat pentru simularea încercării cu placa [63].....	47
Fig. IV.15: Diagramele de presiune-tasare din modelare și încercări experimentale [63] .....	47
Fig. IV.16: Cedarea generală sub fundația directă - model MED [63].....	48
Fig. IV.17: Schema platformei granulare ce descarcă pe piloți rigizi în strat compresibil [31] .....	54
Fig. IV.18: Modelul fizic pentru calibrare realizat de Jenck et al. [31].....	55
Fig. IV.19: Modelul de contact Coulomb .....	55
Fig. IV.20: Modelul de contact utilizat de Elmekati și Shamy [84] .....	56
Fig. IV.21: Sistem geotehnic complex de modelat (stânga); Modelul conceptual (dreapta) [84] .....	56

Fig. IV.22: Modelul numeric realizat de Elmekati și Shamy [84].....	57
Fig. IV.23: Simulare MED: (a) stivă prismatică de nisip, (b) lanțuri de forțe, și (c) distribuția eforturilor la bază înainte și după deplasare [91].....	61
Fig. IV.24: Calibrarea modelului realizat de Teufelsbauer et al. prin lucrări experimentale [96].....	62
Fig. IV.25: Stările inițială și finală ale simulării încercării în aparatul de compresiune triaxială realizată de Ting et al. [15].....	64
Fig. IV.26: Model de compresiune în aparatul triaxial [17].....	64
Fig. IV.27: Comparatie între eforturile pe contur și cele din interiorul probei [17].....	65
Fig. IV.28: Specimen inițial după compresiune izotropă [18].....	65
Fig. IV.29: Accelerograma pe baza căreia s-a generat încărcarea asupra modelului [99].....	67
Fig. IV.30: Deformația digului cu distribuția creșterii presiunii apei din pori [99].....	67
Fig. IV.31: Distribuția granulelor în sistemul pământ-filtru la timpul 0.02 s sub un gradient hidraulic de 83 [101].....	68
Fig. IV.32: Exemplu de schemă de calcul a împingerii pământului [102].....	69
Fig. IV.33: Cedarea internă a structurilor de sprijin din pământ armat [102].....	69
Fig. IV.34: Distribuția forțelor de contact după dezvoltarea efectului de boltă: stânga – fără geogrilă; dreapta – cu geogrilă [108].....	70
Fig. IV.35: Principiul interacțiunii dintre elementele finite și cele discrete (Villard et al. [109]).....	70
Fig. IV.36: Geometria modelului realizat (stânga); Reprezentarea grafică a modelului final (dreapta) [109].....	71
Fig. IV.37: Comparatie între granule reale (stânga) și cele generate numeric (dreapta) [110].....	71
Fig. IV.38: Configurația încercării de forfecare în caseta de mari dimensiuni [110].....	71
Fig. IV.39: Modelarea numerică a încercării de forfecare în caseta de mari dimensiuni, pe diferite tipuri de geogrilă [110].....	72
Fig. IV.40: Încercări de compresiune confinată [111]: a) aparat experimental; b) model numeric.....	72
Fig. IV.41: Încercări de compresiune neconfinată [111]: a) aparat experimental; b) model numeric.....	73
Fig. IV.42: Model de contact între fâșii, respectiv între fâșii și bază [119].....	74
Fig. IV.43: Patru cazuri particulare analizate de Chang [119].....	74
Fig. IV.44: Secțiune prin zona de studiu [121].....	76
Fig. IV.45: Diagrama de reprezentare a forțelor ce acționează asupra unui bloc de rocă [121].....	76
Fig. IV.46: Modelul alunecării de teren Tsaoling [121]: (a) dimensiunile modelului; (b) identificarea celor 10 elemente monitorizate.....	77
Fig. IV.47: Rezultatul modelării. Comparatie între pozițiile inițială și finală ale masei alunecătoare [121].....	77
Fig. IV.48: Modelarea săpării cu TBM [135].....	78
Fig. IV.49: Modelarea săpării în rocă [135]: a) model MED; b) model MED/MEF.....	78
Fig. IV.50: Starea finală a modelului. $c=40$ kPa, $\phi=31^\circ$ , $H=15.5$ m [136].....	79
Fig. IV.51: Starea finală a modelului. $c=40$ kPa, $\phi=31^\circ$ , $H=18$ m [136].....	79
Fig. IV.52: Amenajările subterane generate în model [137].....	79
Fig. IV.53: Geologia generată aleatoriu din vecinătatea unei secțiuni de tunel [137].....	79
Fig. IV.54: Rularea modelului în care se produce cedarea [137].....	80
Fig. IV.55: Lucrare experimentală la scară reală realizată de Dobry et al. [150]: a) imagine cu modelul înaintea vibrării; b) configurația modelului; c) deplasările și accelerațiile aplicate modelului.....	81
Fig. V.1: Interfața programului.....	85
Fig. V.2: Arhitectura programului.....	86

Fig. V.3: Clasele principale ale programului și controlul acestora asupra componentelor inferioare .....	87
Fig. V.4: Pașii de bază în realizarea unei aplicații MFC .....	88
Fig. V.5: Editarea unei ferestre de dialog (a) și rezultatul final (b) .....	89
Fig. V.6: Împărțirea structurală a pre-procesorului .....	89
Fig. V.7: Fereastra pentru definirea parametrilor modelului .....	90
Fig. V.8: Vectorul accelerației gravitaționale .....	90
Fig. V.9: Membrii și metodele clasei CSimParamDlg .....	91
Fig. V.10: Fereastra pentru generarea particulelor .....	92
Fig. V.11: Plaja granulometrică impusă pentru generarea curbei granulometrice [156] .....	93
Fig. V.12: Pozițiile inițiale pentru 1000 de particule .....	94
Fig. V.13: Fluxul de lucru pentru generarea particulelor .....	94
Fig. V.14: Construcția structurilor de date .....	95
Fig. V.15: Variabile de tip vector .....	95
Fig. V.16: Principiul planurilor de limită .....	96
Fig. V.17: Fereastra pentru generarea planurilor .....	96
Fig. V.18: Parametrii necesari pentru definirea planurilor: a) unghiurile dintre vectorul normal la plan și axele sistemului de coordonate global; b) distanța de la plan la originea sistemului de coordonate global .....	97
Fig. V.19: Exemplu de poziționare a planurilor de contur .....	97
Fig. V.20: Algoritm pentru definirea planurilor .....	98
Fig. V.21: Editarea parametrilor din legenda .....	99
Fig. V.22: Combinarea culorilor principale pentru obținerea culorii finale .....	100
Fig. V.23: Obținerea parametrilor utilizați în clasa de vizualizare .....	101
Fig. V.24: Fluxul de lucru pentru motorul de vizualizare .....	102
Fig. V.25: Ansamblu de particule exportat în AutoCAD .....	103
Fig. V.26: Exemplu de particulă fracturată modelată utilizând SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) .....	103
Fig. V.27: Ferestrele pentru (a) salvarea și (b) deschiderea fișierelor .....	104
Fig. V.28: Abstractizare a operațiunilor cu fișiere .....	104
Fig. V.29: Arhitectura procesorului matematic PhysX [157] .....	105
Fig. V.30: Tipurile de forme asociabile actorilor <sup>(1)</sup> [158], <sup>(2)</sup> [159] .....	106
Fig. V.31: Tipurile de conexiuni (imagini după Ageia PhysX SDK Documentation [157]) .....	107
Fig. VI.1: Așezarea tridimensională de sfere congruente conform conjecturii lui Kepler (Wolfram [161]) .....	112
Fig. VI.2: Așezarea în straturi ale sferelor pentru configurațiile hexagonală (stânga) și cubică (dreapta) [162] .....	113
Fig. VI.3: Generarea particulelor în centrele unei rețele rectangulare și comprimarea acestora pentru reducerea porozității (Feng et al. [164]) .....	113
Fig. VI.4: Generarea materialului prin amestecarea gravitațională a particulelor cu ajutorul unei pâlnii (Feng et al. [164]) .....	114
Fig. VI.5: Metoda de generare utilizată de Ferrez [166] .....	114
Fig. VI.6: Exemplu de teselare de tip Voronoi (a) și rezultatul unui model Stienen (b) pentru același set de puncte .....	115
Fig. VI.7: Metoda avansării frontului: forma închisă [169] .....	116
Fig. VI.8: Metoda avansării frontului: forma deschisă [164] .....	117
Fig. VI.9: Metoda propusă de Bagi [169] .....	117
Fig. VI.10: Umplerea domeniului pe baza unei rețele de triangulație (Cui și O'Sullivan [188]) .....	118
Fig. VI.11: Umplerea domeniului pe baza unei rețele de triangulație (Jerier et al. [189]) .....	118
Fig. VI.12: Reprezentarea grafică a rezultatelor modelelor de sedimentare .....	120



Fig. VI.13: Evoluția modelelor în timpul $t=0\div 0.25s$ .....	121
Fig. VI.14: Evoluția modelelor în timpul $t=0.25\div 1.00s$ .....	121
Fig. VI.15: Evoluția modelelor în timpul $t=1.0\div 5.0s$ .....	122
Fig. VI.16: Evoluția modelelor în timpul $t=5.0\div 15.0s$ .....	122
Fig. VI.17: Tipuri de pierderi ale capacității portante a pământului sub o fundație continuă: a) cedare generală; b) cedare locală; c) cedare prin poansonare.....	124
Fig. VI.18: Cedarea generală a pământului sub o fundație continuă.....	124
Fig. VI.19: Variația factorului de capacitate portantă $N_\gamma$ pentru fundații continue, conform literaturii de specialitate.....	126
Fig. VI.20: Modelul conceptual.....	127
Fig. VI.21: Construirea modelului fizic: a) perspectivă; b) lateral.....	127
Fig. VI.22: Configurația finală a modelului.....	128
Fig. VI.23: Materialele folosite pentru crearea mediului discret: a) sfere; b) cuburi.....	128
Fig. VI.24: Așezarea modelului pe aparatul de compresiune: a) cadru de compresiune; b) modelul așezat în aparat, înainte de începerea încercărilor.....	129
Fig. VI.25: Aparatură instrumentare pentru citirea forței.....	129
Fig. VI.26: Ansamblul de măsurare a forței.....	130
Fig. VI.27: Montarea echipamentului de măsurare a forței pe cadrul de compresiune.....	130
Fig. VI.28: Calibrarea inelului dinamometric.....	131
Fig. VI.29: Determinarea funcției încărcare-deformație a inelului dinamometric.....	132
Fig. VI.30: Variația forței verticale în timp – model „a-i”.....	137
Fig. VI.31: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „a-i”.....	137
Fig. VI.32: Variația forței verticale în timp – model „a-ii”.....	138
Fig. VI.33: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „a-ii”.....	138
Fig. VI.34: Variația forței verticale în timp – model „a-iii”.....	139
Fig. VI.35: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „a-iii”.....	139
Fig. VI.36: Variația forței verticale în timp – model „b-i”.....	140
Fig. VI.37: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „b-i”.....	140
Fig. VI.38: Variația forței verticale în timp – model „b-ii”.....	141
Fig. VI.39: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „b-ii”.....	141
Fig. VI.40: Variația forței verticale în timp – model „b-iii”.....	142
Fig. VI.41: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „b-iii”.....	142
Fig. VI.42: Diagramele presiune-tasare.....	143
Fig. VI.43: Determinarea masei unei particule.....	144
Fig. VI.44: Determinarea densității particulelor.....	145
Fig. VI.45: Determinarea porozității materialelor.....	146
Fig. VI.46: Geometria pâlniei utilizate: a) vedere izometrică; b) dimensiunile acesteia (cm).....	147
Fig. VI.47: Etape în determinarea unghiului de taluz stabil.....	147
Fig. VI.48: Rezultatele analizei pentru determinarea variației unghiului de frecare taluz stabil cu: a) unghiul de frecare micro-mecanic și b) coeficientul de frecare micro-mecanic.....	148
Fig. VI.49: Rezultatele analizei pentru determinarea gradului de îndesare cu: a) unghiul de frecare micro-mecanic și b) coeficientul de frecare micro-mecanic.....	149
Fig. VI.50: Pregătirea încercării: a) materialele utilizate; b) începerea încercării.....	150
Fig. VI.51: Stivă formată din cuburi: a) perspectivă; b) lateral.....	150
Fig. VI.52: Stivă formată din sfere: a) perspectivă; b) lateral.....	150
Fig. VI.53: Rezultatele testului cu pâlnia: a) sfere; b) cuburi.....	151
Fig. VI.54: Schema planului înclinat pentru determinarea unghiului de frecare al materialului folosit.....	151
Fig. VI.55: Proba după încercarea de compresiune edometrică.....	152

Fig. VI.56: Diagrama de compresiune-tasare obținută din încercarea de compresiune edometrică.....	154
Fig. VI.57: Pregătirea probei de forfecare directă: a) înălțimea probei; b) dispunerea materialului .....	154
Fig. VI.58: Umflări ale probelor în timpul încercărilor: a) înclinarea plăcii de presiune; b) ridicarea casetei superioare .....	155
Fig. VI.59: Diagramele de mobilizare a efortului tangențial măsurat pentru cuburi.....	155
Fig. VI.60: Diagramele de mobilizare a efortului tangențial pentru cuburi – obținute prin regresie.....	155
Fig. VI.61: Dreapta de cedare folosind valorile maxime măsurate ale efortului tangențial ..	156
Fig. VI.62: Dreapta de cedare folosind valorile maxime calculate prin regresie ale efortului tangențial.....	156
Fig. VI.63: Diagramele de mobilizare a efortului tangențial măsurat pentru sfere .....	156
Fig. VI.64: Diagramele de mobilizare a efortului tangențial pentru sfere – obținute prin regresie .....	157
Fig. VI.65: Exemplu de particule sparte în urma încercărilor de forfecare directă .....	158
Fig. VI.66: Geometria modelului.....	159
Fig. VI.67: Exemplu de model la începutul rulajului: a) sunt afișate centrele particulelor; b) sunt afișate particulele cu forma reală .....	159
Fig. VI.68: Diagrama încărcare-tasare.....	161
Fig. VI.69: Comportarea în timp a modelului.....	161
Fig. VI.70: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	162
Fig. VI.71: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	162
Fig. VI.72: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	162
Fig. VI.73: Diagrama încărcare-tasare.....	163
Fig. VI.74: Comportarea în timp a modelului.....	163
Fig. VI.75: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	163
Fig. VI.76: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	164
Fig. VI.77: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	164
Fig. VI.78: Diagrama încărcare-tasare.....	164
Fig. VI.79: Comportarea în timp a modelului.....	165
Fig. VI.80: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	165
Fig. VI.81: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	165
Fig. VI.82: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	166
Fig. VI.83: Diagrama încărcare-tasare.....	166
Fig. VI.84: Comportarea în timp a modelului.....	166
Fig. VI.85: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	167
Fig. VI.86: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	167
Fig. VI.87: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	167
Fig. VI.88: Diagrama încărcare-tasare.....	168
Fig. VI.89: Comportarea în timp a modelului.....	168
Fig. VI.90: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	168
Fig. VI.91: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	169
Fig. VI.92: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	169
Fig. VI.93: Diagrama încărcare-tasare.....	169
Fig. VI.94: Comportarea în timp a modelului.....	170
Fig. VI.95: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	170
Fig. VI.96: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	170
Fig. VI.97: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	171
Fig. VI.98: Diagrama încărcare-tasare.....	171
Fig. VI.99: Comportarea în timp a modelului.....	171

Fig. VI.100: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	172
Fig. VI.101: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	172
Fig. VI.102: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	172
Fig. VI.103: Diagrama încărcare-tasare .....	173
Fig. VI.104: Comportarea în timp a modelului .....	173
Fig. VI.105: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	173
Fig. VI.106: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	174
Fig. VI.107: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	174
Fig. VI.108: Diagrama încărcare-tasare .....	174
Fig. VI.109: Comportarea în timp a modelului .....	175
Fig. VI.110: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	175
Fig. VI.111: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	175
Fig. VI.112: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	176
Fig. VI.113: Diagrama încărcare-tasare .....	176
Fig. VI.114: Comportarea în timp a modelului .....	176
Fig. VI.115: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	177
Fig. VI.116: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	177
Fig. VI.117: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	177
Fig. VI.118: Diagrama încărcare-tasare .....	178
Fig. VI.119: Comportarea în timp a modelului .....	178
Fig. VI.120: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	178
Fig. VI.121: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	179
Fig. VI.122: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	179
Fig. VI.123: Diagrama încărcare-tasare .....	179
Fig. VI.124: Comportarea în timp a modelului .....	180
Fig. VI.125: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	180
Fig. VI.126: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	180
Fig. VI.127: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	181
Fig. VI.128: Diagrama încărcare-tasare .....	181
Fig. VI.129: Comportarea în timp a modelului .....	181
Fig. VI.130: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	182
Fig. VI.131: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	182
Fig. VI.132: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	182
Fig. VI.133: Diagrama încărcare-tasare .....	183
Fig. VI.134: Comportarea în timp a modelului .....	183
Fig. VI.135: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	183
Fig. VI.136: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	184
Fig. VI.137: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	184
Fig. VI.138: Diagrama încărcare-tasare .....	184
Fig. VI.139: Comportarea în timp a modelului .....	185
Fig. VI.140: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	185
Fig. VI.141: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	185
Fig. VI.142: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	186
Fig. VI.143: Diagrama încărcare-tasare .....	186
Fig. VI.144: Comportarea în timp a modelului .....	186
Fig. VI.145: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	187
Fig. VI.146: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	187
Fig. VI.147: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	187
Fig. VI.148: Diagrama încărcare-tasare .....	188
Fig. VI.149: Comportarea în timp a modelului .....	188
Fig. VI.150: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	188

Fig. VI.151: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	189
Fig. VI.152: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	189
Fig. VI.153: Diagrama încărcare-tasare.....	189
Fig. VI.154: Comportarea în timp a modelului.....	190
Fig. VI.155: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	190
Fig. VI.156: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	190
Fig. VI.157: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	191
Fig. VI.158: Diagrama încărcare-tasare.....	191
Fig. VI.159: Comportarea în timp a modelului.....	191
Fig. VI.160: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului .....	192
Fig. VI.161: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare .....	192
Fig. VI.162: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea .....	192
Fig. VI.163: Diagrama încărcare-tasare.....	193
Fig. VI.164: Comportarea în timp a modelului.....	193
Fig. VI.165: Comparație între modelul numeric 20 și modelul fizic "a-i" .....	194
Fig. VI.166: Diagrama încărcare-tasare.....	195
Fig. VI.167: Evoluția în timp a modelului .....	195
Fig. VI.168: Comparație între modelul numeric 20 și modelul fizic "b-i" .....	196
Fig. VI.169: Lanțurile forțelor de contact și vectorii deplasărilor totale în timpul rulajului .	199
Fig. VI.170: Comparație între modelul numeric în PFC și modelul fizic „b-i” .....	202
Fig. VI.171: Diagrame presiune-tasare: a) modelul PFC; b) modelul PFC comparativ cu modelele fizice .....	202
Fig. VI.172: Rezultatele modelului numeric continuu.....	204
Fig. VI.173: Protecție de coastă cu anrocamente (Albena, Bulgaria).....	206
Fig. VI.174: Parametri și metode în proiectarea anrocamentelor .....	207
Fig. VI.175: Imagine de ansamblu a zonei afectate .....	207
Fig. VI.176: Avalul zonei afectate (a); Limita aval a zonei afectate (b) .....	208
Fig. VI.177: Detalii ale zonei afectate: a) vedere de sus; b) ebulment; c) vedere de jos; d) pilot de acostare.....	208
Fig. VI.178: Hartă batimetrică a amplasamentului .....	209
Fig. VI.179: Secțiune caracteristică utilizată .....	210
Fig. VI.180: Distribuția granulometrică a anrocamentelor .....	210
Fig. VI.181: Modele geometrice 3D [228] .....	211
Fig. VI.182: Algoritm pentru crearea de forme complexe (detaliat în Anexa 1).....	211
Fig. VI.183: Exemplu de transformare a unui model geometric 3D în model fizic: a) modelul geometric solid; b) rețeaua de triangulație a modelului geometric; c) rețeaua de triangulație convexă pentru modelarea fizică suprapusă peste modelul geometric solid; d) rețeaua de triangulație convexă .....	212
Fig. VI.184: Unghiul taluzului stabil pentru anrocamente, după Simons și Senturk [235]...212	
Fig. VI.185: Stivă de material granular natural .....	213
Fig. VI.186: Rezultatele analizei pentru determinarea coeficientului de frecare .....	214
Fig. VI.187: Distribuțiile medii ale suprafețelor libere obținute .....	215
Fig. VI.188: Distribuțiile medii ale forțelor verticale obținute .....	216
Fig. VI.189: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 600 de particule .....	216
Fig. VI.190: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 600 de particule .....	216
Fig. VI.191: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 600 de particule	217
Fig. VI.192: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 600 de particule.....	217
Fig. VI.193: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor in lungul profilului – 600 de particule.....	217

Fig. VI.194: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 600 de particule (fracții de 5% și 95%).....	218
Fig. VI.195: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 600 de particule (fracții de 5% și 95%).....	218
Fig. VI.196: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 600 de particule (fracții de 5% și 95%).....	218
Fig. VI.197: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 800 de particule.....	219
Fig. VI.198: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 800 de particule.....	219
Fig. VI.199: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 800 de particule.....	219
Fig. VI.200: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 800 de particule.....	219
Fig. VI.201: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor în lungul profilului – 800 de particule.....	220
Fig. VI.202: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 800 de particule (fracții de 5% și 95%).....	220
Fig. VI.203: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 800 de particule (fracții de 5% și 95%).....	220
Fig. VI.204: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 800 de particule (fracții de 5% și 95%).....	221
Fig. VI.205: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 1000 de particule.....	221
Fig. VI.206: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1000 de particule.....	221
Fig. VI.207: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1000 de particule.....	222
Fig. VI.208: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1000 de particule.....	222
Fig. VI.209: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor în lungul profilului – 1000 de particule.....	222
Fig. VI.210: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1000 de particule (fracții de 5% și 95%).....	222
Fig. VI.211: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1000 de particule (fracții de 5% și 95%).....	223
Fig. VI.212: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1000 de particule (fracții de 5% și 95%).....	223
Fig. VI.213: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1200 de particule.....	223
Fig. VI.214: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1200 de particule.....	224
Fig. VI.215: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1200 de particule.....	224
Fig. VI.216: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor în lungul profilului – 1200 de particule.....	224
Fig. VI.217: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1200 de particule (fracții de 5% și 95%).....	224
Fig. VI.218: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1200 de particule (fracții de 5% și 95%).....	225
Fig. VI.219: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1200 de particule (fracții de 5% și 95%).....	225
Fig. VI.220: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 1400 de particule.....	225
Fig. VI.221: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1400 de particule.....	226
Fig. VI.222: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1400 de particule.....	226

Fig. VI.223: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1400 de particule.....	226
Fig. VI.224: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor in lungul profilului – 1400 de particule.....	226
Fig. VI.225: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1400 de particule (fracții de 5% și 95%).....	227
Fig. VI.226: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1400 de particule (fracții de 5% și 95%).....	227
Fig. VI.227: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1400 de particule (fracții de 5% și 95%).....	227
Fig. VI.228: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 1600 de particule.....	228
Fig. VI.229: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1600 de particule.....	228
Fig. VI.230: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1600 de particule.....	228
Fig. VI.231: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1600 de particule.....	228
Fig. VI.232: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor in lungul profilului – 1600 de particule.....	229
Fig. VI.233: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1600 de particule (fracții de 5% și 95%).....	229
Fig. VI.234: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1600 de particule (fracții de 5% și 95%).....	229
Fig. VI.235: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1600 de particule (fracții de 5% și 95%).....	230
Fig. VI.236: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 1800 de particule.....	230
Fig. VI.237: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1800 de particule.....	230
Fig. VI.238: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1800 de particule.....	231
Fig. VI.239: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1800 de particule.....	231
Fig. VI.240: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor in lungul profilului – 1800 de particule.....	231
Fig. VI.241: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1800 de particule (fracții de 5% și 95%).....	231
Fig. VI.242: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1800 de particule (fracții de 5% și 95%).....	232
Fig. VI.243: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1800 de particule (fracții de 5% și 95%).....	232
Fig. VI.244: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 2000 de particule.....	232
Fig. VI.245: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2000 de particule.....	233
Fig. VI.246: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2000 de particule.....	233
Fig. VI.247: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2000 de particule.....	233
Fig. VI.248: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor in lungul profilului – 2000 de particule.....	233
Fig. VI.249: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2000 de particule (fracții de 5% și 95%).....	234
Fig. VI.250: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2000 de particule (fracții de 5% și 95%).....	234

Fig. VI.251: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2000 de particule (fractilii de 5% și 95%) .....	234
Fig. VI.252: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 2200 de particule .....	235
Fig. VI.253: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2200 de particule .....	235
Fig. VI.254: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2200 de particule .....	235
Fig. VI.255: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2200 de particule.....	235
Fig. VI.256: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor in lungul profilului – 2200 de particule.....	236
Fig. VI.257: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2200 de particule (fractilii de 5% și 95%).....	236
Fig. VI.258: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2200 de particule (fractilii de 5% și 95%).....	236
Fig. VI.259: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2200 de particule (fractilii de 5% și 95%).....	237
Fig. VI.260: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 2400 de particule.....	237
Fig. VI.261: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2400 de particule .....	237
Fig. VI.262: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2400 de particule .....	238
Fig. VI.263: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2400 de particule.....	238
Fig. VI.264: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor in lungul profilului – 2400 de particule.....	238
Fig. VI.265: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2400 de particule (fractilii de 5% și 95%).....	238
Fig. VI.266: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2400 de particule (fractilii de 5% și 95%).....	239
Fig. VI.267: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2400 de particule (fractilii de 5% și 95%).....	239
Fig. VI.268: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2600 de particule .....	239
Fig. VI.269: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2600 de particule .....	240
Fig. VI.270: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2600 de particule.....	240
Fig. VI.271: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor in lungul profilului – 2600 de particule.....	240
Fig. VI.272: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2600 de particule (fractilii de 5% și 95%).....	240
Fig. VI.273: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2600 de particule (fractilii de 5% și 95%).....	241
Fig. VI.274: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2600 de particule (fractilii de 5% și 95%).....	241
Fig. VI.275: Utilizarea materialelor granulare în infrastructură: a) schemă rambleu rutier [241]; b) cedarea structurii rutiere [242] .....	242
Fig. VI.276: Geometria modelului.....	243
Fig. VI.277: Suprafața de cedare obținută utilizând metoda elementelor finite (deformații plastice).....	246
Fig. VI.278: Suprafețele de cedare obținute utilizând cuplajul MEF-SPH: a) SPH doar în zona rambleului; b) SPH în zona rambleului și stratul suport.....	246

*A good scientist is a person with original ideas. A good engineer is a person who makes a design that works with as few original ideas as possible*

Freeman Dyson

## ***I. INTRODUCERE***





## I.1 Context și motivație

În ingineria geotehnică, pentru modelarea comportării pământului și al interacțiunii sale cu structuri adiacente, sunt adesea utilizate metode numerice, precum metoda elementului finit sau metoda diferențelor finite. Aceste metode tratează pământul ca pe un mediu continuu, atrăgând după sine două constrângeri. Pe de o parte, o lege efort-deformație potrivită mediului respectiv poate să nu existe sau poate fi excesiv de complicată, implicând parametri greu de controlat și fără semnificație fizică. În al doilea rând, apariția fisurilor sau a suprafețelor de cedare, respectiv dezvoltarea acestora nu pot fi gestionate într-un mediu continuu. Prin urmare, o tendință a ultimilor ani a fost de a se trece de la modelarea pe medii continue la modelarea utilizând medii discrete. Amploarea pe care a luat-o cercetarea din domeniu este surprinsă în Fig. I.1 reprezentând numărul de lucrări științifice publicate în domeniu până în anul 2005, după un studiu efectuat de Zhu [1].

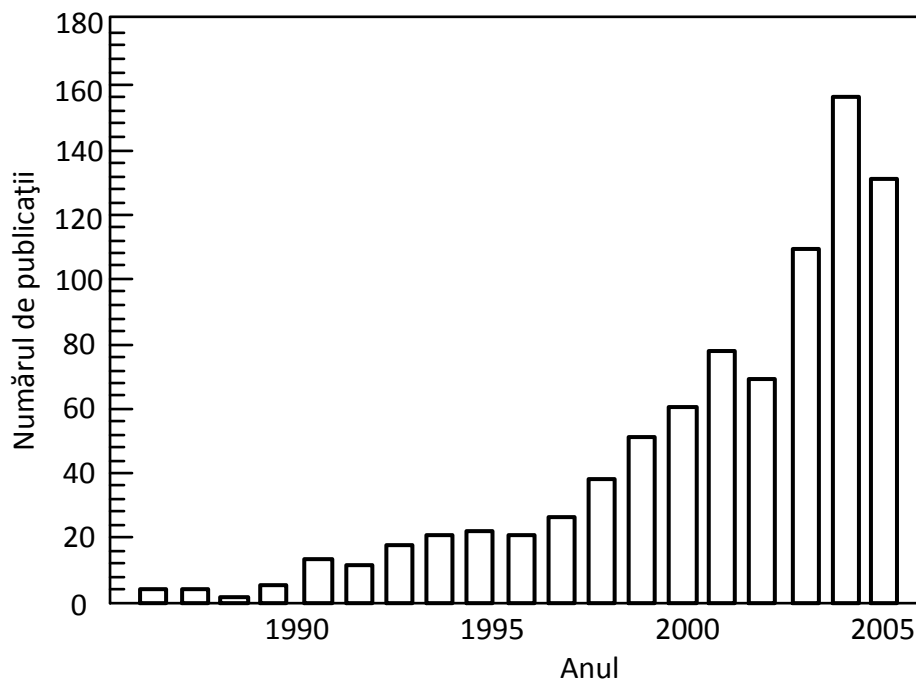


Fig. I.1: Numărul de publicații în domeniu pe o perioadă de 20 de ani [1]

Utilizând modele formate din particule discrete (legate între ele pentru a modela roci, sau fără legături pentru a modela pământul) se poate surprinde comportamentul complex al materialului, având doar câteva ipoteze simplificatoare, respectiv parametri implicați. Inițiatorul acestor concepte arată că, deși momentan, puterea de calcul nu este suficientă pentru aplicarea fezabilă a metodei, aceasta se va răspândi în viitorul apropiat [2].

Până în prezent, majoritatea cercetărilor din domeniu s-au axat pe crearea unor algoritmi de procesare în medii discrete fără aplicabilitate practică directă. Deoarece comportamentul la nivel microscopic al mediului discret este controlat de interacțiunile dintre particule, respectiv interacțiunea acestora cu mediul exterior (reprezentat de medii solide continue, sau medii gazoase sau lichide), o bună parte din cercetări s-au concentrat pe înțelegerea mecanismelor la nivel microscopic din punctul de vedere al acestor interacțiuni. Astfel, s-au dezvoltat diferite tehnici de modelare a mediilor discrete, incluzând metoda Monte Carlo, automatele celulare și metoda elementului discret (MED).

## I.1 Metoda elementului discret în ingineria geotehnică

Metoda Elementului Discret (MED) este o metodă numerică ce simulează comportarea materialelor granulare sub solicitări mecanice considerând materialul format din particule individuale rigide și utilizând modele simple pentru descrierea interacțiunii dintre acestea. Modelele MED au două abordări distincte [3] „soft-sphere” și „hard-sphere” („sfere moi”, respectiv „sfere tari”). Metoda „soft-sphere”, introdusă de Cundall [4] a fost prima metodă de simulare a comportamentului dinamic a materialelor granulare publicată în literatură. Această tehnică permite suprapuneri virtuale între particule ce permit calcularea forțelor rezultate în urma coliziunilor. O caracteristică importantă a acestei abordări o reprezintă posibilitatea de a derula multiple coliziuni concomitente între particule. Pe de altă parte, într-o modelare „hard-sphere” [5], se procesează o succesiune de coliziuni, fără a permite suprapuneri, fiecare fiind unică și instantanee, adesea forțele dintre particule nefiind explicate. Această metodă este avantajoasă în cazul modelării curgerii rapide de materiale granulare (cu aplicabilitate pentru fenomene de alunecări de teren sau avalanșe).

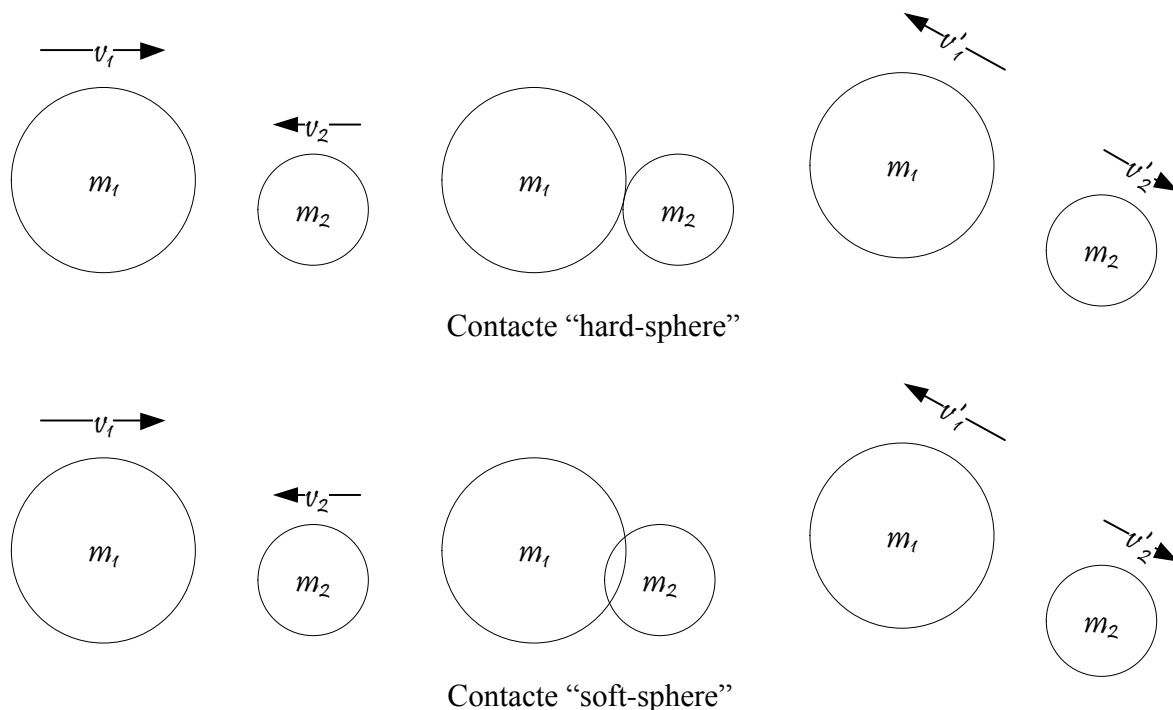


Fig. I.2: Abordări generale contacte MED [6]

Modelările MED pot fi utilizate pentru a simula atât pământ necoeziv [7] cât și roci sau pământuri cimentate [8]. De obicei, aceste tehnici sunt limitate la a modela particule mai mari de 100  $\mu\text{m}$ , granulele fiind astfel suficient de mari încât forțele de atracție dintre particule să fie neglijabile comparativ cu forțele de inerție. Astfel, modelarea MED a argilei este un subiect mai puțin întâlnit în literatură [9] [10] [11], prin prisma complexității forțelor de interacțiune și a geometriei particulelor.

Lucrările din literatură sunt axate pe modificarea și calibrarea algoritmilor [12] [13], validarea diferitelor modele, analiza relației dintre proprietățile mecanice la nivel granular (microscopic) și comportamentul ansamblului (macroscopic), dezvoltarea tehnicilor de interpretare a rezultatelor, simularea încercărilor de laborator și simularea unor fenomene la scară mare [14].

O abordare eficientă de calibrare a modelelor de contact și respectiv a algoritmilor de calcul o reprezintă simularea încercărilor de laborator. Utilizând materiale controlabile în încercări de

laborator și comparând rezultatele testelor fizice cu cele numerice se poate determina precizia modelului matematic. Astfel, se pot semnala următoarele lucrări:

**Tab. I.1: Lucrări de referință cuprinzând modelarea diferitelor încercări de laborator – adaptat după O’Sullivan [6]**

Fenomenul modelat	Lucrări de referință
Compresiune monoaxială	Ting et al [15]
Compresiune biaxială	Iwashita și Oda [16]
Aparat de compresiune triaxială	Ting et al [15], Thornton [7], Cui et al [17], Gong et al [18], O’Sullivan et al. [19], Tsunekawa și Iwashita [20]
Stare plană de deformații	Ng [21], Powrie et al [22], Gong et al [18]
Test de compresiune triaxială	Thornton [7], Ng [21]
Încercare de forfecare directă	Ting et al [15], Masson și Martinez [23], Cui și O’Sullivan [24]
Test de forfecare simplă	Matsushima et al [25]
Test de forfecare rotațională	Panien et al [26]
Test de forfecare la interfață	Wang et al [27]
Interacțiune pământ – utilaj	Huang și Detournay [28]
Penetrare	Huang și Ma [29], Butlanska et al [30]
Efectul de boltă la scară mare	Jenck et al [31]



*Move, collide, resolve, repeat...*

Proverb antic grecesc

## ***II. PRINCIPII DE CALCUL ALE METODEI ELEMENTELOR DISCRETE***



## II.1 Generalități

Metoda elementelor discrete (MED) este o metodă numerică introdusă de Cundall și Strack în 1979 [32] potrivită descrierii comportării mecanice a materialelor cu caracter discontinuu, formate din particule de orice formă, în general reduse la forme de bază precum sfere (3D) sau discuri (2D). Metoda este bazată pe utilizarea unei scheme numerice explicite în care interacțiunea dintre particule este analizată la fiecare contact.

În metoda elementelor discrete, forțele de contact și deplasările unui ansamblu de elemente sunt determinate printr-o serie de calcule urmărind mișcarea particulelor individuale. Aceste deplasări sunt rezultatul propagării unei perturbații apărute la limite, constituind un proces dinamic. Viteza de propagare este o funcție ce depinde de proprietățile fizice ale mediului discret.

Pentru descrierea numerică a acestui comportament dinamic se utilizează pași de timp suficient de mici astfel încât variația vitezelor și accelerațiilor să poată fi neglijată. Metoda elementelor discrete se bazează pe idea că pasul de timp ales este suficient de mic astfel încât în timpul său perturbările mediului nu se pot propaga de la un element decât către vecinii săi direcți. Astfel, în orice moment, forțele ce acționează asupra oricărui element sunt determinate exclusiv din interacțiunile acestuia cu elementele alături de care se află în contact. Această caracteristică a metodei permite urmărirea interacțiunii neliniare a unui grup mare de elemente fără a necesita un volum mare de memorie. Trebuie subliniat că lucrarea de față tratează ansambluri de particule în stare uscată, fără coeziune, și descrie rezultatele forțelor de contact. În capitolele II.1-II.3 vor fi prezentate principiile de bază ale MED și algoritmul de calcul, precum au fost introduse de autorii inițiali.

## II.2 Algoritmul de calcul

Calcululele efectuate în metoda elementelor discrete alternează între aplicarea legii a doua a lui Newton asupra particulelor, și a unei legi forță-deformație la contact (Fig. II.1). Legea a doua a lui Newton permite determinarea mișcării particulelor ca urmare a forțelor ce acționează asupra lor. Legea forță-deformație este utilizată pentru determinarea forțelor de contact în urma ciocnirii dintre două particule.

Deformațiile particulelor individuale sunt mici în comparație cu deformația întregului mediu, care este în mare măsură determinată de deplasarea și rearanjarea particulelor, ca și corpuri rigide. Astfel, nu este necesară o modelare precisă a deformațiilor particulelor pentru a obține o bună aproximare a comportării mecanice a mediului în ansamblu. Pentru obținerea forțelor de contact sunt permise mici suprapuneri virtuale între particule, simulând deformațiile acestora. Această abordare a contactelor poartă numele de „soft-sphere” și a fost introdusă chiar de autorii inițiali ai metodei [32]. O a doua abordare, numită „hard-sphere” [33], nu permite suprapuneri între particule, iar contactul se realizează prin transfer de impuls între elemente, dar nu este posibilă determinarea forțelor de interacțiune dintre acestea.



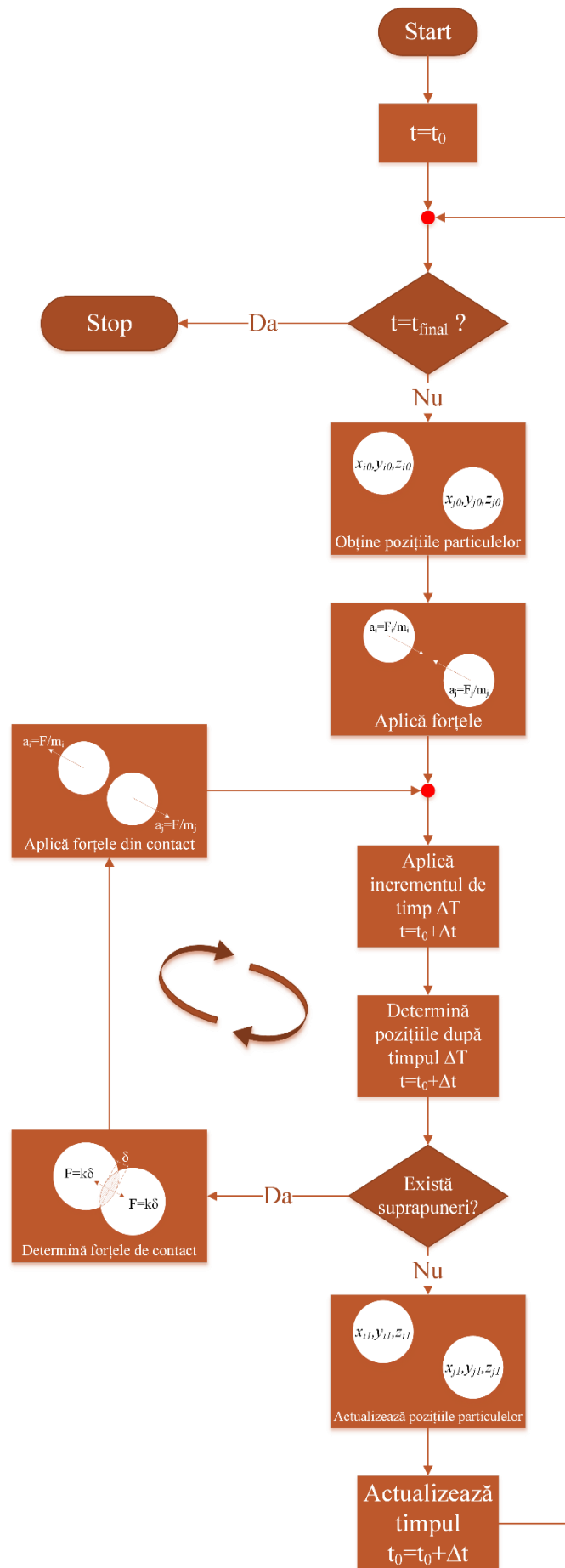


Fig. II.1: Algoritm general de calcul în metoda „soft-sphere”

Pentru a ilustra modul de determinare a forțelor și deplasărilor în timpul unui pas de calcul, se va considera cazul înfățișat în Fig. II.2. Două discuri, notate cu  $x$  și  $y$ , sunt comprimate între doi pereți rigizi. Pereții se deplasează unul înspre celălalt cu o viteză constantă  $v$ . Inițial, la timpul  $t=t_0$ , pereții și discurile sunt în contact fără a exista forțe între aceștia. După un timp  $\Delta t$ , pereții se deplasează înspre discuri pe o distanță  $v\Delta t$ . Conform ipotezei căreia perturbarea nu se poate propaga mai departe de elementele vecine în timpul unui pas de timp, ambele discuri își păstrează pozițiile inițiale de la momentul  $t=t_0$  la momentul  $t_1=t_0+\Delta t$ . Astfel, suprapunerile au loc la momentul  $t_1=t_0+\Delta t$  în punctele de contact dintre pereți și discuri, notate cu  $A$  și  $C$ .

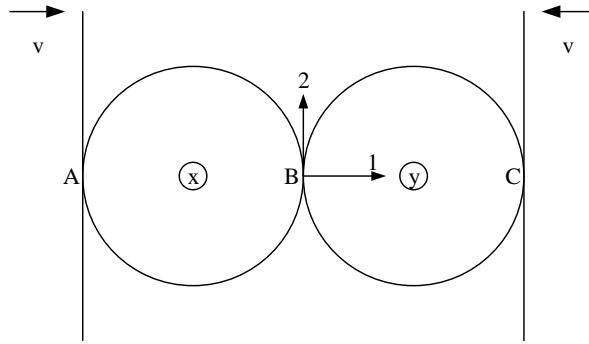


Fig. II.2: Exemplu a două discuri comprimate între pereți rigizi ( $t=t_0$ ) [32]

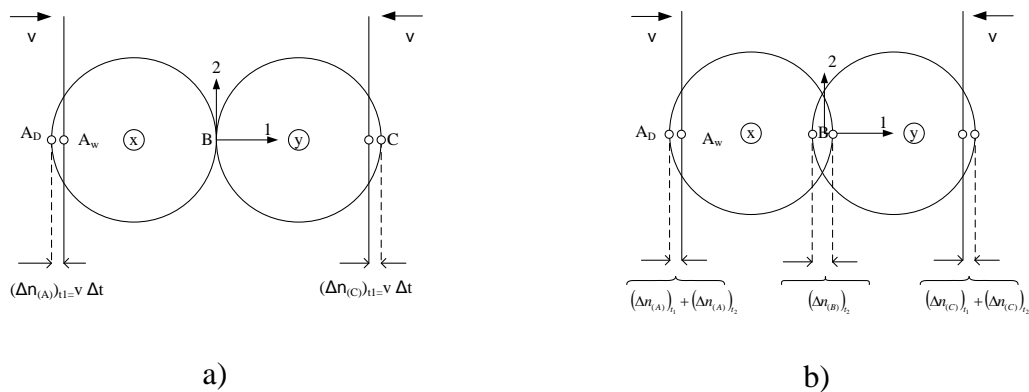


Fig. II.3: Exemplu a două discuri comprimate între pereți rigizi (a:  $t_1=t_0+\Delta t$ ; b:  $t_2=t_0+2\Delta t$ ) [32]

Punctele  $A_D$  și  $A_W$  (Fig. II.3 a) sunt puncte ce aparțin discului, respectiv peretelui, aflate pe dreapta perpendiculară pe perete dusă din centrul discului  $x$ . Punctul de contact  $A$  este definit ca mijlocul segmentului determinat de punctele  $A_D$  și  $A_W$ . Deplasarea relativă  $(\Delta n_{(A)})_{t_1}$  la contact se definește ca deplasarea punctului  $A_W$  față de punctul  $A_D$  în timpul unui increment de timp,  $t_1$ .

Deplasările relative în contactele  $A$  și  $C$  la momentele  $t_1=t_0+\Delta t$  (Fig. II.3 a) sunt utilizate într-o relație forță-deformație pentru a determina forțele de contact. Se poate utiliza o lege forță-deformație incrementală de tipul următor:

$$\Delta F_n = K_n(\Delta n)_{t_1} = K_n v \Delta t \quad (\text{II.1})$$

unde:

$K$  – rigiditatea normală;

$\Delta F_n$  – incrementul forței normale.

Originea sistemului de coordonate ales este în punctul de contact dintre cele două discuri, iar direcția pozitivă  $I$  este orientată înspre discul  $y$  (Fig. II.3 a). Astfel, suma forțelor  $F_{(x)I}$  și  $F_{(y)I}$  pentru cele două discuri la momentul  $t_1=t_0+\Delta t$  este:

$$\begin{aligned} F_{(x)1} &= K_n(\Delta n)_{t1} \\ F_{(y)1} &= -K_n(\Delta n)_{t1} \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Aceste forțe sunt folosite pentru a determina accelerațiile discurilor aplicând a doua lege a lui Newton:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \\ \ddot{y} &= \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

unde:

$\ddot{x}$  – accelerația discului  $x$  în direcția  $I$ ;  
 $\ddot{y}$  – accelerația discului  $y$  în direcția  $I$ ;

Accelerațiile determinate conform relației (II.3) se consideră a fi constante de la momentul  $t_1=t_0+\Delta t$  la momentul  $t_2=t_0+2\Delta t$  și pot fi integrate pentru a determina vitezele:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{t_2} &= \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \Delta t \\ \dot{y}_{t_2} &= \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \Delta t \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

Deplasarea peretelui stânga (a punctului  $A_w$ ) la momentul  $t_1=t_0+\Delta t$  este:

$$\Delta n_{A_w t_1} = v \Delta t \quad (\text{II.5})$$

iar deplasarea punctului  $A_D$  la momentul  $t_1=t_0+\Delta t$  este:

$$\Delta n_{A_D t_1} = v_{disc} \Delta t = 0 \cdot \Delta t = 0 \quad (\text{II.6})$$

Deci distanța dintre punctele  $A_D$  și  $A_w$  la momentul  $t_1=t_0+\Delta t$  este:

$$\delta_{A_D-w t_1} = \Delta n_{A_w t_1} - \Delta n_{A_D t_1} = v \Delta t \quad (\text{II.7})$$

Deplasarea peretelui stânga (a punctului  $A_w$ ) la momentul  $t_2=t_0+2\Delta t$  este:

$$\Delta n_{A_w t_2} = 2v \Delta t \quad (\text{II.8})$$

iar deplasarea punctului  $A_D$  la momentul  $t_2=t_0+2\Delta t$  este:

$$\Delta n_{A_D t_2} = v_{disc} \Delta t \quad (\text{II.9})$$

unde

$$v_{disc} = a_{disc} \Delta t = \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \Delta t \quad (\text{II.10})$$

deci:

$$\Delta n_{ADt_2} = \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \Delta t \Delta t \quad (\text{II.11})$$

Astfel, distanța dintre punctele  $A_D$  și  $A_w$  la momentul  $t_2=t_0+2\Delta t$  este:

$$\delta_{AD-wt_2} = \Delta n_{Aw_{t_2}} - \Delta n_{ADt_2} = 2v\Delta t - \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \Delta t \Delta t \quad (\text{II.12})$$

iar incrementul de deplasare relativă al punctului de contact A (deplasarea relativă dintre  $A_w$  și  $A_D$ ) în pasul de timp  $t_2=t_0+2\Delta t$  este:

$$\Delta n_{At_2} = \delta_{AD-wt_2} - \delta_{AD-wt_1} = v\Delta t - \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \Delta t \Delta t \quad (\text{II.13})$$

Urmând același raționament, incrementele de deplasare relativă ale punctelor de contact A, B și C la momentul  $t_2=t_0+2\Delta t$  sunt:

$$\Delta n_{At_2} = \left( v - \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \Delta t \right) \Delta t \quad (\text{II.14})$$

$$\Delta n_{Bt_2} = \left( \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \Delta t - \frac{F_{(y)1}}{m_{(x)}} \Delta t \right) \Delta t \quad (\text{II.15})$$

$$\Delta n_{Ct_2} = \left( \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \Delta t - (-v) \right) \Delta t \quad (\text{II.16})$$

unde  $\Delta n_{(A)}$ ,  $\Delta n_{(B)}$  și  $\Delta n_{(C)}$  sunt considerate pozitive în compresiune.

Acest ciclu de calcul poate fi repetat – forțele corespunzătoare deplasărilor sunt determinate utilizând legea forță-deformație, relația (II.2), iar sumele forțelor sunt supuse legii a doua a lui Newton, relația (II.3), pentru a determina deplasările. În cazul general al unui ansamblu de mai multe discuri, legea forță-deformație este aplicată pentru fiecare contact iar suma vectorială a forțelor de contact este cea care definește forțele rezultante ce acționează asupra discurilor.

### II.3 Legea forță-deformație

Legea forță-deformație va fi prezentată pentru cazul a două discuri în contact, X și Y, cu razele  $R_{(x)}$  respectiv  $R_{(y)}$  și masele  $m_{(x)}$ , respectiv  $m_{(y)}$ , conform Fig. II.4. Coordonatele centrelor discurilor față de sistemul arbitrar de coordonate ales sunt:

$$\begin{aligned} x_i &= (x_1, x_2) \\ y_i &= (y_1, y_2) \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

unde 1 și 2 sunt axele sistemului de coordonate. Componentele vectorilor vitezelor sunt:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= (\dot{x}_1, \dot{x}_2) \\ \dot{y}_i &= (\dot{y}_1, \dot{y}_2)\end{aligned}\quad (\text{II.18})$$

iar vitezele unghiulare, considerate pozitive în sens trigonometric, sunt  $\dot{\theta}_{(x)}$  și  $\dot{\theta}_{(y)}$ . Punctele  $P_{(x)}$  și  $P_{(y)}$  sunt definite ca punctele de intersecție dintre segmentul ce unește centrele discurilor și perimetrul acestora.

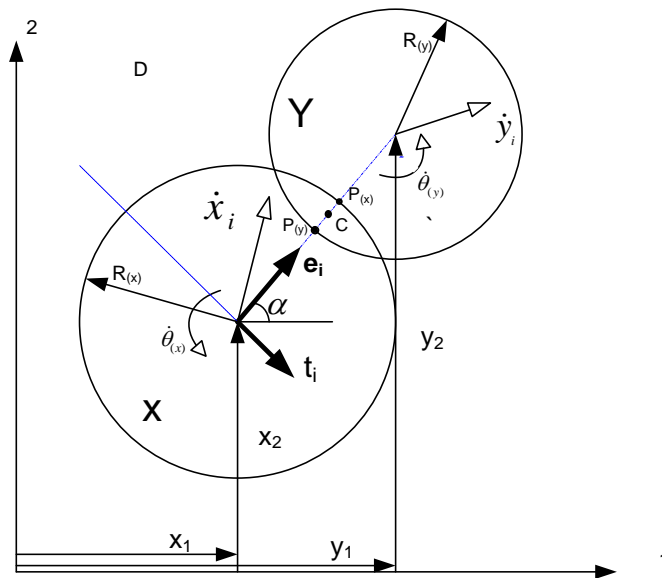


Fig. II.4: Discuri aflate în contact, suprapuse virtual [32]

Cele două discuri sunt considerate a fi în contact dacă distanța  $D$  dintre centrele lor este mai mică sau egală decât suma razelor:

$$D \leq R_x + R_y \quad (\text{II.19})$$

Dacă această condiție este îndeplinită, deplasarea relativă în contactul  $C$  este determinată prin integrarea vitezei relative. Viteza relativă la contact este definită ca viteza punctului  $P_{(x)}$  față de punctul  $P_{(y)}$ . Definim vectorul unitate  $e_i$  cu originea în centrul discului  $X$  și orientat către centrul discului  $Y$ :

$$e_i = \frac{y_i - x_i}{D} = (\cos \alpha, \sin \alpha) \quad (\text{II.20})$$

Vectorul unitate  $t_i$  se obține prin rotirea cu  $90^\circ$  în sens orar a vectorului  $e_i$ :

$$t_i = (e_2, -e_1) \quad (\text{II.21})$$

Viteza relativă a punctului  $P_{(x)}$  față de punctul  $P_{(y)}$  poate fi acum exprimată ca:

$$\dot{X}_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot t_i \quad (\text{II.22})$$

Componentele normală,  $\dot{n}$ , și tangențială,  $\dot{s}$ , ale vitezelor relative sunt proiecțiile lui  $\dot{X}_i$  pe  $e_i$ , respectiv  $t_i$ :

$$\dot{n} = \dot{X}_l \cdot e_i = (\dot{x}_l - \dot{y}_l) \cdot e_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot t_i \cdot e_i = (\dot{x}_l - \dot{y}_l) \cdot e_i \quad (\text{II.23})$$

$$\begin{aligned} \dot{s} = \dot{X}_l \cdot t_i &= (\dot{x}_l - \dot{y}_l) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot t_i \cdot t_i \\ &= (\dot{x}_l - \dot{y}_l) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

Integrând componentele vitezei relative în raport cu timpul obținem componentele  $\Delta n$  și  $\Delta s$  ale incrementului de deplasare relativă:

$$\Delta n = \dot{n} \cdot \Delta t = (\dot{x}_1 - \dot{y}_1) \cdot e_i \cdot \Delta t \quad (\text{II.25})$$

$$\Delta s = \dot{s} \cdot \Delta t = [(\dot{x}_1 - \dot{y}_1) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})] \cdot \Delta t \quad (\text{II.26})$$

Aceste incremente de deplasare relativă sunt utilizate în legea forță-deformație pentru a calcula incrementele forțelor normală și tangențială  $\Delta F_n$ , respectiv  $\Delta F_s$ :

$$\Delta F_n = k_n \cdot \Delta n = k_n \cdot (\dot{x}_1 - \dot{y}_1) \cdot e_i \cdot \Delta t \quad (\text{II.27})$$

$$\Delta F_s = k_s \cdot \Delta s = k_s \cdot [(\dot{x}_1 - \dot{y}_1) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})] \cdot \Delta t \quad (\text{II.28})$$

unde:

- $k_n$  – rigiditatea normală;
- $k_s$  – rigiditatea tangențială.

În cele din urmă, la fiecare pas de timp incrementele de forță  $\Delta F_n$  și  $\Delta F_s$  se adaugă la suma celor determinate în pașii anteriori,  $F_n$  și  $F_s$ :

$$\begin{aligned} (F_n)_N &= (F_n)_{N-1} + \Delta F_n \\ (F_s)_N &= (F_s)_{N-1} + \Delta F_s \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

unde indicii  $N$  și  $N-1$  se referă la momentele de timp  $t_N$  și  $t_{N-1}$  astfel încât  $t_N - t_{N-1} = \Delta t$ . Convenția de semn pentru forțele normală și tangențială ce acționează asupra discului  $X$  după cum sunt prezentate în Fig. II.5 presupune forțele pozitive acționând în direcțiile inverse ale vectorilor  $e_i$  și  $t_i$ .

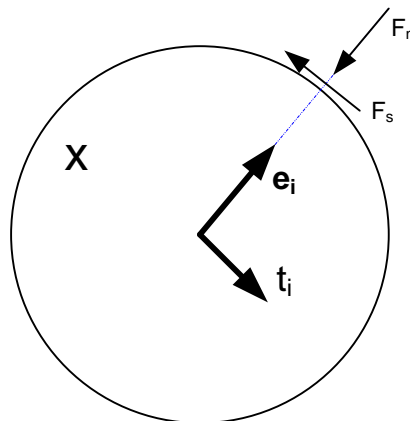


Fig. II.5: Convenția de semn pentru forțele  $F_n$  și  $F_s$  [32]

Legea de frecare de tip Coulomb poate fi încorporată după cum urmează. Valoarea maximă a forței tangențiale  $F_s$ , obținută precum este descris în relația (II.29), este comparată cu valoarea maximă posibilă  $(F_s)_{max}$ , definită ca:

$$(F_s)_{max} = F_n \tan \phi_u + C \quad (II.30)$$

unde:

$\phi_u$  – unghiul de frecare dintre cele două discuri în contact;  
 $C$  – forța de coeziune dintre cele două discuri.

Dacă valoarea absolută a lui  $(F_s)_N$  determinată din ecuația (II.29) este mai mare decât  $(F_s)_{max}$ ,  $(F_s)_N$  este păstrat a fi egal cu  $(F_s)_{max}$  păstrând semnul obținut din relația (II.30).

#### II.4 Ecuațiile de mișcare

În cazul general cu  $n$  discuri, vitezele  $\dot{x}_i$  și  $\dot{\theta}_i$  utilizate în legea forță-deformație, din relațiile (II.27) și (II.28), sunt obținute după cum urmează. Forța rezultantă și momentul la timpul  $t_n$  sunt presupuse a acționa asupra discului oarecare  $x$  în intervalul de timp  $\Delta t$  de la  $t_{N-1/2}$  la  $t_{N+1/2}$ . Aplicând legea a doua a lui Newton asupra discului  $x$  obținem:

$$m_{(x)}\ddot{x}_i = \sum F_{(x)i} \quad (II.31)$$

$$I_{(x)}\ddot{\theta}_{(x)} = \sum M_{(x)} \quad (II.32)$$

unde  $I_{(x)}$  – momentul de inerție al discului  $x$ .

Relațiile (II.31) și (II.32) pot fi rescrise sub formă matriceală astfel:

$$[M][A] = [F] \quad (II.33)$$

$$[I][A_\theta] = [M_F] \quad (II.34)$$

unde:

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n \end{pmatrix} - \text{matricea maselor} \quad (II.35)$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{x_1} & a_{y_1} \\ a_{x_2} & a_{y_2} \\ \vdots & \vdots \\ a_{x_{n-1}} & a_{y_{n-1}} \\ a_{x_n} & a_{y_n} \end{pmatrix} - \text{matricea accelerațiilor} \quad (II.36)$$

unde:

$$\vec{\ddot{x}}_i = \vec{a}_{x_i} + \vec{a}_{y_i} \quad (II.37)$$

$$F = \begin{pmatrix} f_{x_1} & f_{y_1} \\ f_{x_2} & f_{y_2} \\ \vdots & \vdots \\ f_{x_{n-1}} & f_{y_{n-1}} \\ f_{x_n} & f_{y_n} \end{pmatrix} - \text{matricea for\u0219elor} \quad (\text{II.38})$$

unde:

$$\vec{F}_i = \vec{f}_{x_i} + \vec{f}_{y_i} \quad (\text{II.39})$$

$$I = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & I_n \end{pmatrix} - \text{matricea momentelor de iner\u0219ie} \quad (\text{II.40})$$

$$A_\theta = \begin{pmatrix} a_{\theta x_1} & a_{\theta y_1} \\ a_{\theta x_2} & a_{\theta y_2} \\ \vdots & \vdots \\ a_{\theta x_{n-1}} & a_{\theta y_{n-1}} \\ a_{\theta x_n} & a_{\theta y_n} \end{pmatrix} - \text{matricea accelera\u021biilor unghiulare} \quad (\text{II.41})$$

unde:

$$\vec{\ddot{\theta}}_i = \vec{a}_{\theta x_i} + \vec{a}_{\theta y_i} \quad (\text{II.42})$$

\u0219i

$$M_F = \begin{pmatrix} M_{x_1} & M_{y_1} \\ M_{x_2} & M_{y_2} \\ \vdots & \vdots \\ M_{x_{n-1}} & M_{y_{n-1}} \\ M_{x_n} & M_{y_n} \end{pmatrix} - \text{matricea momentelor} \quad (\text{II.43})$$

Consider\u00e2nd  $\ddot{x}_i$  \u0219i  $\ddot{\theta}_{(x)}$  constante \u00eentr-un pas de timp  $\Delta t$ , rela\u021biile (II.31) \u0219i (II.32) conduc la urm\u00e2toarele expresii ale vitezelor:

$$\dot{x}_{i_{N+\frac{1}{2}}} = \dot{x}_{i_{N-\frac{1}{2}}} + \left[ \sum \frac{F_{(x)_i}}{m_{(x)}} \right]_N \Delta t \quad (\text{II.44})$$

$$\dot{\theta}_{(x)_{N+\frac{1}{2}}} = \dot{\theta}_{(x)_{N-\frac{1}{2}}} + \left[ \sum \frac{M_{(x)}}{I_{(x)}} \right]_N \Delta t \quad (\text{II.45})$$

Aceste rela\u021bii sunt aplicate pe r\u00e2nd fiec\u00e2rui disc, valorile ob\u021binute pentru viteze put\u00e2nd fi utilizate \u00een legea for\u0219\u00e2-deplasare, ciclul put\u00e2nd fi repetat pentru urm\u00e2torul pas de timp.

Totodat\u00e2, integr\u00e2nd rela\u021biile anterioare se pot ob\u021bine \u0219i transla\u021biile \u0219i rota\u021biile discurilor:

$$x_{i_{N+1}} = x_{i_N} + \dot{x}_{i_{N+\frac{1}{2}}} \Delta t \quad (\text{II.46})$$



$$\theta_{(x)_{N+1}} = \theta_{(x)_N} + \dot{\theta}_{(x)_{N+\frac{1}{2}}}\Delta t \quad (\text{II.47})$$

Pentru a lua în considerare forțele gravitaționale, se poate adăuga termenul  $m_{(x)}g_i$  la suma forțelor  $\Sigma F_{(x)i}$  în relația (II.44), unde  $g_i=(g_1, g_2)$  reprezintă cele două componente ale vectorului accelerației gravitaționale.

## II.5 Evaluarea forțelor de contact

Interacțiunea dintre două corpuri în contact poate fi reprezentată prin forțele de contact  $F_i$  și  $F_j$ , acestea satisfacând legea a treia a lui Newton, deci:

$$\vec{F}_i = -\vec{F}_j \quad (\text{II.48})$$

Considerând  $F=F_i$  și descompunând forța în componentele normală și tangențială (Fig. II.6),  $F_n$ , respectiv  $F_s$ , obținem:

$$\vec{F} = \vec{F}_n + \vec{F}_s = F_n \cdot \vec{n} + \vec{F}_s \quad (\text{II.49})$$

unde  $\vec{n}$  este vectorul unitate normal pe suprafața particulei în punctul de contact (i.e. direcția vectorului este descrisă de dreapta care leagă centrele celor două particule în contact) orientat dinspre particulă spre exterior.

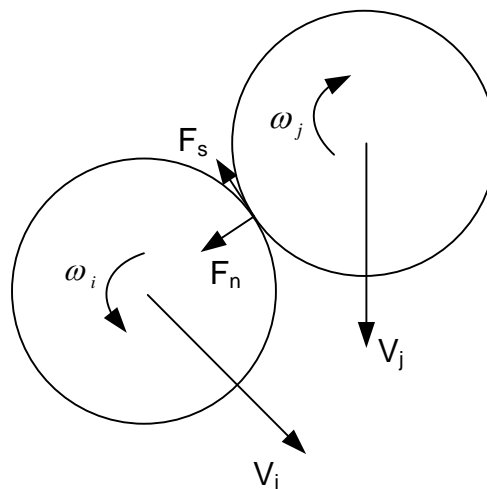


Fig. II.6: Descompunerea forțelor de contact în componentele normală și tangențială [34]

Forțele de contact  $F_n$  și  $\vec{F}_s$  sunt obținute pe baza modelului constitutiv formulat pentru contactul dintre cele două corpuri rigide. În lucrarea de față, contactul este caracterizat printr-o rigiditate normală  $K_n$ , una tangențială  $K_s$ , coeficientul de frecare de tip Coulomb,  $\mu$ , și coeficientul de amortizare  $c_n$ .

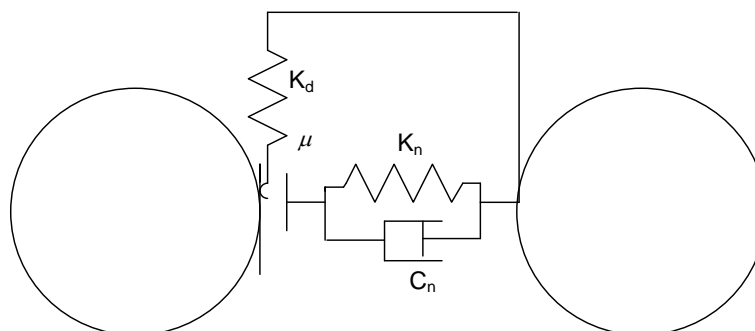


Fig. II.7: Model de contact general (cu frecare și amortizare) [34]

### II.5.1 Forțele normale

Forța normală de contact poate fi descompusă în componenta elastică  $F_{ne}$  și cea de amortizare  $F_{nd}$ :

$$F_n = F_{ne} + F_{nd} \quad (\text{II.50})$$

Partea de amortizare este folosită pentru reducerea oscilațiilor forțelor de contact și pentru disiparea energiei cinetice.

Componenta elastică este proporțională cu rigiditatea normală  $K_n$  și cu suprapunerea dintre particule,  $\delta$ :

$$F_{ne} = K_n \cdot \delta \quad (\text{II.51})$$

Suprapunerea se determină ca diferența dintre distanța dintre centrele celor două particule,  $D$ , și suma razelor acestora,  $R_1$  și  $R_2$ :

$$\delta = D - (R_1 + R_2) \quad (\text{II.52})$$

În cazul în care modelul este pentru material fără coeziune nu se admit forțe de întindere, adică  $F_{ne} \leq 0$ . Astfel, relația (II.51) este valabilă doar dacă  $\delta < 0$ , altfel  $F_{ne} = 0$ .

Forța de amortizare este de tip vâscos, astfel:

$$F_{nd} = c_n \cdot v_n \quad (\text{II.53})$$

unde  $v_n$  este componenta normală a vitezei relative dintre cele două particule în contact:

$$v_n = (\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{n} \quad (\text{II.54})$$

Coefficientul de amortizare  $c_n$  poate fi considerat ca o fracțiune din coeficientul de amortizare critic  $C_{cr}$  pentru un sistem cu două corpuri rigide cu masele  $m_1$  și  $m_2$ , legate printr-un resort de rigiditate  $k_n$ , definit astfel [35]:

$$C_{cr} = 2 \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2 \cdot k_n}{m_1 + m_2}} \quad (\text{II.55})$$

### II.5.2 Forțele tangențiale de frecare

În cazul modelelor necoezive, sau a căror coeziune inițială a fost pierdută, forța de reacțiune tangențială  $F_s$  este de natură fricțională, acționând în sens opus mișcării relative în punctul de contact. Viteza tangențială relativă în punctul de contact,  $v_{rs}$ , este calculată astfel:

$$\vec{v}_{rs} = \vec{v}_r - \vec{v}_r \cdot \vec{n} \quad (\text{II.56})$$

unde:

$$\vec{v}_r = (\vec{u}_2 + \vec{\omega}_2 \times \vec{r}_{c2}) - (\vec{u}_1 + \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_{c1}) \quad (\text{II.57})$$

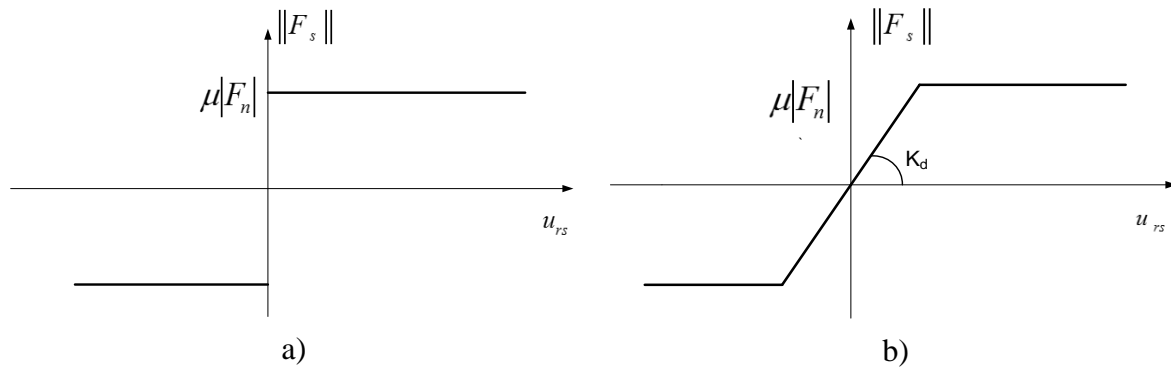
unde:

$\vec{u}_1$  și  $\vec{u}_2$  – vitezele translaționale;

$\vec{\omega}_1$  și  $\vec{\omega}_2$  – vitezele rotaționale;

$\vec{r}_{c1}$  și  $\vec{r}_{c2}$  – vectorii cu originea în centrele particulelor și vârfurile în punctul de contact.

Relația dintre forța de frecare  $\|F_s\|$  și deplasarea tangențială relativă  $u_{rs}$  pentru modelul clasic Coulomb, în cazul unei forțe normale constante  $F_n$ , este descrisă în Fig. II.8 a). Această relație ar produce oscilații ale forței de frecare în soluția numerică ca urmare a unor posibile schimbări ale direcției vitezei de alunecare. Pentru a preveni acest fenomen, se poate regulariza modelul de frecare al lui Coulomb (Fig. II.8 b). Procedura de regularizare aleasă presupune descompunerea vitezei relative tangențiale în componenta reversibilă și cea ireversibilă, respectiv  $\vec{v}_{rs}^r$  și  $\vec{v}_{rs}^{ir}$ .



**Fig. II.8: Relația dintre forța de frecare și deplasarea tangențială relativă: a) legea lui Coulomb; b) legea lui Coulomb, regularizată [34]**

$$\vec{v}_{rs} = \vec{v}_{rs}^r + \vec{v}_{rs}^{ir} \quad (\text{II.58})$$

Relația de mai sus este echivalentă cu formularea problemei de frecare în contact precum un model elasto-plastic, după cum se poate observa în relația forță-deplasare prezentată în Fig. II.8 b). Această analogie ne permite să calculăm forța de frecare utilizând un algoritm standard. Prima stare ipotetică este calculată astfel:

$$\vec{F}_s^{trial} = \vec{F}_s^{old} - K_s \cdot \vec{v}_{rs} \cdot \Delta t \quad (\text{II.59})$$

apoi se verifică o condiție de alunecare:

$$\phi^{trial} = \|\vec{F}_s^{trial}\| - \mu\|F_n\| \quad (\text{II.60})$$

Dacă  $\phi^{trial} \leq 0$  nu există alunecare, iar forța de frecare este chiar valoarea încercată,  $\vec{F}_s^{trial}$ , altfel există alunecare iar forța de frecare este calculată astfel:

$$\vec{F}_s^{new} = \begin{cases} \vec{F}_s^{trial}, & \phi^{trial} \leq 0 \\ \mu|F_n| \cdot \frac{\vec{F}_s^{trial}}{\|\vec{F}_s^{trial}\|}, & \phi^{trial} > 0 \end{cases} \quad (\text{II.61})$$

## II.6 Amortizarea

Amortizarea este o funcție de viteza relativă a corpurilor în contact, însă uneori este necesar să aplicăm amortizare chiar și corpurilor care nu sunt în contact pentru a disipa energia acestora. Putem considera două tipuri de amortizare, vâscoasă sau non-vâscoasă. În ambele cazuri, forțele de amortizare,  $\vec{F}_i^{damp}$  și  $\vec{T}_i^{damp}$ , sunt adăugate la relațiile (II.31) și (II.32):

$$m_i \cdot \vec{u}_i = \vec{F}_i + \vec{F}_i^{damp} \quad (\text{II.62})$$

$$I_i \cdot \vec{\omega}_i = \vec{M}_i + \vec{T}_i^{damp} \quad (\text{II.63})$$

unde:

$$\vec{F}_i^{damp} = -\alpha^{vt} \cdot m_i \cdot \vec{u}_i \quad \text{– amortizare vâscoasă} \quad (\text{II.64})$$

$$\vec{F}_i^{damp} = -\alpha^{nvt} \|\vec{F}_i\| \cdot \frac{\vec{u}_i}{\|\vec{u}_i\|} \quad \text{– amortizare non-vâscoasă} \quad (\text{II.65})$$

și

$$\vec{T}_i^{damp} = -\alpha^{vr} \cdot I_i \cdot \vec{\omega}_i \quad \text{– amortizare vâscoasă} \quad (\text{II.66})$$

$$\vec{T}_i^{damp} = -\alpha^{nvr} \|\vec{M}_i\| \cdot \frac{\vec{\omega}_i}{\|\vec{\omega}_i\|} \quad \text{– amortizare non-vâscoasă} \quad (\text{II.67})$$

unde  $\alpha^{vt}$ ,  $\alpha^{vr}$ ,  $\alpha^{nvt}$  și  $\alpha^{nvr}$  sunt constante de amortizare. Se poate observa din relațiile (II.64)-(II.67) că atât termenii vâscoși și cei non-vâscoși sunt opuși vitezei, iar diferența constă în evaluarea forței de amortizare. Amortizarea vâscoasă este proporțională cu viteza, iar cea non-vâscoasă este proporțională cu rezultantele forței și a momentului.

Se poate obține o stare de echilibru cvasi-static al particulelor prin aplicarea amortizării adecvate. Amortizarea aplicată în astfel de probleme trebuie să fie suficient de mare pentru a obține un răspuns global non-oscilant.

*Don't fight forces, use them*

R. Buckminster Fuller

### ***III. MODELE DE CONTACT***



### III.1 Modelul de contact linear-elastic cu amortizare Coulomb (LSD)

Modelul de contact linear-elastic cu amortizare, pentru contactul normal, a fost introdus de Cundall și Strack [32] în formularea inițială a metodei. Contactul normal este modelat printr-un sistem alcătuit dintr-un resort linear și un amortizor.

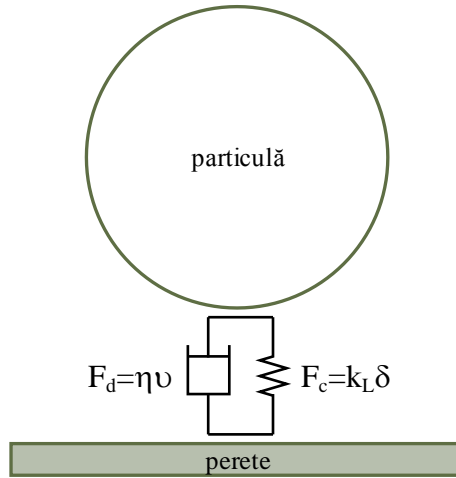


Fig. III.1: Abstractizare a modelului de contact linear-elastic cu amortizare (după Malone și Xu [36])

Pentru situația prezentată în Fig. III.1, forța de respingere,  $F_c$ , care acționează asupra particulei ca urmare a contactului cu baza este direct proporțională cu suprapunerea dintre particulă și perete:

$$F_c = k_L \cdot \delta \quad (\text{III.1})$$

unde  $k_L$  este constanta elastică a resortului. Dacă sistemul este format doar din acest resort, nu se disipă energie în urma contactului, acesta fiind perfect elastic. În realitatea însă există disipare de energie la contact, prin deformații plastice sau chiar energie termică sau acustică. Pentru a lua în considerare aceste pierderi de energie, se poate introduce un amortizor:

$$F_d = \eta \cdot v \quad (\text{III.2})$$

unde:

- $F_d$  – forța de amortizare;
- $\eta$  – coeficientul de amortizare;
- $v$  – viteza relativă.

Dacă neglijăm partea tangențială a contactului, atunci relația generală de echilibru între forțele ce acționează asupra unei particule  $i$ , de masă  $m_i$ , este:

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_{j=1}^{k_i} (F_{c_{ij}} + F_{d_{ij}}) + m_i g \quad (\text{III.3})$$

unde:

- $v_i$  – viteza de translație a particulei  $i$ ;
- $k_i$  – numărul de particule în contact cu particula  $i$  la momentul  $t$ ;
- $F_{c_{ij}}$  – forța de contact între particulele  $i$  și  $j$ ;
- $F_{d_{ij}}$  – forța de amortizare între particulele  $i$  și  $j$ .



Dacă neglijăm greutatea particulei, relația de mai sus poate fi rescrisă explicitând forțele de contact cu ajutorul expresiilor definite în (III.1) și (III.2), obținând ecuația de mișcare pentru sistemul linear-elastic cu amortizare (LSD):

$$m_i \frac{d^2\delta}{dt^2} + \eta \frac{d\delta}{dt} + k_L \cdot \delta = 0 \quad (\text{III.4})$$

### III.2 Modelul de contact elastic ne-linear cu amortizare (HSD)

Modelul de contact ne-linear HSD (în engleză – non-linear Hertzian Spring Dashpot) este bazat pe teoria lui Hertz (1882) [37]. Acesta a rezolvat problema contactului fără frecare dintre două corpuri elastice cu suprafețe curbe, punând bazele mecanicii contactului. Teoria lui Hertz presupune că interfața de contact este suficient de mică pentru a nu modifica semnificativ geometria obiectelor în contact. Soluția aproximează suprafața sferică printr-o curbă parabolică cu o rază minimă echivalentă.

În modelul HSD, forța de respingere,  $F_c$ , se determină astfel:

$$F_c = k_H \cdot \delta^{3/2} \quad (\text{III.5})$$

unde  $k_H$  este constanta resortului Hertzian ne-linear. Forța de amortizare se poate calcula utilizând relația (III.2) (conform [38], [39]) deși este mai frecvent întâlnită utilizarea relației introduse de Tsuji et al. (1992) [40]:

$$F_d = \eta \cdot v \cdot \delta^{1/4} \quad (\text{III.6})$$

Dacă neglijăm greutatea particulei, relația (III.3) poate fi rescrisă explicitând forțele de contact cu ajutorul expresiilor definite în (III.5)(III.1) și (III.6), obținând ecuația de mișcare pentru sistemul ne-linear HSD:

$$m_i \frac{d^2\delta}{dt^2} + \eta \delta^{1/4} \frac{d\delta}{dt} + k_H \cdot \delta^{3/2} = 0 \quad (\text{III.7})$$

### III.3 Relația dintre constantele resorturilor și suprapunere

Suprapunerile care au loc între particule trebuie să fie suficient de mici pentru a nu influența semnificativ comportamentul întregului material, dar suficient de mari pentru a reduce din timpul de calcul. Deoarece MED este aplicabilă pentru diverse sisteme, dimensiunea acceptată a suprapunerii poate varia de la o situație la alta. În mod evident, rigiditatea resorturilor are o influență directă asupra mărimii suprapunerii (respectiv a mărimii pasului de timp ales) acestea trebuind a fi corelate pentru a compensa efectele.

Numeroase lucrări în domeniu au făcut precizări cu privire la efectul rigidității resorturilor asupra mărimii suprapunerilor. Yuu et al. [41] au observat că în modelul lor, variind rigiditatea între  $7 \times 10^3$  și  $7 \times 10^7$  N/m nu a avut un efect semnificativ asupra comportării unui material granular supus unei simulări de descărcare printr-o pâlnie, însă nu au precizat dimensiunile suprapunerilor dintre particule. Efectul rigidității contactului asupra fluidizării materialelor coezive a fost subliniat de Moreno-Atanasio et al. [42]. Rezultatele acestora arată că pentru valori mari ale energiei la suprafața de contact, de-fluidizarea are loc pentru sisteme cu rigiditate de contact redusă, iar o fluidizare fluentă se petrece pentru valori mari ale rigidității.

Importanța mărimii suprapunerii dintre particule a fost studiată de către Di Renzo și Di Maio [43], autorii observând că utilizarea în modelele lor a unor rigidități de 800 N/m a condus la suprapuneri normale de 74 de ori mai mari decât diametrele particulelor, valori evident nepermise. Astfel de valori ale rigidităților sunt utilizate în general pentru simulări MED ale paturilor fluidizate ([44], [45], [46]).

Milburn et al. [47] au utilizat rigidități de 1000 N/m în modelarea unor paturi de sfere de bronz. Aceștia menționează că această valoare a rigidității a condus la suprapuneri de ordinul a 0.1% din diametrul particulei și că mărirea rigidității nu a influențat semnificativ dinamica sistemului. Utilizarea unor valori reduse a rigidității pare o soluție viabilă pentru modelul LSD, în timp ce pentru modelul HSD, rigiditatea se poate calcula pe baza proprietăților mecanice și geometrice ale materialului [48]:

$$k_H = \frac{4}{3} \frac{E}{(1-\nu)} \sqrt{R} \quad (\text{III.8})$$

unde:

- $k_H$  – rigiditatea resortului HSD;
- $E$  – modulul lui Young;
- $\nu$  – coeficientul lui Poisson;
- $R$  – raza particulei.

Se pot face corelări matematice între rigiditatea resortului și dimensiunea suprapunerii. Conform Mishra și Murty [49], rigiditatea resortului LSD depinde de viteza de impact,  $v_i$ , și de suprapunerea obținută,  $\delta_{v_i}$ , considerând principiul conservării energiei într-o ciocnire perfect elastică, egalând deci energia cinetică a particulei cu energia resortului:

$$\frac{m \cdot v_i^2}{2} = \frac{k_L \cdot \delta_{v_i}^2}{2} \quad (\text{III.9})$$

deci

$$k_L = \frac{m \cdot v_i^2}{\delta_{v_i}^2} \quad (\text{III.10})$$

Similar, se poate obține expresia rigidității unui resort HSD:

$$k_H = \frac{5}{4} \frac{m \cdot v_i^2}{\delta_{v_i}^{5/2}} \quad (\text{III.11})$$

Pentru a obține rigiditatea necesară unei anumite suprapuneri, este necesară cunoașterea vitezei la impact. În general, se poate stabili relația dintre rigiditate și suprapunere pe baza unei viteze de impact estimată ca viteza maximă ce poate apărea în sistemul dat. Cel mai simplu mod de a estima această viteză, este de a presupune că este egală cu viteza de contact dintre o particulă lăsată să cadă liber de la cea mai mare înălțime a sistemului ( $h_{max}$ ) și baza sistemului. Astfel, presupunând că energia potențială a unei particule la înălțimea  $h_{max}$  este egală cu energia cinetică la contactul cu baza, obținem:

$$m \cdot g \cdot h_{max} = \frac{m \cdot v_i^2}{2} \quad (\text{III.12})$$

rezultă

$$v_i^2 = 2 \cdot g \cdot h_{max} \quad (\text{III.13})$$

Astfel, relațiile pentru rigiditățile resorturilor pot fi exprimate în funcție de înălțimea maximă a sistemului:

$$k_L = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h_{max}}{\delta_{v_i}^2} \quad (\text{III.14})$$

respectiv

$$k_H = \frac{5}{2} \frac{m \cdot g \cdot h_{max}}{\delta_{v_i}^{5/2}} \quad (\text{III.15})$$

Relațiile astfel determinate pot supraestima vitezele de impact, respectiv rigiditățile resorturilor, dar reprezintă o metodă viabilă în situațiile în care principala acțiune externă este gravitația.

### III.4 Modele constitutive coezive

#### III.4.1 Modelul elastic-perfect casant

Modelul de contact elastic-perfect casant este caracterizat printr-un comportament elastic atunci când legăturile de coeziune sunt active. Aceste legături suferă o rupere instantanee atunci când rezistența lor este depășită. Când două particule au o legătură, forțele de contact pe direcții normală și tangențială sunt calculate din relațiile constitutive:

$$\sigma = k_n u_n \quad (\text{III.16})$$

$$\tau = k_t u_t \quad (\text{III.17})$$

unde:

$\sigma$  și  $\tau$  – forțele de contact normală, respectiv tangențială;  
 $k_n$  și  $k_t$  – rigiditățile contactului pe direcție normală, respectiv tangențială;  
 $u_n$  și  $u_t$  – deplasările pe direcție normală, respectiv tangențială.

Criteriul de cedare al coeziunii (2D) este descris astfel:

$$\sigma \leq R_n \quad (\text{III.18})$$

$$\tau \leq R_t \quad (\text{III.19})$$

unde  $R_n$  și  $R_t$  sunt rezistențele interfeței pe direcție normală, respectiv tangențială. În absența coeziunii, forța normală poate fi doar de compresiune:

$$\sigma \leq 0 \quad (\text{III.20})$$

iar valoarea forței tangențiale (pozitivă) este dată de:

$$\tau = \begin{cases} \mu|\sigma|, & \sigma < 0 \\ 0, & \sigma \geq 0 \end{cases} \quad (III.21)$$

Forța de frecare este dată de relația de mai sus, fiind o exprimare a legii de frecare a lui Coulomb,  $\mu$  fiind coeficientul de frecare.

Legile de contact în modelul elastic-perfect casant pentru direcțiile normală și tangențială sunt descrise în Fig. III.2 și Fig. III.3. Suprafața de cedare definită de relațiile (III.18) și (III.19) este prezentată în Fig. III.4.

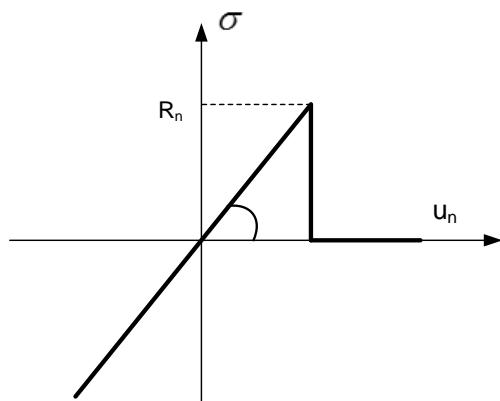


Fig. III.2: Legea forță-deplasare pentru forța normală în modelul elastic-perfect casant [34]

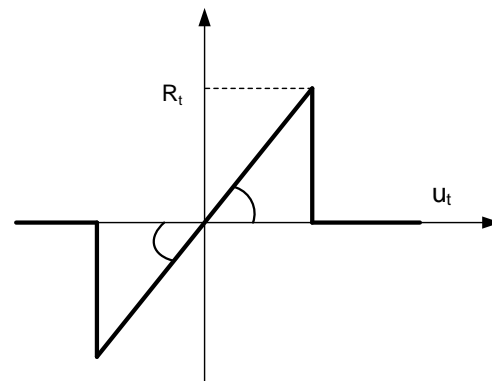


Fig. III.3: Legea forță-deplasare pentru forța tangențială în modelul elastic-perfect casant [34]

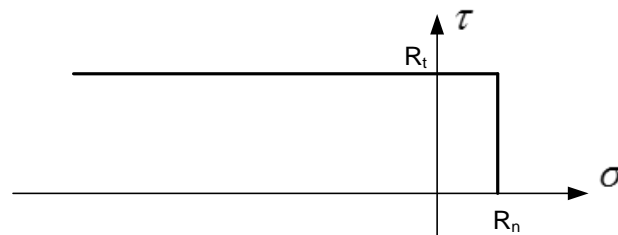


Fig. III.4: Suprafața de cedare pentru modelul elastic-perfect casant [34]

### III.4.2 Modelul elasto-plastic cu degradare lineară

Modelele elasto-plastice [50] [51] presupun contacte pur elastice pentru forțe mai mici decât o valoare de curgere. Forțe mai mari decât valoarea de curgere duc la deformații plastice, iar curba de descărcare prezintă comportament de tip histerezis, ducând la deformații remanente.

Modelul elasto-plastic cu degradare lineară este bazat pe cel elasto-plastic pentru direcțiile normală și tangențială:

$$\sigma = k_n(u_n - u_n^p) \quad (III.22)$$

iar

$$\tau = k_t(u_t - u_t^p) \quad (III.23)$$

unde:

$\sigma$  și  $\tau$  – forțele de contact normală, respectiv tangențială;  
 $k_n$  și  $k_t$  – rigiditățile contactului pe direcție normală, respectiv tangențială;  
 $u_n$  și  $u_t$  – deplasările pe direcție normală, respectiv tangențială;  
 $u_n^p$  și  $u_t^p$  – deplasările normală și tangențială din deformații plastice.

Combinând întinderea și forfecarea, criteriul de curgere se poate scrie ca:

$$F(\sigma, \tau, \alpha) = \sqrt{\sigma^2 + m^2 \cdot \tau^2} - \sigma_Y(\alpha) = 0 \quad (\text{III.24})$$

unde:

$\sigma_Y$  – efortul de curgere pentru întindere pură;

$m$  – definește raportul dintre rezistențele la interfață pe direcții normală și tangențială:

$$m = \frac{\sigma_Y^0}{\tau_Y^0} \quad (\text{III.25})$$

$\alpha$  – parametrul de degradare, definit ca:

$$\alpha = \int_0^t \sqrt{(\dot{u}_n^p)^2 + m^2 (\dot{u}_t^p)^2} \quad (\text{III.26})$$

Curgerea sub efectul combinat al compresiunii și forfecării poate fi descrisă de criteriul de cedare Mohr-Coulomb:

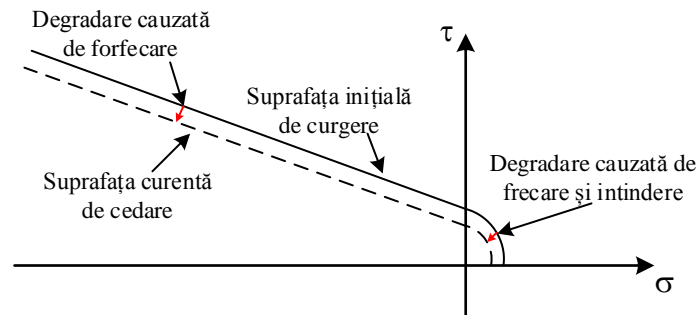
$$F(\sigma, \tau, \alpha) = |\tau| + \mu|\sigma| - \tau_Y(\alpha) = 0 \quad (\text{III.27})$$

unde:

$\mu$  – coeficientul de frecare Coulomb;

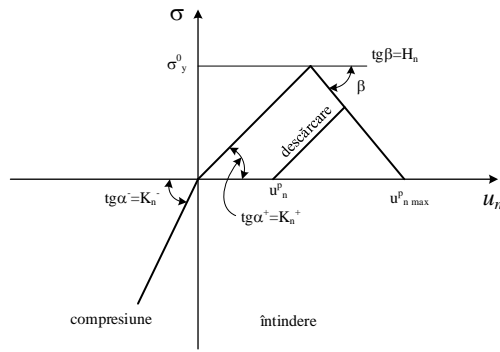
$\tau_Y(\alpha)$  – definește coeziunea la interfață.

Suprafața de cedare caracterizată de relația de mai sus este reprezentată grafic în Fig. III.5.

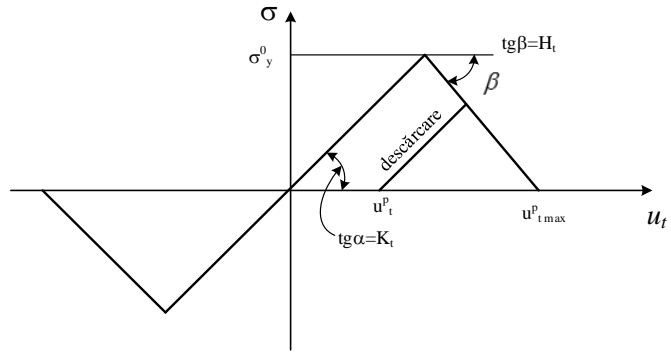


**Fig. III.5:** Suprafața de cedare pentru modelul elasto-plastic cu degradare liniară (după Oñate și Rojek, 2004 [34])

Relațiile forță-deplasare în modelul elasto-plastic pentru direcțiile normală și tangențială sunt prezentate grafic în Fig. III.6, respectiv Fig. III.7.



**Fig. III.6: Modelul de contact elasto-plastic cu degradare - direcția normală [34]**



**Fig. III.7: Modelul de contact elasto-plastic cu degradare - direcția tangențială [34]**

Legile de contact elasto-plastic cu degradare lineară, descrise pentru forța de forfecare și cea normală, unde  $H_n$  și  $H_t$  sunt modulii de degradare a eforturilor de curgere de întindere, respectiv de forfecare:

$$\sigma_Y = \sigma_Y^0 - H_n \cdot u_n^p = \sigma_Y^0 - H_n \cdot \alpha \tag{III.28}$$

$$\tau_Y = \tau_Y^0 - H_t \cdot u_t^p = \tau_Y^0 - \frac{H_t}{m} \cdot \alpha \tag{III.29}$$

### III.4.3 Modelul cu degradare elastică a legăturii

Modelul elastic-perfect casant (cap. III.4.1) poate fi dezvoltat pentru a integra degradarea elastică a legăturii prin considerarea unui comportament de degradare definit printr-un modul de degradare  $H$ , introdus în relația forță-deplasare. Legea constitutivă pentru cazul uni-dimensional este:

$$\sigma = k_n^D u_n = (1 - \omega) k_n u_n \tag{III.30}$$

unde:

- $k_n^D$  – modulul secant de degradare elastică;
- $\omega$  – parametru scalar al degradării.

$\omega$  este o măsură a degradării materialului. Pentru starea inițială (nedeградată)  $\omega = 0$  iar pentru o stare degradată,  $0 < \omega \leq 1$ . Parametrul scalar al degradării poate fi exprimat astfel:

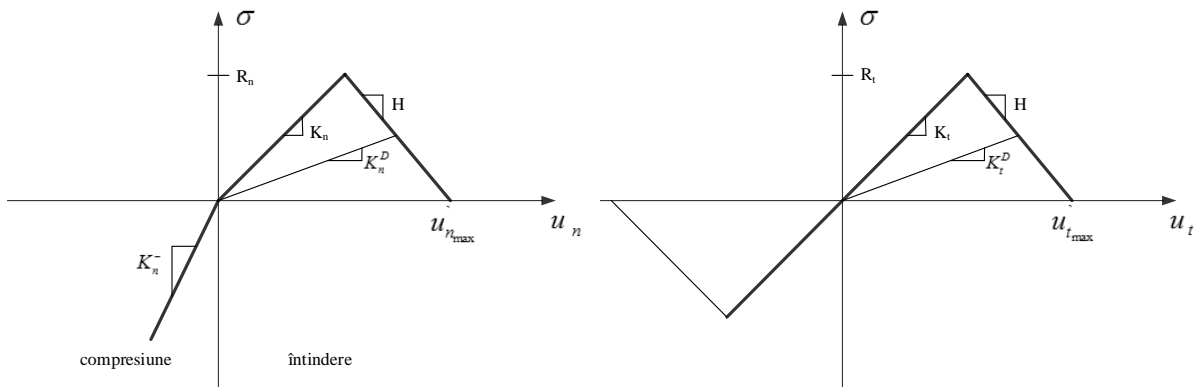
$$\omega = \frac{\psi(u_n) - 1}{\psi(u_n)} \tag{III.31}$$

unde  $\psi(u_n)$  este definit ca:

$$\psi(u_n) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } u_n \leq \frac{R_n}{k_n} \\ \frac{k_n^2 u_n}{H R_n + k_n R_n - H k_n u_n} & \text{pentru } \frac{R_n}{k_n} \leq u_n \leq \frac{R_n}{k_n} + \frac{R_n}{H} \\ \infty & \text{pentru } u_n \geq \frac{R_n}{k_n} + \frac{R_n}{H} \end{cases} \tag{III.32}$$

unde:

$R_n$  – rezistența la întindere inițială;  
 $H$  – modulul de degradare (în valoare absolută).



**Fig. III.8: Modelul de contact cu degradare elastică a legăturii - direcția normală [34]**

**Fig. III.9: Modelul de contact cu degradare elastică a legăturii - direcția tangențială [34]**

O lege forță-deplasare similară poate fi definită și pentru direcția tangențială. Astfel, degradarea poate surveni atât din întindere cât și din forfecare. Deși interacțiunea este descompusă pe cele două direcții, degradarea contactului ca urmare a acțiunii pe o direcție va introduce o degradare și pe cealaltă direcție.

*The problem in this business is not to keep people from stealing your ideas; it's making them steal your ideas*

Howard Aiken

#### **IV. *TEHNICI ACTUALE DE CALCUL UTILIZATE ÎN INGINERIA GEOTEHNICĂ***





## IV.1 Procedee de calcul recomandate de SR EN 1997

Conform SR EN 1997-1 [52], normativ ce reglementează proiectarea geotehnică în România, respectiv în Europa, proiectarea geotehnică se poate realiza prin patru moduri:

- prin calcul;
- pe baza unor măsuri prescriptive;
- pe baza încărcărilor de probă și încercărilor asupra modelelor experimentale;
- prin metoda observațională.

**Proiectarea geotehnică prin calcul**, cea mai răspândită în practica uzuală, presupune un model de calcul care poate fi:

- un model analitic;
- un model semi-empiric;
- un model numeric.

Detalii privind diferite modele de calcul ce pot fi utilizate sunt prezentate în capitolele 0, IV.3 și IV.4.

În același timp, se precizează că modelul trebuie să fie exact, sau cel puțin să ofere rezultate de partea siguranței. Metodele numerice se consideră a fi potrivite dacă sunt luate în considerare la starea limită compatibilitatea deformațiilor sau interacțiunea teren-structură. Astfel, interacțiunea teren-structură capătă o importanță majoră în determinarea performanțelor unei metode de calcul.

Proiectarea pe bază de **măsuri prescriptive** poate fi utilizată atunci când o experiență comparabilă elimină necesitatea unor calcule de dimensionare. Poate fi de asemenea utilizată pentru a se asigura durabilitatea față de acțiunea înghețului și atacurilor chimice sau biologice, pentru care calculele directe nu sunt în general potrivite.

Eurocod 7 [52] precizează că se pot utiliza **încărcările de probă și încercările asupra modelelor experimentale** pentru justificarea unei anumite lucrări, dacă se iau în considerare anumite aspecte. Încercările se pot efectua asupra unui tronson din lucrarea reală sau asupra unor modele la scară naturală sau redusă.

Proiectarea prin **metoda observațională** poate fi utilizată atunci când prognozarea comportării geotehnice a unei lucrări este dificilă, proiectul fiind revizuit pe parcursul execuției.

Prezentul capitol este dedicat studiului proiectării prin calcul, aceasta fiind și cea mai utilizată metodă în practica inginerescă. Se vor descrie sumar câteva metode empirice, semi-empirice, analitice, dar mai ales numerice care conduc la rezultate general acceptate ca fiind acoperitoare și suficient de economice pentru a fi utilizate. Pe lângă acestea, se vor detalia câteva exemple în care modelarea s-a efectuat utilizând metoda elementelor discrete, chiar dacă lucrările respective au mai degrabă un caracter științific decât ingineresc.

## IV.2 Modelarea fundațiilor directe

### IV.2.1 Principii generale

Conform NP 112/2004 – Normativ pentru proiectarea structurilor de fundare directă [53], cap. I.3.1 (cerințe generale), la proiectarea geotehnică a fundațiilor de suprafață trebuie utilizată una din metodele următoare sau o combinație între acestea:

- O metodă directă în care se efectuează calculele specifice pentru fiecare stare limită pertinentă. La verificarea la o anumită stare limită, calculul trebuie să modeleze cât mai bine cu putință mecanismul de cedare prevăzut.
- O metodă indirectă bazată pe experiențe comparabile și pe rezultatele încercărilor pe teren sau în laborator sau pe observații, aleasă în corelare cu încărcările la starea limită de exploatare normală, astfel încât să fie satisfăcute cerințele pentru toate stările limită pertinente.
- O metodă prescriptivă bazată pe valori ale unor presiuni acceptabile.

Pentru proiectarea fundațiilor directe solicitate la acțiuni seismice, calculul se realizează conform GP 014/1997 – Calculul terenului de fundare la acțiuni seismice în cazul fundării directe [54].

### IV.2.2 Metode de modelare a terenului de fundare

Soluțiile în modelarea pământului s-au bazat pe legea de elasticitate liniară a lui Hooke, pentru a descrie comportamentul pământului sub încărcări, precum și pe legea lui Coulomb, de plasticitate perfectă pentru a descrie cedarea pământului. Totuși este cunoscut faptul că pământul nu este nici liniar elastic, și nici perfect plastic, comportamentul acestuia variind foarte mult după condițiile de încărcare la care este supus. De-a lungul timpului au fost propuse modele constitutive ale terenului de fundare din ce în ce mai complexe, care să poată îngloba cât mai multe aspecte ale comportării pământului.

Astfel, din diferitele legi de comportare ale pământului (Mohr-Coulomb (Fig. IV.1), Drucker-Prager (Fig. IV.1), Cam-Clay (Fig. IV.2), Soft-Soil (Fig. IV.3), Duncan-Chang), au rezultat mai multe tipuri de modelări ale acestuia: metode simplificate de calcul, unde terenul de fundare este asimilat unei presiuni reactive a acestuia față de încărcările aduse de structură, modelări discrete sau continue cu resoarte cu legi liniare sau neliniare de elasticitate, modelări discrete sau continue cu amortizoare vâscoase, modelări discrete sau continue cu frecare și rezistență plastică (funcție de deformația specifică) sau modele complexe, formate din mai multe alte modele „simple”, care să poată îngloba cât mai multe din aspectele evidențiate de pământuri în încercările de laborator, in-situ sau rezultate din observațiile efectuate în urma monitorizărilor.

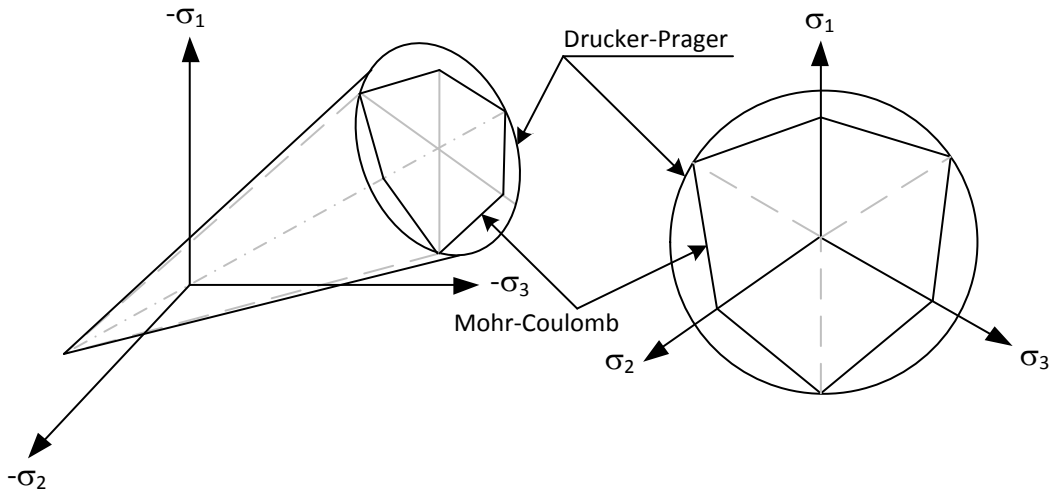


Fig. IV.1: Criteriile de cedare Mohr-Coulomb și Drucker-Prager

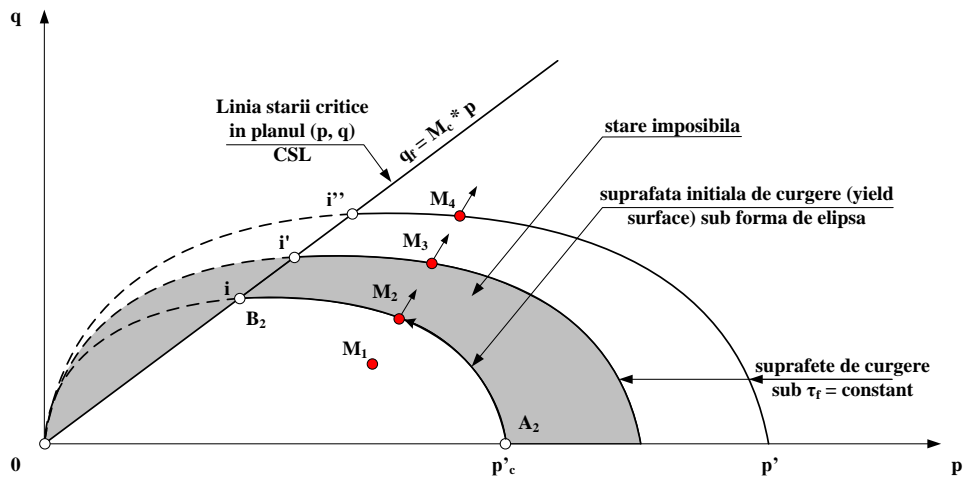


Fig. IV.2: Criteriul de cedare Cam-Clay

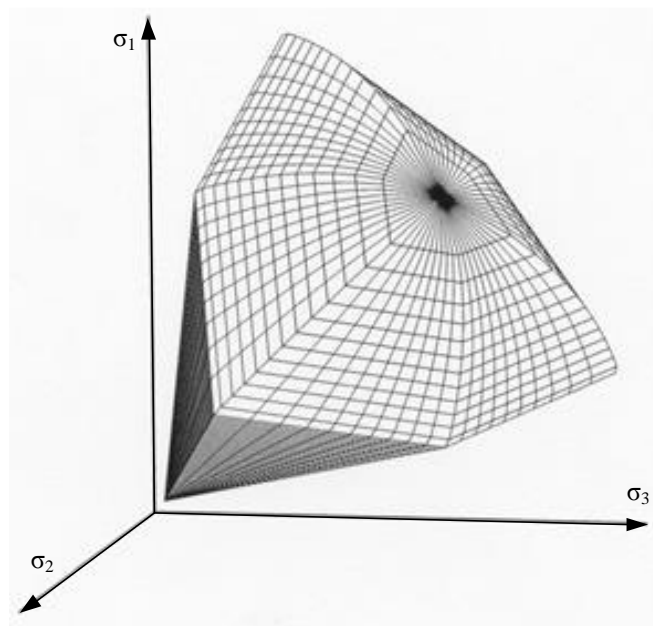


Fig. IV.3: Criteriul de cedare Soft-Soil

### IV.2.2.1 Modele echivalente ale terenului de fundare

Metodele simplificate de calcul, conform NP 112 – 2004 [53], asumă ipotezele că diagrama de presiuni pe talpa fundației este cunoscută iar conlucrarea dintre fundație și teren este omisă. Astfel, normativul precizează ca metode de calcul simplificate: metoda grinzii continue cu reazeme fixe (Fig. IV.4) și metoda grinzii continue static determinate.

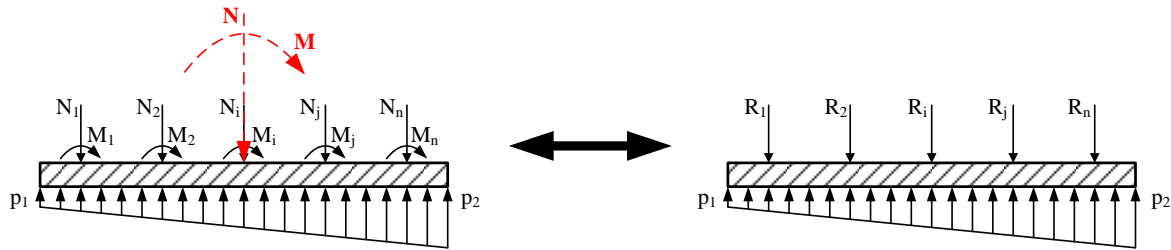


Fig. IV.4: Metoda grinzii continue cu reazeme fixe

Aceste metode constau în asimilarea terenului de fundare cu o presiune ce variază liniar pe toată lungimea grinzii și căreia i se opune un set de forțe de reacțiune (forțele axiale din elementele structurale ce ajung la fundație), precum și un moment încovoietor. Limitarea utilizării acestor metode este descrisă prin relația (IV.1):

$$\frac{|R_i - N_i|}{N_i} < 0.2 \quad (\text{IV.1})$$

unde:  $R_i$  – reacțiunea din dreptul elementului structural „i”;  
 $N_i$  – forța axială din dreptul elementului „i”.

În cazul în care această condiție nu este îndeplinită pentru oricare dintre elementele „i”, pentru a reduce diferența dintre încărcări și reacțiunile reazemelor, se poate adopta o diagramă diferită, obținută prin repartizarea încărcărilor aduse de elementul structural (stâlp), pe lungimea de grindă aferentă acestuia.

Aceste metode simplificate, deși sunt prezentate în normativul pentru proiectarea structurilor de fundare directă [53], nu sunt recomandate, deoarece nu includ interacțiunea teren de fundare-structură, iar asimilarea terenului de fundare cu o presiune reactivă este departe de principiile unei modelări corecte a litologiei amplasamentului.

Astfel, o abordare mai apropiată de realitate este utilizarea unor modele numerice de modelare a terenului de fundare. Aceste metode sunt complexe și se bazează, în general, pe un calcul automat. Ca tipuri de modele ale terenului de fundare, se pot aminti modelul Winkler, modelul Boussinesq și modelul hibrid.

### IV.2.2.2 Modelul Winkler

Modelul Winkler [55] a fost dezvoltat inițial pentru analiza șinelor de cale ferată. Acesta are la bază ipoteza unei proporționalități între presiunea aplicată terenului de fundare și deformarea acestuia.

Conform NP 112/2004 [53], modelul Winkler (Fig. IV.5) este capabil să „asimileze terenul cu un mediu elastic discret reprezentat prin resoarte independente”. Astfel, terenul de fundare va fi înlocuit, doar sub construcție cu resoarte independente.

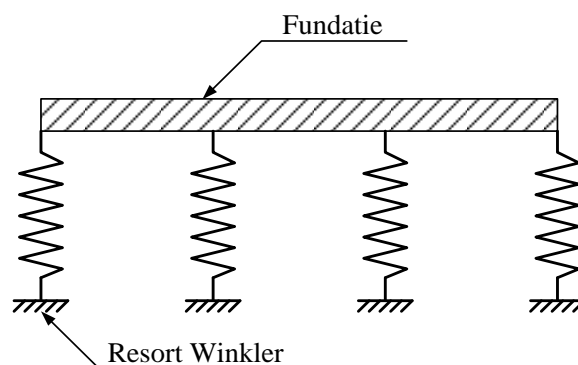


Fig. IV.5: Modelul Winkler

Din acest mod de asimilare a terenului rezultă următoarele proprietăți:

- terenul poate fi considerat un masiv rigid;
- modelarea este discretă, iar pentru o interdistanță „ $dx \rightarrow 0$ ”, poate fi considerată continuă;
- $k$ , rigiditatea resoartelor, este constantă;
- $k$ , poate primi o lege liniară, neliniară sau neliniară cu cedare;
- nu se pot modela zone cu rigidități diferite, atât pe suprafața fundației, cât și în adâncimea terenului de fundare,
- nu se poate modela deformarea (tasarea) pământului dincolo de limita în plan a fundației.

Astfel, modelul Winkler pornește de la ideea că o fundație (grindă sau radier), uniform încărcată și așezată pe un pământ perfect omogen, se va deforma în mod uniform. Modul real de tasare este total diferit: din cauza interacțiunii teren-structură, fundația se va tasa mai mult în centrul ei și mai puțin pe margini.

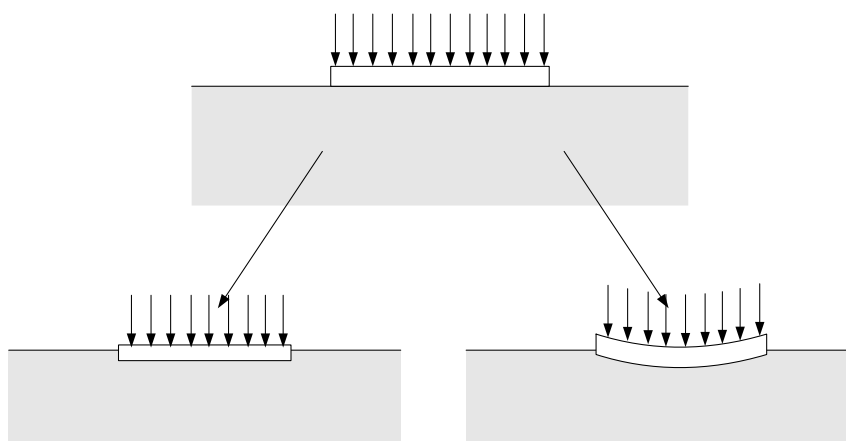


Fig. IV.6: Tasarea unei fundații încărcate uniform: conform modelului Winkler (stânga); situația reală (dreapta)

O altă limitare a modelului Winkler constă în faptul că un resort, în mod real, nu are cum să fie total independent de cele din jurul său. Astfel, el va fi influențat de starea de eforturi-deformație ale celor ce îl înconjoară, de exemplu, din cauza presiunii laterale a pământului, aceasta fiind și cel mai important neajuns al modelului Winkler.

De asemenea, nicio valoare  $K_S$  nu poate să prezinte cu acuratețe interacțiunea dintre fundație și teren.

$K$ , rigiditatea constantă a resoartelor, a fost notată cu  $K_S$ , fiind denumit „coeficient de pat”, „modul de reacție”, „coeficientul lui Westergaard” sau „coeficient de tasare”. Astfel, conform STAS 3950-81 [56] este definit ca raportul dintre presiunea ce se dezvoltă într-un mediu elastic într-o anumită secțiune a unui element de construcție rezemat pe acel mediu și tasarea corespunzătoare a terenului în secțiunea respectivă.

Relația între deformație și presiunea aplicată pe un resort este dată de relația:

$$p = K_S \cdot y \quad (\text{IV.2})$$

unde  $p$  – presiunea aplicată

$y$  – deformația verticală (tasarea) a terenului de fundare

$K_S$  – coeficientul de pat luat în calcul.

Această formulă (IV.2) constituie ecuația constitutivă a modelului de calcul Winkler. Astfel, se poate observa că acest coeficient de pat,  $K_S$ , se măsoară în  $\text{kN/m}^3$ .

În cazul unei structuri de fundare cu lățimea  $B$ , putem defini  $K_S^*$ :

$$K_S^* = K_S \cdot B \quad (\text{IV.3})$$

Valorile  $K_S$  pot fi determinate în mai multe moduri: prin încercarea pe teren cu placa (conform STAS 8942/3-90 [57]), utilizând relații empirice sau semi-empirice sau dintr-un calcul invers de tasări calculate sau măsurate.

În cazul determinării  $K_S$  prin încercări cu placa, pentru eliminarea efectelor descărcării prin decopertare, se recomandă determinarea coeficientului de pat pe baza unui ciclu de încărcare-descărcare (Fig. IV.7), conform relațiilor:

$$\Delta s_0 = s'_0 - s''_0 \quad (\text{IV.4})$$

$$K_S = \frac{p_0}{\Delta s_0} \quad (\text{IV.5})$$

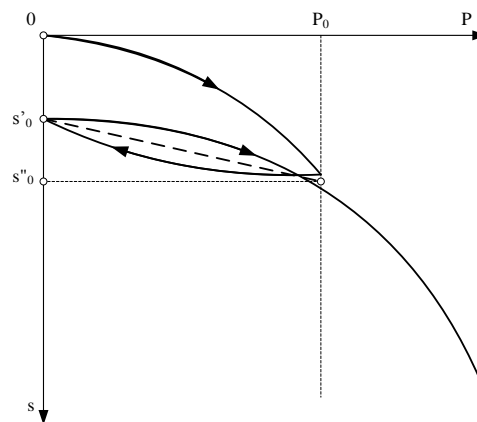


Fig. IV.7: Curba de presiune-tasare pentru un ciclu de încărcare-descărcare

Pentru pământurile din terasamentele de drumuri sau căi ferate, care sunt supuse unui număr mare de cicluri încărcare-descărcare,  $K_S$  se propune a se determina după consumarea deformațiilor remanente (Fig. IV.8):

$$K_S = \frac{p_n}{\Delta s_n} \quad (\text{IV.6})$$

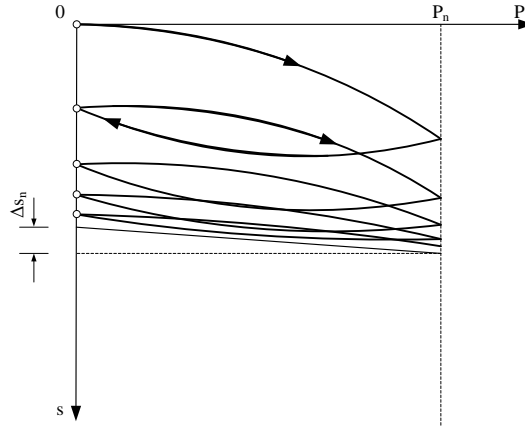


Fig. IV.8: Curba de presiune-tasare pentru cicluri repetate de încărcare-descărcare

În plus,  $K_S$  se mai poate determina și din modulul de deformație edometrică (Kögler și Scheidig [58]). Aceștia au arătat următoarele relații:

- pentru o suprafață de mărime infinită în raport cu grosimea stratului compresibil ( $z$ ), se poate admite:

$$K_S = M/z \quad (\text{IV.7})$$

- pentru o suprafață circulară sau pătrată:

$$K_S = (\alpha * M)/d \quad (\text{IV.8})$$

unde:

$d$  – diametrul suprafeței circulare sau latura pătratului;

$\alpha$  – coeficient variabil în funcție de grosimea stratului compresibil  $\alpha = 3$  pentru  $z=d$  și

$\alpha = 2$  pentru  $z = \infty$ ;

- pentru o suprafață de încărcare de lungime infinită și lățime  $b$ :

$$K_S = \frac{\beta * M}{b} \quad (\text{IV.9})$$

unde  $\beta$  variază cu grosimea stratului compresibil ( $\beta = 1.82$ , pentru  $z=b$  sau  $\beta = 0.54$  pentru  $z = 2b$ ).

Vogt a indicat ca formule pentru valoarea medie a coeficientului de pat:

- pentru o placă circulară:

$$K_S = \frac{1.392 * M}{\sqrt{S}} \quad (\text{IV.10})$$

unde  $S$  este aria plăcii;

- pentru o placă dreptunghiulară:



$$K_S = \frac{1.33 * M}{\sqrt[3]{b^2 * a}} \quad (\text{IV.11})$$

unde  $a$  este lungimea și  $b$  lungimea plăcii.

Terzaghi indică următoarele relații de calcul:

- pentru un pământ coeziv și fundații izolate:

$$K_S = \overline{K_{S(1)}} * \frac{1 * 30.48}{b} * l + \frac{0.5 * 30.48}{1.5 * l} \quad (\text{IV.12})$$

unde  $K_{S(l)}$  este coeficientul de pat determinat cu plăci pătrate cu latura de 1 ft (30.48cm),  $b$  și  $l$  – lățimea, respectiv lungimea tălpii fundației în centimetri;

- pentru un pământ necoziv și fundații izolate:

$$K_S = \overline{K_{S(1)}} * \left( \frac{b + l}{2 * b} \right)^2 \quad (\text{IV.13})$$

- pentru un pământ necoziv și fundații continue:

$$K_S = \overline{K_{S(1)}} * \left( \frac{B + 0.3}{2 * B} \right)^2 \quad (\text{IV.14})$$

cu lățimea  $B$  măsurată în metri.

Ghersevanov propune următoarea relație de calcul:

$$K_S = 0.28 * \sqrt[3]{\frac{E^4 * B}{(1 - \nu)^4 * E_b * I}} \quad (\text{IV.15})$$

unde:

$E$  – modulul de deformație liniară a pământului;

$E_b$  – modulul de elasticitate a betonului din fundație;

$I$  – momentul de inerție al grinzii;

$\nu$  – coeficientul lui Poisson al betonului;

$B$  – lățimea grinzii.

Vesić, în urma unor studii comparative pe grinzi de fundare considerate ca rezemate pe un teren asimilat în comportament cu un model de tip Winkler și respectiv semispațiu liniar deformabil (model Boussinesq) a obținut următoarea relație de corespondență între coeficientul de pat și caracteristicile terenului –  $E$  și  $\nu$ :

- pentru fundații continue:

$$K_S = \frac{0.65 * E}{1 - \nu^2} * \sqrt[2]{\frac{E * B^4}{E_b * I}} \quad (\text{IV.16})$$

- pentru radieră generale:

$$h * K_S = \frac{0.91 * E}{1 - \nu^2} * \sqrt[3]{\frac{E * (1 - \nu_b^2)}{E_b * (1 - \nu^2)}} \quad (\text{IV.17})$$

De asemenea, ca ultim mod de determinare a coeficientului de pat,  $K_s$ , se mai poate afla dintr-un calcul invers de tasare (măsurată sau calculată), cu relațiile:

$$K_s = \frac{q}{s} \quad (\text{IV.18})$$

$$s = \beta * \sum s_i \quad (\text{IV.19})$$

de unde rezultă:

$$K_s = \frac{Q}{s * B * L} \quad (\text{IV.20})$$

unde:

$s_i$  – tasarea pe fiecare strat elementar;

$Q$  – forța axială din elementul structural (stâlp);

$q$  – presiunea pe întreaga arie rezultată din raportul dintre forța axială și aria de rezemare a fundației pe pământ;

$B$  – lățimea fundației;

$L$  – lungimea fundației.

Ca metode de rezolvare ale modelului Winkler, sugerate și de NP 112 – 2004 [53], se pot aminti: metoda de calcul bazată pe soluții exacte sau metode numerice (metoda diferențelor finite, metoda elementelor finite, metoda volumelor finite).

#### IV.2.2.3 Modelul Boussinesq

Modelul Boussinesq este un semispațiu caracterizat prin modulul de deformație liniară  $E_s$ , precum și de coeficientul lui Poisson -  $\nu_s$ . Acesta asimilează terenul de fundare cu un mediu continuu, elastic, omogen și izotrop. Astfel, se poate lua în considerare comportarea globală fundație-teren pe întreaga zonă de influență a fundației.

În vederea modelării utilizând modelul propus de Boussinesq, se apelează la relațiile din teoria elasticității. NP112 – 2004 [53] stabilește că alegerea celor doi parametri să fie făcută astfel:

- a) Metode de obținere a modulului de deformație liniară pentru încercări statice,  $E_s$ :
  - încercări pe teren cu placa, având ca referință STAS 8942/3 – 90 [57];
  - în funcție de modulul edometric, având ca referință STAS 8942/1 – 89 [59];
  - În funcție de datele din încercarea de penetrare statică cu con, conform C 159/89 [60];
  - În funcție de datele din încercarea de penetrare dinamică standard, referință STAS 1242/5 – 88 [61];
- b) Determinarea modulului de deformație liniară,  $E_{s \text{ med}}$ , în cazul terenului stratificat (IV.21):

$$E_{s \text{ med}} = m * p_{net} * B * \frac{K_1 - K_0}{S} * (1 - \nu_{s \text{ med}}^2) \quad (\text{IV.21})$$

unde:

$m$  – coeficient de corecție prin care se ține seama de adâncimea zonei active ();

$B$  – lățimea tălpii fundației dreptunghiulare sau diametrul fundației circulare, măsurate în metri;

$K_1, K_0$  – coeficienți adimensionali, stabiliți pentru adâncimile  $z = z_0$  și  $z = 0$ , unde  $z$  se măsoară de la nivelul tălpii fundației;

$s$  - tasarea absolută probabilă a fundației, măsurată în metri;

$\nu_{S\ med}$  – coeficientul mediu de deformație transversală (a lui Poisson), determinat ca medie ponderată în funcție de valorile  $\nu_{Si}$  ale diferitelor straturi de pământ din cuprinsul zonei active:

$$\nu_{S\ med} = \frac{\sum \nu_{Si} * h_i}{\sum h_i} \quad (IV.22)$$

$h_i$  – grosimea stratului „i”.

c) Stabilirea caracteristicilor  $E_s^*$  și  $\nu_s^*$ , pentru solicitări dinamice:

- Stabilirea caracteristicilor în condiții dinamice impune determinarea pe teren a vitezelor de propagare ale undelor primare ( $V_p$ ) și ale undelor secundare ( $V_s$ ), utilizând metode indicate în C 241 – 92 [62]. Ca metode pot fi amintite:

- o Metode de determinare a caracteristicilor dinamice ale terenului de fundare la solicitări seismice prin metode de laborator: metoda coloanei rezonante Hardin, metoda coloanei rezonante într-o celulă adaptată, metoda coloanei rezonante Drnevich, metoda triaxialului ciclic.

- o Metode de determinare a caracteristicilor dinamice ale terenului de fundare la solicitări seismice prin metode de teren: metode seismice pentru măsurători de suprafață, metoda pentru înregistrarea undelor longitudinale (P), Metoda pentru înregistrarea simultană a undelor longitudinale (P) și transversale (SV), Metoda pentru înregistrarea undelor transversale (SH) – Colinear, Metoda pentru înregistrarea undelor transversale (SH) – Transversal, Metode de măsurare cu geofone în foraj (tip downhole sau microseismocarotaj invers), Metoda de măsurare cu garnitura de geofone, Metoda de măsurare cu geofonul la suprafață (tip UP HOLF sau microseismocarotaj normal), Metoda de măsurare simultană a undelor longitudinale și transversale în foraj, Metoda cu sursa explozivă pentru măsurarea simultană a undelor longitudinale și transversale, Metode cu surse mecanice de impuls.

- Coeficientul lui Poisson pentru condiții dinamice,  $\nu_s^*$ , se calculează cu relația:

$$\nu_s^* = \frac{\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 2}{2 * \left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 2} \quad (IV.23)$$

- Modulul de deformație liniară în condiții dinamice,  $E_s^*$ , se calculează cu relația:

$$E_s^* = \rho * V_p^2 * \frac{(1 + \nu_s^*)(1 - 2 * \nu_s^*)}{1 - \nu_s^*} \quad (IV.24)$$

sau, simplificat, cu relația:

$$E_s^* = \rho * V_p^2 \quad (IV.25)$$

unde  $\rho$  este densitatea pământului.

#### IV.2.2.4 Modele hibride

În cazul modelelor hibride, semispațiul este înlocuit de resoarte cu legi constitutive de material ce modelează comportarea întregului semispațiu. Interdistanța dintre resoarte este  $dx$ , cu proprietatea  $dx \rightarrow 0$ , pentru a putea considera o modelare continuă și nu discretă, așa cum se întâmplă în cazul modelului Winkler clasic.

Acest model hibrid de calcul – Winkler – Boussinesq, este indicat și de NP 112 – 2004 [53], pentru calculul radierelor rigide.

Între metodele hibride, metodele nerigide consideră deformația fundației și influența acesteia asupra distribuției de presiuni. Aceste metode pot genera valori mai apropiate de realitate, atât în cazul deformațiilor, cât și a eforturilor.

Ca modele hibride pot fi amintite metoda Winkler cuplată. Astfel metode Winkler clasică este îmbunătățită prin adăugarea unor noi resoarte, de data aceasta de legătură, între cele deja existente. Modelul cuplat Winkler rezolvă problema interacțiunii între resorturi, dar o ridică pe aceea a alegerii valorii  $K_s$  pentru resorturile de legătură.

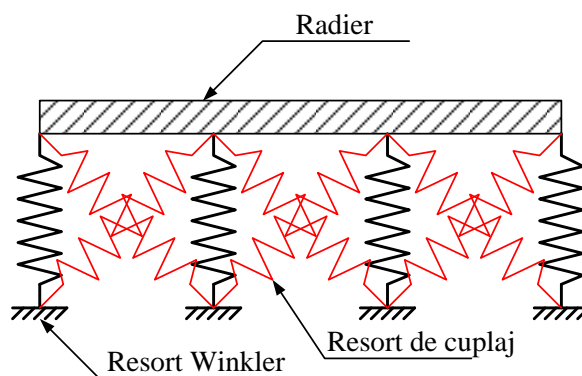


Fig. IV.9: Modelul cuplat

Modelul pseudo-cuplat reprezintă o încercare de a depăși problemele legate de lipsa unei legături între resorturile modelului Winkler clasic și alegerea  $K_s$  pentru resorturile de cuplaj din modelul cuplat. Acesta variază coeficientul  $K_s$  al resorturilor după poziția pe care o are fiecare resort sau zonă sub fundație. Acest model este utilizat de către majoritatea programelor de calcule ce utilizează modele tip Winkler. Acest tip de model dă rezultate de o acuratețe bună.

Modul de utilizare a modelului este următorul:

- Grinda sau radierul se împarte în mai multe zone simetric dispuse față de centrul geometric al elementului structural;
- Se recomandă ca zona centrală să fie cam jumătate din lungimea pe acea direcție a elementului;
- Se atribuie coeficienții  $K_s$  fiecărei zone: aceștia trebuie să crească în valoare din centru spre margini;
- În general, coeficientul  $K_s$  al zonei centrale trebuie să fie cam jumătate din valoarea celui atribuit zonei exterioare.

Modelul multi-parametric înlocuiește resorturile independente ale modelului Winkler cu diferite „legături”: resoarte cu legi liniare sau neliniare de elasticitate, modelări discrete sau continue cu amortizoare vâscoase, modelări discrete sau continue cu frecare și rezistență specifică la deformații plastice (funcție de deformația specifică) sau modele complexe.

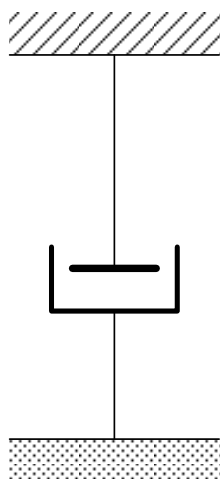


Fig. IV.10: Modelare cu amortizor vâscos

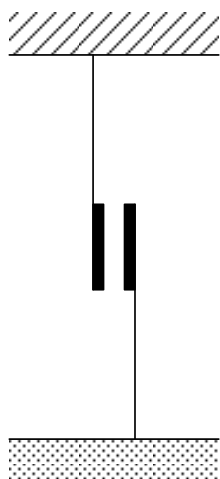


Fig. IV.11: Modelare cu frecare și rezistență specifică la deformații plastice

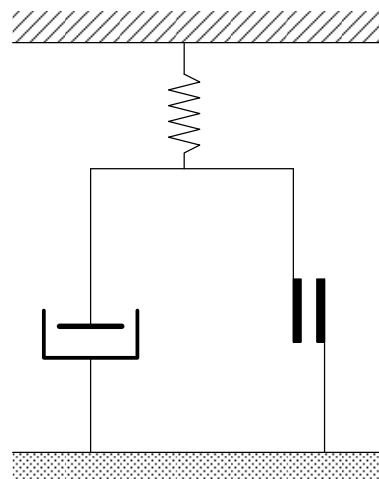


Fig. IV.12: Modelare complexă elasto-plastică (Zienkiewicz)

Modelul multi-parametric rezolvă problema atribuirii valorilor coeficientului de pat  $K_s$ , prezentând rezultate mai bune. Acest tip de modele, deși definit din punct de vedere teoretic, nu este folosit uzual în modelări.

Un alt model hibrid este acela rezultat din combinarea modelului Winkler și a metodei elementului finit (MEF). În această metodă structura este discretizată utilizând teoriile din MEF, elementelor li se dau legi de material și proprietăți specifice rezultate din geometria secțiunilor, iar terenul de fundare este reprezentat tot de resorturi, care se vor lega la nodurile comune ale elementelor.

### IV.2.3 Metoda elementului discret

Metoda elementului discret a fost utilizată de către Bhandari și Han [63] pentru a estima capacitatea portantă a unei fundații de suprafață ce sprijină pe un strat de pământ modelat cu MED, limitat la exterior de o bază rigidă. Modelul numeric a fost realizat utilizând procesorul matematic PFC<sup>2D</sup> (Itasca [64]) ce folosește corpuri rigide pentru reprezentarea granulelor de pământ și calculează interacțiunea dintre acestea prin metoda „soft-sphere” [4].

Materialul folosit a fost un nisip al cărui parametri au fost obținuți din încercări de compresiune biaxială, ce au fost reproduse în modelări numerice. Graficul de variație a efortului deviatoric cu cel sferic efectiv în termeni de  $q$  și  $p'$  (Fig. IV.13) arată că valorile obținute numeric sunt în bună corelare cu rezultatele experimentale.

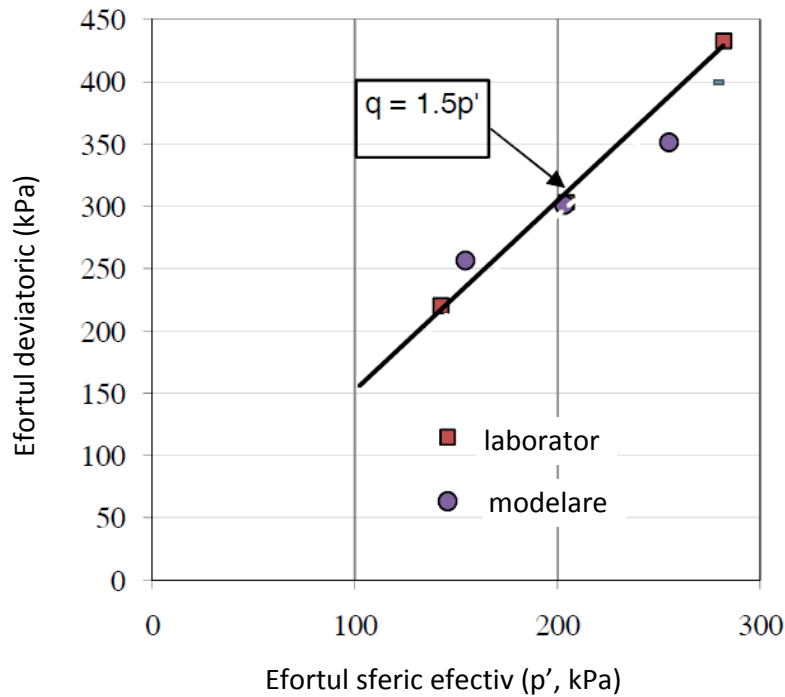


Fig. IV.13: Calibrarea proprietăților materialului prin încercări de compresiune biaxială [63]

Calibrarea modelului a fost realizată prin simularea unei încercări cu placa (Fig. IV.14) și corelarea valorilor cu rezultate experimentale de laborator (Fig. IV.15). Modelul obținut a produs rezultate satisfăcătoare ceea ce a permis realizarea modelului pentru fundația de suprafață (Fig. IV.16).

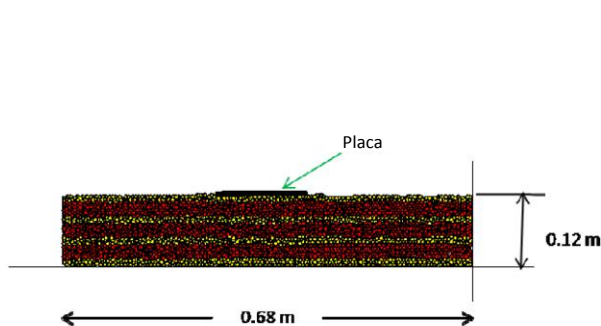


Fig. IV.14: Modelul realizat pentru simularea încercării cu placa [63]

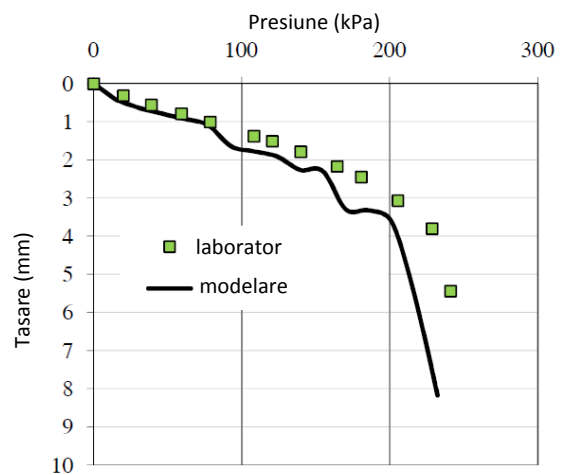
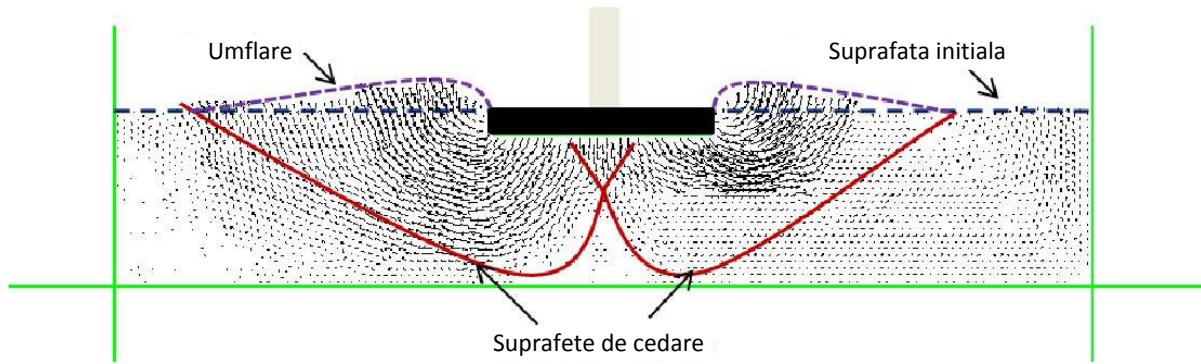


Fig. IV.15: Diagramele de presiune-tasare din modelare și încercări experimentale [63]



**Fig. IV.16: Cedarea generală sub fundația directă - model MED [63]**

Rezultatele obținute recomandă metoda elementului discret pentru viitoare cercetări în domeniul fundațiilor directe.

### IV.3 Modelarea fundațiilor pe piloți

Fundațiile pe piloți reprezintă un sistem foarte răspândit de fundare în adâncime. Piloții sunt elemente structurale de fundare caracterizate printr-un raport mare între lungime și dimensiunea transversală. În mod curent, piloții se prevăd în grupuri de cel puțin 3, solidarizați la capătul superior de către radier. Acesta are rolul de a prelua și uniformiza într-o oarecare măsură încărcările de la suprastructură și de a le transmite la piloți.

Pentru a putea interpreta comportarea piloților, trebuie teoretizat modul în care se face transmiterea eforturilor de la pilot la pământul aflat în jurul corpului pilotului și sub baza acestuia. Încărcarea totală exercitată asupra unui pilot se împarte între forța preluată pe vârf și cea transmisă prin frecarea laterală.

În calculul piloților există numeroase tipuri de abordări, de la empirice și semi-empirice, până la utilizarea diverselor modele teoretice în simularea interacțiunii dintre pământ și structură [65]. O clasificare generală a metodelor de calcul pentru piloți este realizată de Rădulescu [66], după un sistem propus de Poulos [67] (Tab. IV.1):

Tab. IV.1: Clasificarea metodelor de calcul pentru piloți [66] [67]

Categoria	Subcategoria	Caracteristicile metodei de calcul	Modul de determinare a parametrilor caracteristici
1	1	Empirice	Încercări in-situ sau de laborator cu corelații
2	2A	Bazate pe teorii simplificate de comportare linear-elastică sau abace	Încercări in-situ curente cu anumite corelații
	2B	La fel ca 2A, dar bazate pe teorii de comportare neliniara	
3	3A	Bazate pe teorii de comportare linear-elastică ce utilizează analiza specifică pe amplasament	Încercări speciale in-situ sau de laborator, efectuate în concordanță cu drumurile de efort corespunzătoare
	3B	La fel ca 3A dar bazate pe teorii simplificate de comportare neliniara	
	3C	La fel ca 3A dar bazate pe teorii de tip neliniar provenind din legile constitutive de material	

#### IV.3.1 Metode empirice

Metodele empirice sunt primele procedee de calcul apărute în inginerie. Acestea sunt bazate pe experiență, sau rezultate experimentale. Un dezavantaj al acestora îl reprezintă faptul că pot fi aplicabile doar în anumite condiții de amplasament sau structură, și nu pot fi generalizate cu ușurință. De asemenea, nu poate fi estimat gradul de încredere pe care rezultatele acestor metode îl posedă. Cu toate acestea, metodele empirice au fost adesea utilizate cu succes în domeniul ingineriei geotehnice.

Rădulescu [66] menționează o serie lucrări care au raportat metode empirice obținute în urma unor lucrări experimentale. McNulty [68] prezintă în 1956 rezultatele unor lucrări experimentale în urma cărora propune o metodă de calcul a fundațiilor pe piloți. Se poate consemna și metoda introdusă de Duncan et. al [69], bazată pe metoda încărcării caracteristice (Characteristic Load Method [70]), ce pornește de la un număr mare de lucrări experimentale



la scară naturală pentru a descrie un procedeu de calcul al piloților, prin interpretarea rezultatelor utilizând metoda curbelor **p-y** [71].

### IV.3.2 Metode bazate pe modelul mediului continuu

Poulos [72] [73] propune o metodă în care pământul are o comportare linear-elastică, și este un mediu omogen și izotrop, având ca parametri elastici modulul lui Young,  $E_s$ , și coeficientul lui Poisson,  $\nu_s$ , neafectate de prezența pilotului.

Este analizată interacțiunea dintre doi piloți verticali identici, supuși la o încărcare laterală și la un moment încovoietor pe cap, această analiză fiind apoi generalizată la cazul grupului de piloți.

Fiecare pilot este asimilat cu o placă subțire verticală de lungime  $L$ , de lățime  $d$  și de rigiditate  $E_p I_p$ . Pilotul este împărțit în elemente de lungime  $L/n$  (în afară de primul și ultimul element unde lungimea este  $L/2n$ ). Fiecare element este supus unei presiuni orizontale uniforme  $p_i$ . Această presiune necunoscută este determinată pornind de la ecuațiile de deplasare orizontală a terenului și a pilotului în fiecare element, utilizând condițiile de echilibru. Această analiză este asemănătoare cu cea utilizată în cazul unui pilot izolat dar, în acest caz, se ia în considerare și influența piloților vecini.

Soluțiile obținute prin această analiză permit să se determine deplasarea și rotirea suplimentară datorate prezenței altor piloți vecini, identici, la diferite distanțe ( $s$ ).

Deplasarea și rotirea suplimentară datorate interacțiunii sunt exprimate prin factori de interacțiune  $\alpha_p$  și  $\alpha_\theta$  conform relațiilor :

$$\alpha_p = \frac{\text{deplasarea suplimentară a pilotului datorată pilotilor alăturați}}{\text{deplasarea pilotului sub propria încărcare}}$$

$$\alpha_\theta = \frac{\text{rotirea suplimentară a pilotului datorată pilotilor alăturați}}{\text{rotirea pilotului sub propria încărcare}}$$

În funcție de condițiile de fixare a capului (liber sau încastrat) acești factori sunt reprezentați prin  $\alpha_{pH}$ ,  $\alpha_{pM}$ ,  $\alpha_{\theta H}$ ,  $\alpha_{\theta M}$  pentru piloții liberi la partea superioară și supuși unei încărcări laterale  $H$  sau unui moment  $M$  ( $\alpha_{pM} \neq \alpha_{\theta H}$ ), și prin  $\alpha_{pF}$ ,  $\alpha_{\theta F}$  pentru piloții încastrați la partea superioară. Acești factori de interacțiune au fost evaluați pentru un număr mare de cazuri în conformitate cu direcția încărcării laterale, distanța între piloți și rigiditatea pilotului.

Pentru un grup de “ $n$ ” piloți liberi la partea superioară supuși la o încărcare orizontală, deplasarea oricărui pilot din grup este dată de relația (IV.26):

$$\rho_H = \overline{\rho_H} \left( \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m H_j \alpha_{\rho Hkj} + H_k \right) \quad \text{(IV.26)}$$

unde:

- $\rho_H$  reprezintă deplasarea unitară de referință a unui pilot izolat, liber la partea superioară, supus unei sarcini orizontale unitare;
- $H_j$  reprezintă sarcina care acționează asupra pilotului ( $j$ );

- $\alpha_{\rho Hkj}$  reprezintă valoarea factorului de interacțiune  $\alpha_{\rho H}$  corespunzător distanței între piloții  $k$  și  $j$  și unghiului  $\beta$  al încărcării corespunzătoare.

$$H_G = \sum_{j=1}^m H_j$$

Sarcina totală a grupului HG se determină cu relația

Diferenții factori de interacțiune propuși de Poulos pot fi utilizați în funcție de modul de fixare și încărcare aplicate pe capul pilotului.

Autorul propune pentru cazul unui pilot cu capul liber expresia factorului de interacțiune al unui grup de piloți dată de relația (IV.27):

$$\alpha_{\rho H} = 0,5 \rho_c (E / G_c)^{1/7} \frac{r_0}{S} (1 + \cos^2 \beta) \quad (\text{IV.27})$$

unde:

- $\rho_c$  - factor de omogenitate al terenului, variind între 0.5 pentru terenurile cu rigiditate proporțională cu adâncimea și 1 pentru terenurile omogene;
- $E$  - modulul lui Young echivalent pilotului definit prin:

$$E = \frac{E_p I_p}{\frac{\pi r_0}{4}} \quad (\text{IV.28})$$

unde  $r_0$  este raza pilotului

- $G_c =$  valoarea parametrului  $G^*$  la adâncimea critică  $l_c/2$ , unde  $l_c$  este adâncimea critică

$$l_c = 2r_0 \left( \frac{E}{G_c} \right)^{2/7} \quad (\text{IV.29})$$

$$G^* = G \left( 1 + \frac{3}{4} \nu \right) \quad (\text{IV.30})$$

Randolph propune un model în care terenul este reprezentat printr-un mediu continuu elastic al cărui modul de deformație  $E_s$ , variază liniar. Rezultatele studiului bazat pe metoda elementelor finite sunt prezentate sub forma unor expresii analitice simple. Deplasarea pilotului (i) dintr-un grup de (n) piloți este dată de relația (IV.31):

$$\rho_i = \frac{1}{k_s} \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} P_j \quad (\text{IV.31})$$

unde:

- $k_s$  reprezintă coeficientul reacțiunii pentru un pilot izolat
- $\alpha_{ij}$  reprezintă factor de interacțiune între pilotul  $i$  și  $j$

El Sharnouby și Novak [74] calculează coeficienții de elasticitate orizontală ai pilotului și factorii de interacțiune și prezintă rezultatele sub formă de abace și expresii analitice. Aceștia

precizează că pentru piloții cu fișă mai mare de 10 diametre, factorii de interacțiune orizontală și elasticitatea sunt în mare măsură independenți de lungimea pilotului, ceea ce le simplifică expresia. Se menționează de asemenea că factorii de interacțiune sunt practic independenți de profilul terenului.

Ca precizare, reacțiunile terenului în funcție de deplasarea pilotului, sunt stabilite cu ajutorul soluțiilor lui Mindlin [75] pentru semispațiu elastic. Piloții sunt reprezentați în model prin elemente finite.

Pentru a ușura evaluarea acestor factori de interacțiune și introducerea în programele de calcul a expresiilor analitice funcție de raportul de rigiditate pilot/teren ( $E_p/E_s$ ) și de intervalul relativ ( $d/s$ ) s-a propus determinarea factorului general de interacțiune,  $\alpha_{ij}$  conform relației (IV.32):

$$\alpha_{ij} = A(E_p E_s)^B \left( \frac{d}{S^C} \right) \quad (\text{IV.32})$$

unde:

- i corespunde tipului de deplasare ( $u, \theta$ )
- j definește efortul asociat ( $F, M$ )

### IV.3.3 Metode hibride

Metoda lui Focht și Koch [76], larg utilizată în industria offshore pentru dimensionarea grupurilor constituite din piloți identici, verticali și dispuși în cerc, utilizează, pe de o parte, analiza nelineară pe baza metodei curbelor p-y și, pe de altă parte, factorii de interacțiune calculați de Poulos [72] [73] pentru luarea în considerare a efectului de grup.

Soluția teoretică dată de Poulos [72] [73], exprimată prin intermediul relațiilor (IV.27) și (IV.28), este utilizată de autori care propun modificarea relației (IV.27) conform relației (IV.33):

$$\rho_K = \rho_H \left( \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq K}}^m H_j \cdot \alpha_{\rho_{HKj}} + R \cdot H_K \right) \quad (\text{IV.33})$$

unde R este factor de rigiditate relativă.

Factorul R reprezintă raportul dintre deplasarea laterală, „yt”, a pilotului izolat calculată prin metoda curbelor „p -y” și deplasarea,  $\rho$ , calculată prin metoda Poulos. În ambele cazuri, încărcarea laterală pe pilotul izolat este egală cu încărcarea medie pe piloții din grup.

Deplasarea,  $\rho$ , se calculează cu relația (IV.34):

$$\rho = I_{\rho F} \left( \frac{H}{E_s \cdot L} \right) \quad (\text{IV.34})$$

unde  $I_{pF}$  - coeficientul de influență obținut grafic pe baza curbelor Poulos în funcție de  $k_R$  și  $L/d$ .

Pilotul cel mai încărcat din grup este ales pentru definirea curbelor p-y modificate. Valorile presiunilor reactive, p, sunt corectate prin intermediul factorului de multiplicare care pune în evidență efectul de umbră, iar valorile deplasărilor, y, sunt modificate prin intermediul factorului de deplasare, Y. Pilotul izolat se calculează utilizând curbele p - y modificate. Valoarea factorului Y se modifică până când deplasarea laterală calculată pentru pilotul izolat devine egală cu deplasarea laterală a grupului,  $y_G$ . Comportarea de grup ca și comportarea piloților din grup sunt astfel definite.

Chow [77] utilizează ipotezele elementului finit pentru a analiza un grup de piloți tridimensional, pornind de la modelări propuse de O'Neill [78]. Terenul din jurul fiecărui pilot este modelat prin metoda modulului reacțiunii laterale, utilizând soluțiile lui Mindlin [75].

Deși nu se ține seama în acest model de interacțiunea pilot - teren - pilot, încărcarea unui pilot al grupului va genera reacțiuni ale terenului în punctele nodale ale pilotului.

Considerând terenul ca un mediu continuu, reacțiunile generate de acesta vor induce deplasări suplimentare în ceilalți piloți ai grupului, în analiza lui Chow [77], interacțiunea pilot – teren - pilot se bazează pe suprapunerea influenței piloților adiacenți, utilizând suprapunerea efectelor folosită în teoria elasticității.

Această metodă prezintă însă anumite limitări datorate costurilor/performanțelor instanțelor de calcul.

În cazul unui grup de doi piloți Brown și Shie [79] [80] au utilizat un plan vertical de simetrie care conține încărcarea orizontală. S-au considerat două modele ale terenului de fundare: un model elasto-plastic descris prin criteriul lui Von Mises (VM) pentru a reprezenta comportarea nedrenată a pământurilor argiloase saturate și un model care reprezintă un comportament drenat al nisipului descris prin criteriul lui Drucker - Prager (EDP). Piloții sunt modelați prin elemente finite, elastice liniare, dispuse circular.

În ambele cazuri analiza urmărește influența intervalului dintre piloții grupului asupra deplasărilor capetelor, asupra momentelor încovoietoare și a curbelor presiunii reactive, luând ca valori comparative rezultatele obținute pentru un șir de piloți având distanța relativă,  $s/B$ , (B fiind diametrul pilotului) egală cu 10, pentru care interacțiunea între piloți este considerată nulă (comportarea unui pilot izolat). În cazul unui grup constituit dintr-un șir de doi piloți, curbele de încărcare obținute pentru cele două modele de pământ au arătat că, pentru o încărcare dată, o reducere a intervalului dintre piloți atrage o creștere a deplasării. Totuși, în cazul modelului de nisip, pentru intervale superioare sau egale cu de 5 ori diametrul pilotului ( $3B$  în cazul argilei) nu există nici un efect de grup asupra răspunsului pilotului și comportarea se apropie de cea a unui pilot izolat ( $s/B=10$ ).

Curbele p-y deduse din curbele momentelor au arătat că, în cazul argilei, nu există practic nici un efect de grup asupra rezistenței maxime a pământului pentru intervale superioare sau egale cu  $3B$ . Pentru un interval de  $2B$  se observă o reducere a rezistenței laterale a pilotului. Această constatare se face și pentru cazul nisipului cu deosebirea că se observă întotdeauna o reducere a rezistenței pământului chiar și la un interval de  $3B$ .

Autorii precizează că rămân încă incertitudini în legătură cu interacțiunea pilot - teren - pilot, având în vedere domeniul limitat al acestei analize și numărul mic de date experimentale disponibile asupra acestui subiect. Alte cercetări și utilizarea unor modele de calcul mai rafinate sunt necesare pentru a examina efectul rigidității pământului și al diferitelor configurații geometrice ale piloților.

#### IV.3.4 Modelări bazate pe metoda elementului discret

Utilizând trei abordări distincte, una al mediului continuu (MDF) și una al mediului discret (MED), Jenck et al. [31] au comparat rezultatele modelării comportării mecanice a unei platforme granulare ce sprijină pe piloți rigizi într-un strat compresibil de pământ (Fig. IV.17). Modelele numerice au fost calibrate prin modele experimentale bidimensionale la scară redusă (Fig. IV.18).

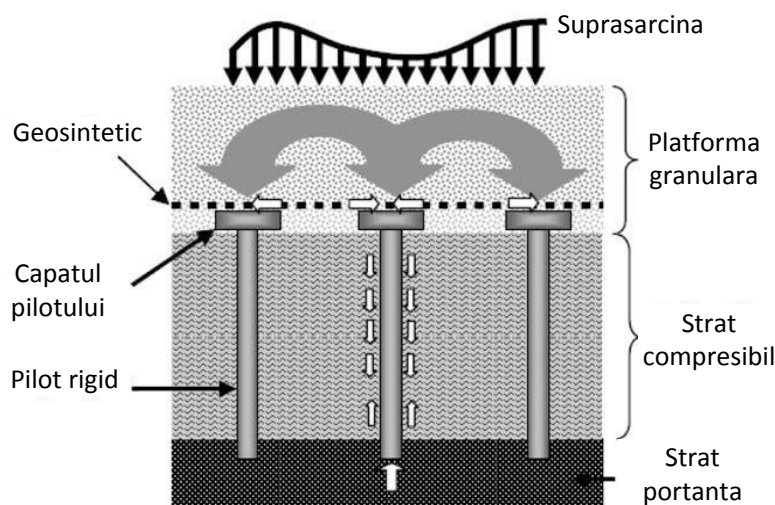
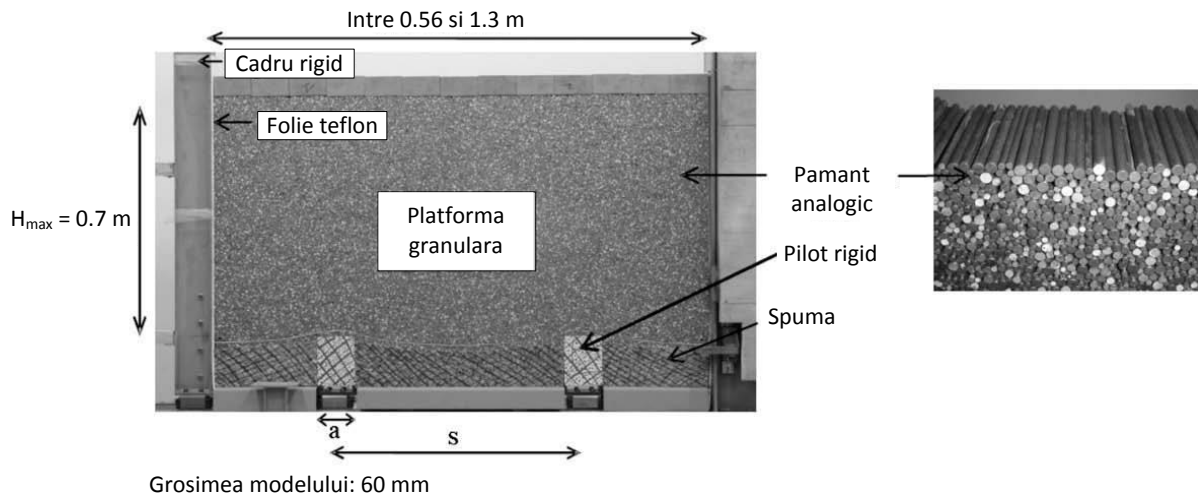


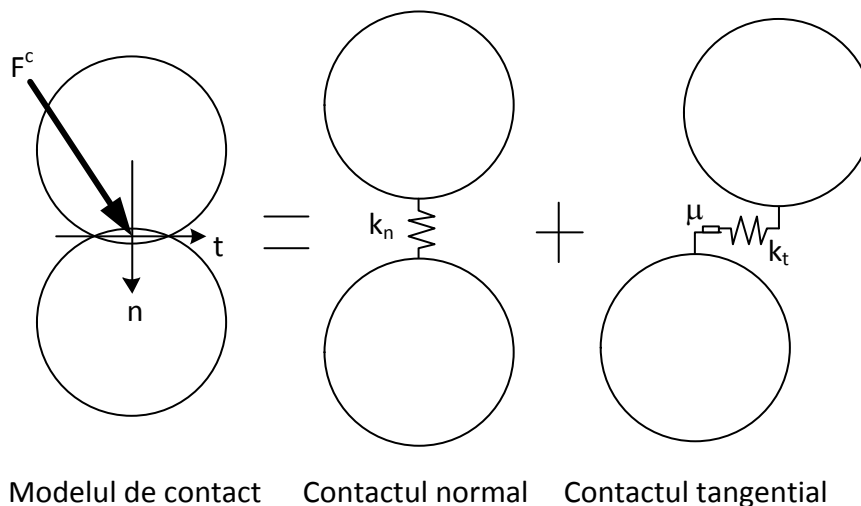
Fig. IV.17: Schema platformei granulare ce descarcă pe piloți rigizi în strat compresibil [31]

Lucrările experimentale au fost efectuate utilizând un model analog Taylor-Schneebeli [81] pentru pământ, reprezentând un amestec de tije metalice de 60 mm lungime și diametre de 3, 4 și 5 mm, obținând astfel un model bidimensional (Fig. IV.18). Modelul pământului este caracterizat ca analog deoarece se comportă precum un material granular îndesat: are frecare, este necoeziv, dilatant și un modul de deformație lineară ce depinde de încărcare. Cu toate acestea, comportamentul său poate fi doar calitativ comparabil cu cel al unui material real, ca urmare a diferențelor dintre distribuția granulometrică, forma granulelor, porozitatea și parametrii de contact a acestuia și cei ai unui material real. Acest model a fost totuși utilizat în numeroase alte lucrări experimentale din domeniul ingineriei geotehnice [82], [83].



**Fig. IV.18: Modelul fizic pentru calibrare realizat de Jenck et al. [31]**

Modelul discret a fost realizat cu programul PFC<sup>2D</sup> [64]. Legea constitutivă a contactului dintre particule utilizată a fost cea descrisă în modelul de alunecare Coulomb, constând într-un model de rigiditate lineară și un model de alunecare Coulomb (Fig. IV.19). Rigiditatea la forfecare  $k_t$  guvernează relația dintre incrementul forței tangențiale de contact  $\Delta F_t$  și incrementul deformației în direcție tangențială  $\Delta u_t$ . Modelul de alunecare limitează forța tangențială de contact conform coeficientului de frecare  $\mu$ .



**Fig. IV.19: Modelul de contact Coulomb**

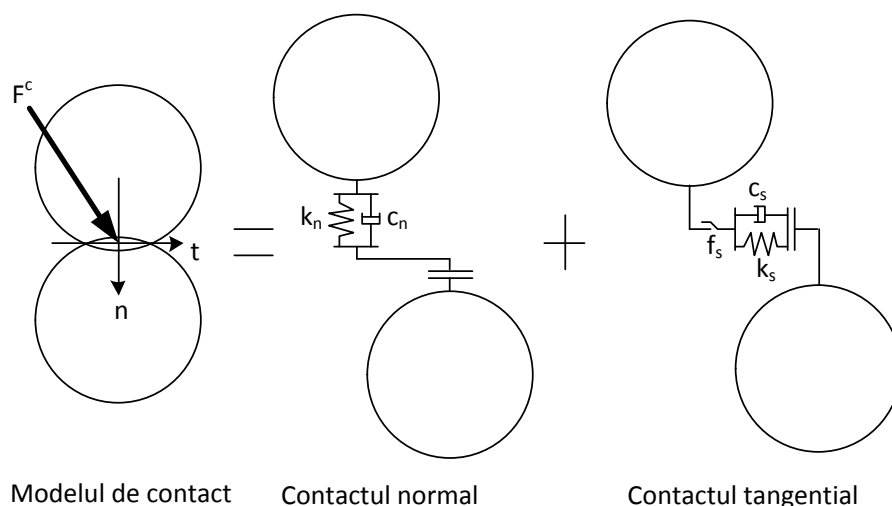
Rezultatele obținute de Jenck et al. [31] confirmă eficiența metodei elementului discret în obținerea răspunsului la scară macroscopică a platformei sprijinită pe piloți prin comparația cu rezultatele experimentale. Studii parametrice asupra proprietăților mecanice ale materialului au arătat că forțele de frecare și legăturile de contact au cea mai însemnată influență asupra mecanismului de transfer a încărcării de la platformă la piloți, în timp influența proprietăților elastice este nesemnificativă, indicând importanța eforturilor de forfecare ce se dezvoltă în platformă.

Cu toate că rezultatele obținute sunt conforme cu cele experimentale, modelul numeric nu poate fi direct aplicat unui sistem real pentru că:

- studiul este bidimensional și nu există o metodă directă de scalare pentru a obține rezultate aplicabile unui caz real tridimensional;
- modelele propuse utilizează un pământ analog;

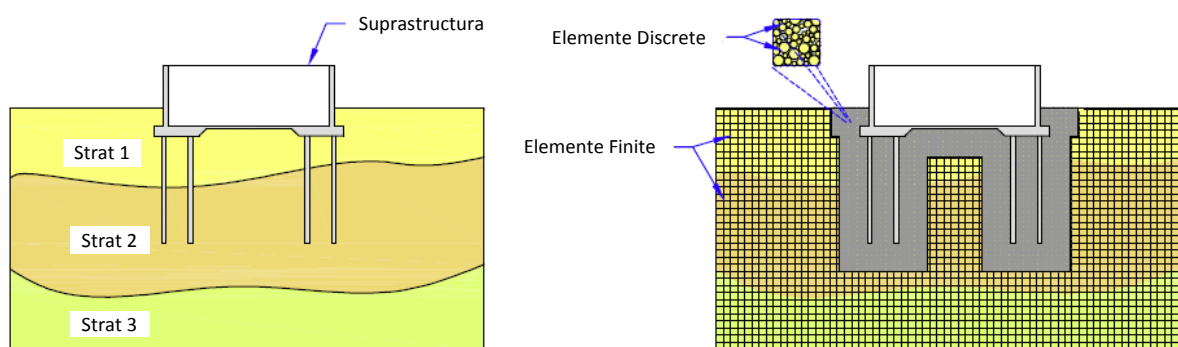
- stratul compresibil nu este reprezentat în totalitate.

O altă abordare a modelării interacțiunii pilot-pământ a fost implementată de Elmekati și Shamy [84] în simularea unui pilot rigid în contact cu un mediu granular. Aceștia au realizat un model cuplat MED-MEF, în care mediul din vecinătatea piloților a fost modelat printr-un mediu discret, iar cel din afara zonei de influență a piloților printr-un mediu continuu. Rezultatele obținute sunt în concordanță cu cele experimentale, complimentând abordarea propusă de cei doi.



**Fig. IV.20: Modelul de contact utilizat de Elmekati și Shamy [84]**

Modelul realizat de Elmekati și Shamy [84] este capabil să simuleze comportarea unui sistem geotehnic complex la scări diferite, îmbinând analiza micromecanică utilizată în modele MED cu analiză la scară macro implementată în modelări ale mediilor continue prin MEF (Fig. IV.21). Astfel de analize sunt ghidate după două abordări distincte: (1) tehnici ierarhice, în care întregul domeniu este modelat ca mediu continuu al cărui proprietăți de deformare macroscopice sunt definite prin analize micromecanice [85] și (2) analize concomitente, în care o parte din model este reprezentat la scară micromecanică, iar cealaltă parte este reprezentată printr-un mediu continuu iar analiză se efectuează concomitent, precum în lucrarea realizată de cei doi [84].



**Fig. IV.21: Sistem geotehnic complex de modelat (stânga); Modelul conceptual (dreapta) [84]**

Exemplul de calcul realizat de Elmekati și Shamy [84] este implementat utilizând programul ABAQUS v6.7 [86] pentru MEF și programul PFC3D v3.1 [87] pentru MED. Modelul numeric a reprezentat un pilot cu diametrul de 1 m și lungimea de 8 m, introdus într-un pământ granular cu diametrul mediu al granulelor de 4 mm (Fig. IV.22). În urma rezultatelor obținute, autorii recomandă metoda pentru a rezolva problemele uzuale de interacțiune pilot-pământ.

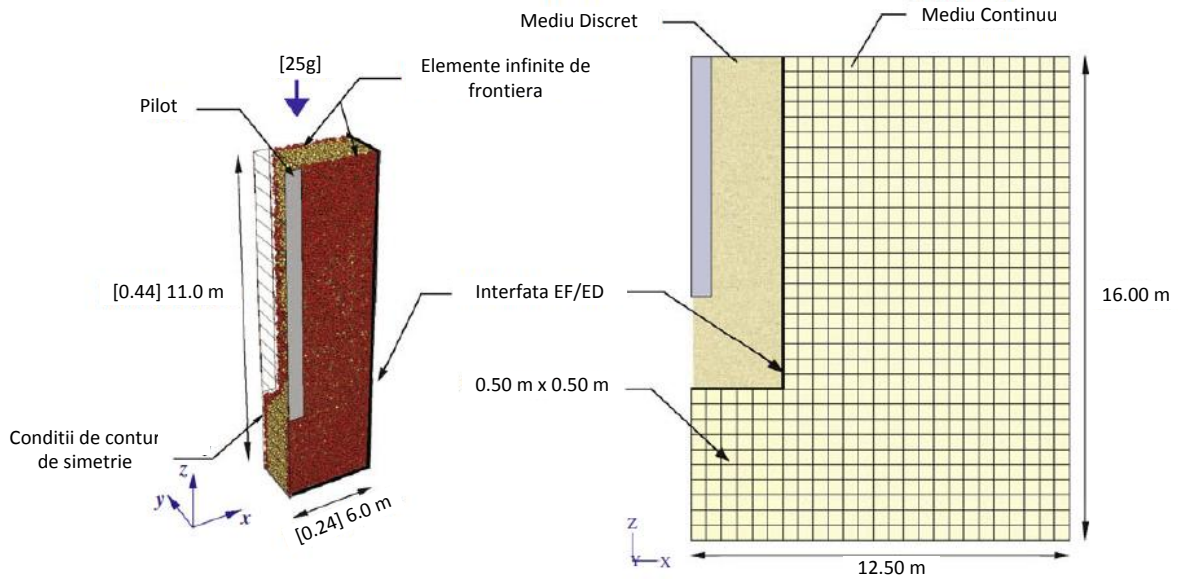


Fig. IV.22: Modelul numeric realizat de Elmekati și Shamy [84]



## IV.4 Modelarea structurilor de sprijin

Proiectarea structurilor de sprijin este reglementată în România prin NP 120/2006 – normativ privind cerințele de proiectare și execuție a incintelor adânci în zone urbane [88], NP 113/2004 – normativ privind proiectarea, execuția, monitorizarea și recepția pereților îngropați [89] și normativul privind proiectarea lucrărilor de susținere [90].

Conform normativului privind proiectarea lucrărilor de susținere [90], metodele de calcul utilizate în proiectare pot fi (1) metode simplificate care consideră echilibrul limită sau (2) metode care iau în considerare interacțiunea teren-structură.

### IV.4.1 Metoda echilibrului limită

Metodele de echilibru limită sunt bazate pe condițiile corespunzătoare momentului cedării, când întreaga rezistență de forfecare a pământului este mobilizată uniform în jurul peretelui îngropat. Calculele la starea de echilibru limită sunt bazate pe considerarea unei distribuții simple, liniare, a eforturilor laterale.

Metoda este utilizată pe scară largă și oferă rezultate acceptabile și poate fi utilizată pentru anumite forme structurale (e.g. pereți în consolă), dar este mai puțin indicată pentru alte forme structurale, de exemplu pereți rezemați pe mai multe niveluri.

Datorită faptului că metodele la starea de echilibru limită sunt bazate pe rezistența la forfecare a terenului, acestea nu oferă indicații în ceea ce privește deplasările peretelui. De asemenea, aplicarea de coeficienți de siguranță la valorile presiunilor terenului, poate conduce la supradimensionarea structurii.

#### IV.4.1.1 Metode care iau în considerare interacțiunea teren-structură

#### IV.4.1.2 Ipoteza comportării elastice a terenului. Mediul elastic discret și mediul continuu

Într-o analiză simplă de interacțiune teren-structură, peretele îngropat este modelat printr-o grindă iar terenul printr-un mediu elastic discret, alcătuit dintr-o serie de resorturi orizontale (metoda coeficientului de reacțiune), sau printr-un mediu elastic continuu. Rigiditatea terenului este caracterizată prin rigiditățile resorturilor (coeficienți de reacțiune) sau prin rigiditatea mediului elastic continuu. Rigiditățile resorturilor  $i$  se poate asocia o lege de creștere cu adâncimea sau se pot impune limitări inferioare sau superioare ale forțelor în resorturi care să corespundă atingerii valorilor de împingere activă sau rezistența pasivă ale terenului.

Metodele bazate pe ambele modele (mediul elastic discret sau mediul continuu) pot fi utilizate pentru calculul deplasărilor peretelui, al momentelor încovoietoare în perete și al forțelor în rezemele peretelui (ancoraje sau șpraițuri), dar nu pot furniza deplasările terenului în jurul peretelui. Șpraițurile și ancorajele sunt modelate, în general, prin resorturi sau forțe, apărând dificultăți în estimarea condițiilor reale de rezemare.

#### IV.4.1.3 Metoda elementelor finite și metoda diferențelor finite

Calculul mult mai complex de interacțiune teren-structură sunt cele care permit modelarea peretelui, a terenului, precum și a etapelor de execuție prin metoda elementelor finite (MEF) sau metoda diferențelor finite (MDF). Prin aceste metode este posibilă modelarea unor factori precum:

- comportamentul complex al terenului;
- etapele de execuție a lucrării de susținere;
- detaliile de rezemare a peretelui;
- efectele date de consolidarea terenului;
- efectele date de prezența apei subterane etc.

Se pot face estimări privind deplasările terenului și ale peretelui, mărimea eforturilor în perete și forțelor în reazemele peretelui. Pentru a obține însă rezultate apropiate de realitate este necesară în prealabil o calibrare a modelului utilizat prin compararea rezultatelor calculului cu măsurători realizate pe structuri de susținere asemănătoare.

Metoda elementelor finite (MEF) și metoda diferențelor finite (MDF) sunt considerate că oferă soluții teoretic complete. Aplicarea acestor metode impune ca proiectantul să aibă experiență atât în utilizarea unui anumit program de calcul care se bazează pe una din aceste metode cât și în modelarea unor astfel de lucrări.

#### IV.4.2 Alegerea metodei de calcul

Metoda de calcul aleasă pentru a fi utilizată depinde de complexitatea structurii, de procesul de construire, de informațiile necesare a se obține prin calcule, de datele de intrare avute la dispoziție și de beneficiul din punct de vedere economic care rezultă în urma rafinării calculelor.

În Tab. IV.2 sunt sintetizate avantajele și limitările principalelor metode de calcul al pereților îngropați. Unele dintre acestea oferă o cantitate largă de informații, dar acuratețea rezultatelor depinde de calitatea datelor introduse în calcule. Tehnicile numerice avansate (MEF sau MDF) necesită timp pentru calarea modelelor și date de intrare complexe, precum și un operator cunoscător al programului de calcul și cu experiență în domeniu.

Tab. IV.2: Clasificarea metodelor de calcul pentru structuri de sprijin [90]

Metoda de calcul	Avantaje	Limitări
<b>Echilibru limită</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• necesită numai parametrii de forfecare ai terenului</li> <li>• simplă și clară</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• nu modelează interacțiunea teren - structură, rigiditatea peretelui și etapele de construire</li> <li>• nu permite calculul deformațiilor</li> <li>• nu se aplică unor sisteme static nedeterminate (pereți rezemați pe mai multe niveluri)</li> <li>• poate modela numai condiții drenate (eforturi efective) sau nedrenate (eforturi totale)</li> <li>• numai probleme bidimensionale</li> </ul>

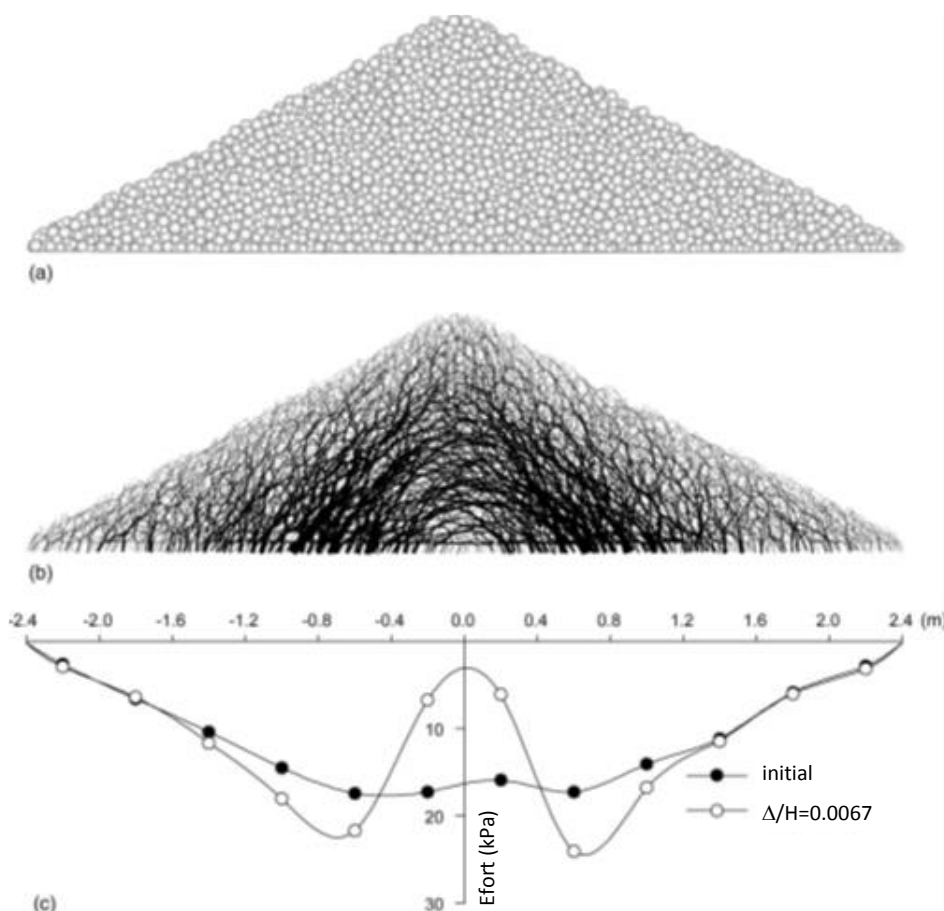
Metoda de calcul	Avantaje	Limitări
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• nu ia în considerare efectul stării inițiale de eforturi în teren</li> </ul>
<b>Coeficient de reacțiune</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• posibilă modelarea interacțiunii teren - structură, a etapelor de execuție etc.</li> <li>• modelarea terenului prin resorturi elastice</li> <li>• deplasarea peretelui poate fi estimată</li> <li>• utilizare relativ simplă</li> <li>• se poate ține cont de starea inițială de eforturi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• modelare simplistă a terenului</li> <li>• estimare dificilă a coeficienților de reacțiune</li> <li>• numai probleme bidimensionale</li> <li>• anumite conectări structurale sunt dificil de modelat</li> <li>• deplasările terenului în jurul peretelui nu pot fi calculate</li> </ul>
<b>Model elastic continuu</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• posibilă modelarea interacțiunii teren-structură, a etapelor de execuție etc.</li> <li>• modelarea terenului printr-un mediu elastic continuu</li> <li>• deplasarea peretelui poate fi estimată</li> <li>• utilizare relativ simplă</li> <li>• se poate ține cont de starea inițială de eforturi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• comportare elastică a terenului, cu limite corespunzătoare atingerii stării active sau pasive</li> <li>• modelare simplistă a influenței apei din pori</li> <li>• numai probleme bidimensionale</li> <li>• anumite conectări structurale sunt dificil de modelat</li> <li>• deplasările terenului în jurul peretelui nu sunt calculate</li> </ul>
<b>MEF / MDF</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• posibilă modelarea interacțiunii teren-structură, a etapelor de execuție etc.</li> <li>• modele complexe pentru teren care pot lua în considerare variația rigidității cu starea de eforturi sau anizotropia</li> <li>• modelarea unor structuri complexe cu includerea unor detalii structurale și de rezemare</li> <li>• deplasarea peretelui poate fi estimată</li> <li>• bună reprezentare a efectului apei din pori</li> <li>• modelarea consolidării terenului și a trecerii de la condiții nedrenate la condiții drenate</li> <li>• probleme bi- și tridimensionale</li> <li>• se poate ține cont de starea inițială de eforturi</li> <li>• deplasarea terenului în jurul peretelui poate fi estimată</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pot necesita un timp relativ mare de calcul</li> <li>• dificilă modelarea anumitor aspecte (de exemplu, execuția peretelui)</li> <li>• necesită date de calcul complexe</li> <li>• modele simple pentru teren (elastic liniare) pot conduce la deplasări eronate ale terenului</li> <li>• necesită experiență în utilizare</li> <li>• necesită programe de calcul verificate printr-o practică îndelungată</li> </ul>

#### IV.4.3 Metoda elementului discret

Metodele tradiționale de calcul al împingerii pământului asupra lucrărilor de susținere nu oferă rezultate precise asupra punctului de aplicație al forței rezultante. Metoda Coulomb desconsideră distribuția încărcărilor pentru că utilizează echilibrul de forțe, în timp ce distribuția eforturilor utilizând metoda Rankine presupune o creștere lineară a încărcării cu adâncimea. Rezultatele experimentale indică distribuții complexe ce depind de modul de deformare al peretelui până la atingerea stării limite. Nadukuru și Michalowski [91] au utilizat metoda elementului discret pentru a simula interacțiunea dintre pământ și structura de sprijin, identificând lanțuri de forțe caracteristice efectului de boltă. Aceștia identifică boltirea ca fiind principala cauză ce determină distribuția încărcărilor. Rezultatele acestora indică o corelație între modurile de rotire ale peretelui și mobilizarea diferențiată a rezistenței pământului pe suprafața de separație dintre masivul în mișcare și pământul în repaus (i.e. suprafața de cedare). Punctele de aplicație ale rezultatelor acțiunii pământului asupra structurii de sprijin obținute de aceștia diferă considerabil în cele trei cazuri studiate:

- $0.4 \cdot H$  deasupra bazei, în cazul translației;
- $0.55 \cdot H$  deasupra bazei, în cazul rotirii în jurul părții superioare;
- $0.3 \cdot H$  deasupra bazei, în cazul rotirii în jurul bazei.

După cum menționează însuși Terzaghi [92] efectul de boltă poate avea un efect important asupra distribuției încărcărilor pe structurile de sprijin. Efectul de boltă definește o distribuție a eforturilor în pământ, în care componente mai rigide concentrează o încărcare mai mare. O simulare MED a unei stive de nisip ilustrează acest efect (Fig. IV.23), realizată de Nadukuru și Michalowski [91], utilizând programul PFC<sup>3D</sup> (Itasca [93]).



**Fig. IV.23: Simulare MED: (a) stivă prismatică de nisip, (b) lanțuri de forțe, și (c) distribuția eforturilor la bază înainte și după deplasare [91]**

În vederea evaluării efectului alunecărilor de teren asupra structurilor de sprijin Jiang și Towhata [94] au realizat lucrări experimentale simulând contactul dintre mase granulare alunecătoare și un perete de sprijin. Rezultatele acestora susțin nelinearitatea distribuției încărcărilor pământului asupra structurii, justificate de Handy [95] prin efectul de boltă anterior menționat.

În același registru, Teufelsbauer et al. [96] au realizat un model MED pentru simularea impactului pe care avalanșele îl au asupra structurilor rigide. Compararea între simulările numerice și experimentele de laborator pentru diferite pante și obstacole indică o bună calibrare. Compararea dintre forțele de impact și tiparele de curgere obținute numeric și cele experimentale recomandă modelul pentru o gamă largă de simulări a diferitelor situații reale.

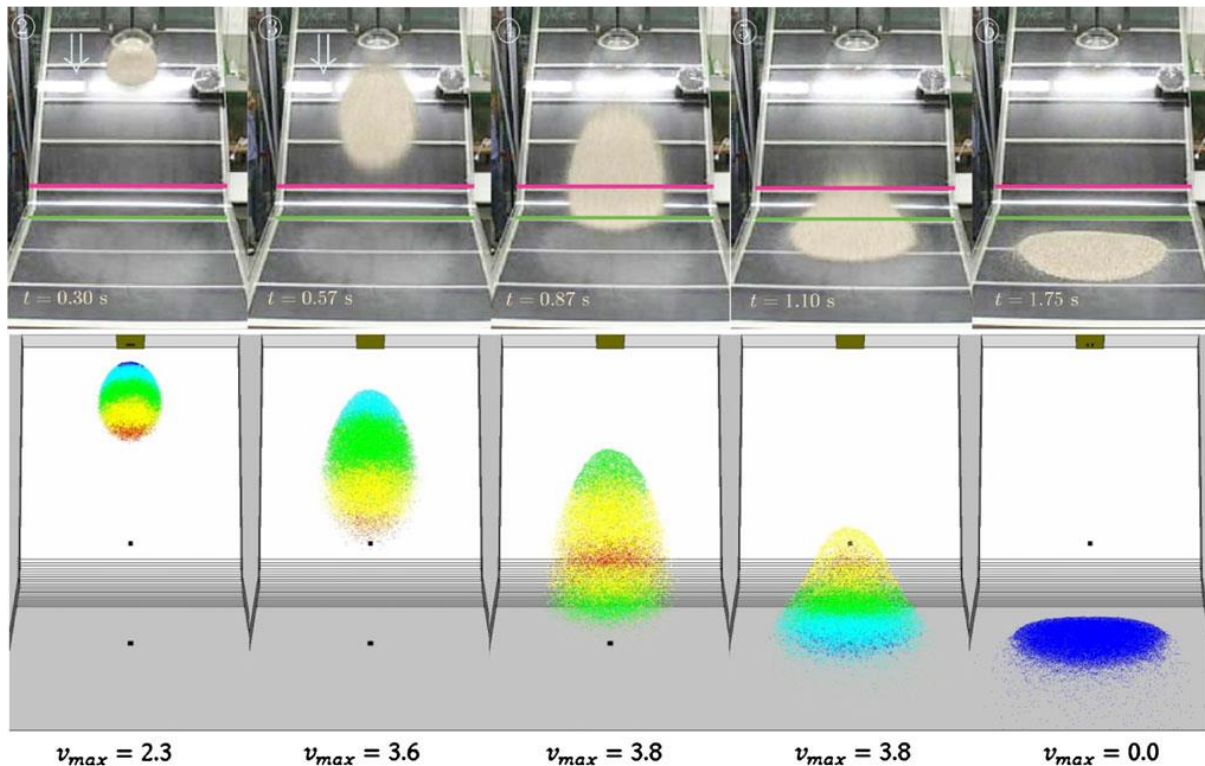


Fig. IV.24: Calibrarea modelului realizat de Teufelsbauer et al. prin lucrări experimentale [96]

## IV.5 Alte tipuri de modelări

### IV.5.1 Modelarea comportării mecanice a pământurilor

În modelarea geotehnică este necesară cunoașterea apriori a proprietăților fizico-mecanice ale pământurilor. În funcție de modelul constitutiv utilizat în modelare este necesară efectuarea diferitor tipuri de încercări de laborator, sau in-situ, pentru determinarea parametrilor necesari modelului. În cazul modelării utilizând Metoda Elementelor Discrete este importantă calibrarea modelului prin simularea unor încercări mecanice ușor de reprodus în laborator sau pe teren și compararea rezultatelor obținute numeric cu cele determinate experimental.

Astfel, majoritatea lucrărilor ce implementează MED menționate în acest raport, au ca prim pas în crearea modelului o calibrare pe baza acestui tip de simulări. Însă, acest lucru nu este întotdeauna ușor de realizat, astfel că unele cercetări s-au concentrat pe direcția determinării parametrilor necesari realizării modelelor MED, însăși prin modelarea încercărilor de laborator. O sinteză a câtorva astfel de lucrări este descrisă în (Tab. I.1), adaptată după O'Sullivan [6], și detaliată în continuare:

#### IV.5.1.1 Compresiune monoaxială

Ting et al [15] au realizat modele simulând teste de compresiune monoaxială. Particulele au fost generate aleatoriu după o curbă granulometrică predefinită. Rigiditatea normală de contact folosită a fost între  $100 \text{ MN/m}^2$  și  $10000 \text{ MN/m}^2$ , valori aproximativ egale cu cele obținute din încercări pe granit. În fiecare model, peretele superior a fost coborât și ridicat comprimând și relaxând proba, obținându-se astfel un comportament de histerezis caracteristic materialelor naturale. Un neajuns al acestui test a fost însă neintroducerea presiunii apei din pori, materialul modelat fiind unul uscat.

#### IV.5.1.2 Compresiune biaxială

Pentru simularea numerică a microstructurii legăturilor de forfecare, Iwashita și Oda [16] au utilizat metoda elementelor discrete cu implementarea rezistenței la rostogolire în contacte. Astfel, mișcarea relativă prin rostogolire a fost definită ca fiind funcție de rotirea relativă dintre două particule în contact, ceea ce a făcut posibilă generalizarea legii de conservare a impulsului unghiular astfel încât impulsurile pot fi transmise prin contact. Testul de compresiune biaxială a fost utilizat pentru calibrarea modelului implementat.

#### IV.5.1.3 Simularea încercării în aparatul de compresiune triaxială

Ting et al. [15] au realizat simulări ale încercării în aparatul de compresiune triaxială (reprezentând de fapt o compresiune biaxială) (Fig. IV.25).

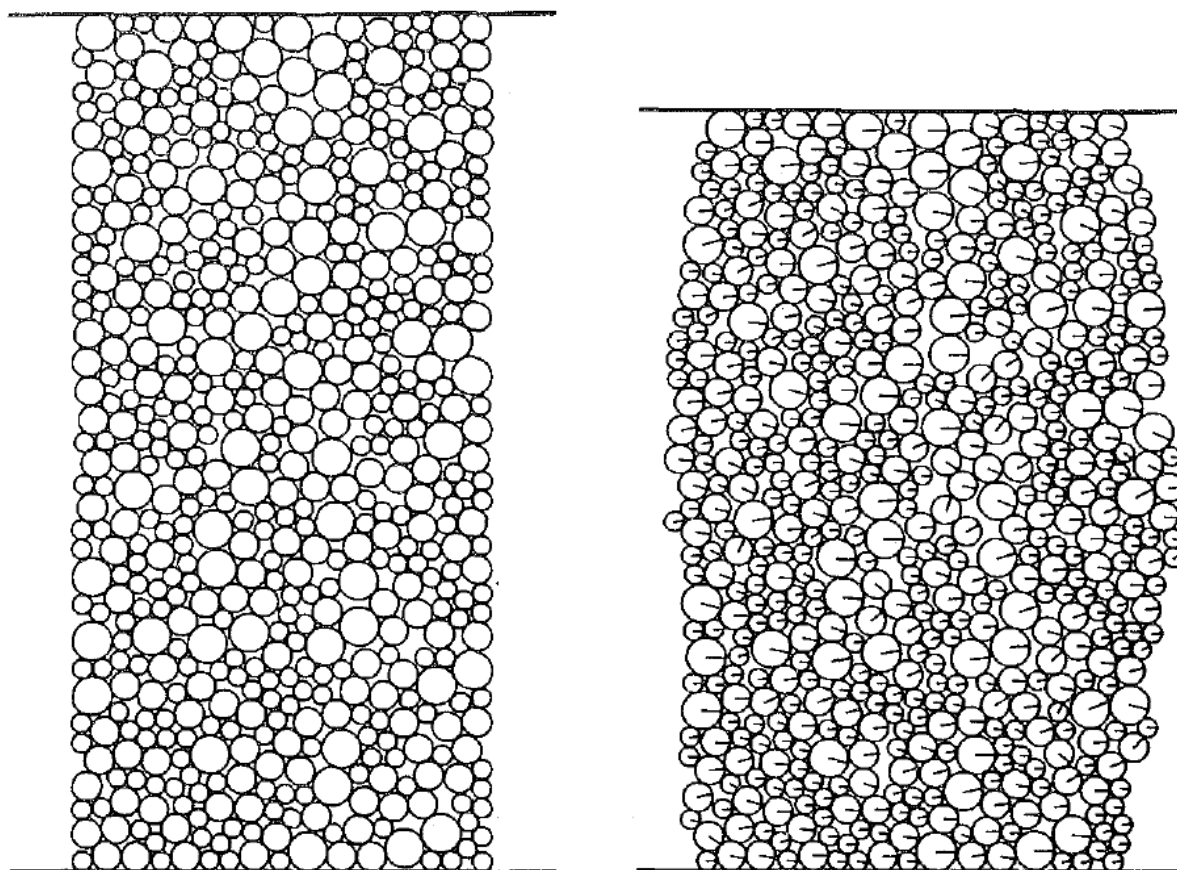


Fig. IV.25: Stările inițială și finală ale simulării încercării în aparatul de compresiune triaxială realizată de Ting et al. [15]

Cui et al [17] propun o nouă abordare, eficientă din punct de vedere al timpului de calcul, pentru probleme axi-simetrice modelate utilizând MED (Fig. IV.26). Validarea acesteia s-a realizat prin simularea unei serii de încercări de compresiune în triaxial realizate pe probe compuse din sfere metalice confinate în vid.

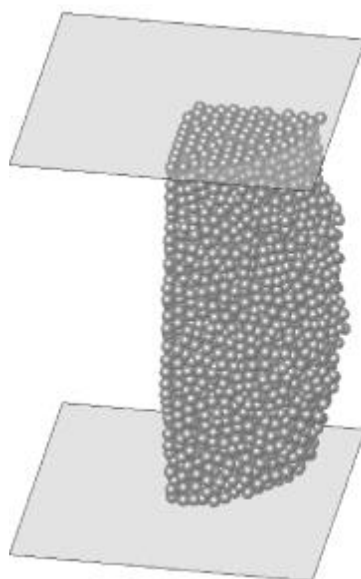


Fig. IV.26: Model de compresiune în aparatul triaxial [17]

Analiza parametrilor la scară microscopică a ilustrat o neuniformitate a eforturilor, forțele de contact între particule și deformațiile specimenului. Raporturile de eforturi unitare maxime

$((\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3))$  obținute la mijlocul probei au rezultat mai mici decât cele de pe contur. În plus, pe măsură ce lanțurile de forțe tind să se concentreze către centrul probei, valoarea maximă a raportului de eforturi unitare tindă să depășească valoarea maximă a raportului de eforturi calculat cu ajutorul forțelor de pe contur (Fig. IV.27).

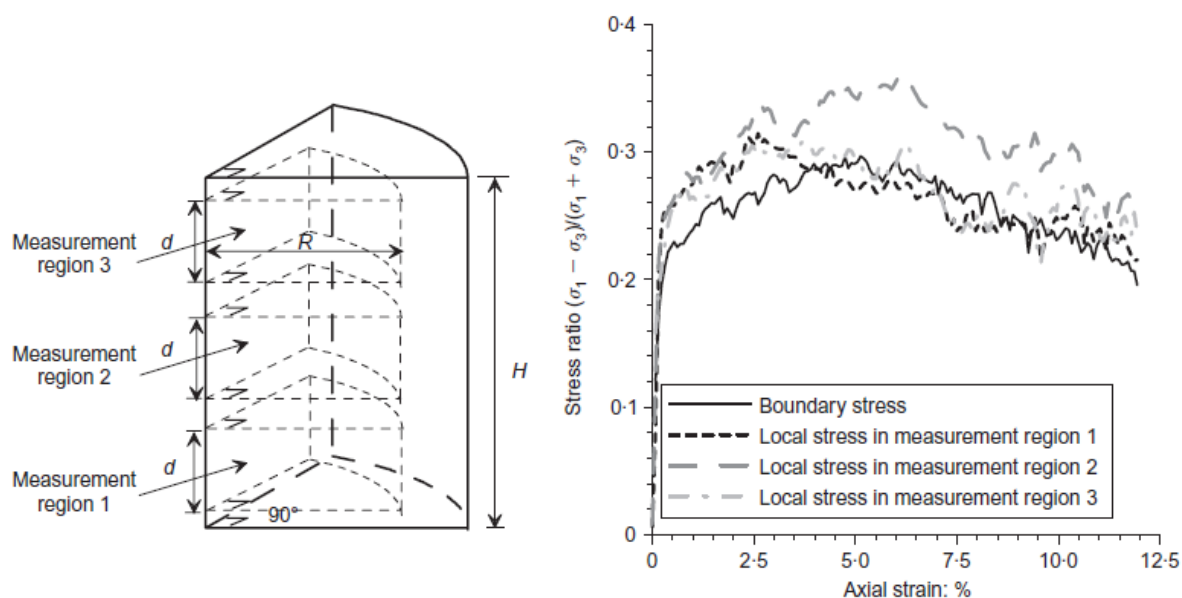


Fig. IV.27: Comparație între eforturile pe contur și cele din interiorul probei [17]

Gong et al. [18] raportează o serie de rezultate obținute în simulări de compresiune triaxială în condiții drenate pe probe de material granular în stări îndesate și afânate (Fig. IV.28).

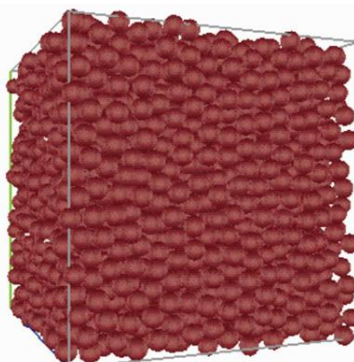


Fig. IV.28: Specimen inițial după compresiune izotropă [18]

Rezultatele indică drept cel criteriu de cedare potrivit rezultatelor pe cel descris de Lade [97], inclusiv pentru probe afânate, cu toate că Lade și Duncan au definit criteriul de cedare pe baza rezultatelor experimentale realizate pe probe de nisip îndesat [98].

Modelarea încercării de compresiune triaxială a fost realizată și în alte lucrări din care se pot menționa Thornton [7], O'Sullivan et al. [19], Ng [21] și Tsunekawa și Iwashita [20].

#### IV.5.1.4 Starea plană de deformații

Powrie et al [22] publică rezultatele unei serii de modelări numerice a unui material granular prin probleme plane de deformații, realizate prin modele tridimensionale utilizând programul PFC<sup>3D</sup> [93]. Probele au fost formate din aproximativ 10 000 de particule ne-sferice, fiecare compuse din două sfere. Modelările arată capacitatea unui astfel de model de a surprinde



proprietățile la scară macro a comportamentului pământului, așa cum sunt ele determinate prin încercări de laborator.

Ng [21] a realizat modelări ale unor încercări în condiții drenate pe specimene formate din particule elipsoidale. Testele includ întindere axială, compresiune izotropă, compresiune biaxială, deformație plană, compresiune triaxială și întindere triaxială. Modelările au fost realizate cu metoda elementelor discrete cu elemente de frontieră de presiune.

#### ***IV.5.1.5 Compresiune triaxială***

În afara lucrărilor realizate de Ng [21], putem identifica cercetările lui Thornton [7] în domeniul modelării compresiunii triaxiale utilizând metoda elementelor discrete. Acesta a studiat deformațiile de forfecare în condiții cvasi-statice ale mediilor granulare prin modelări numerice utilizând sfere elastice. Realizează teste de compresiune triaxială axisimetrică atât pe probe atât pe probe dense cât și pe afânate. La nivel microscopic, răspunsul obținut numeric în termeni de efort-deformație este în excelentă corelare calitativă cu măsurătorile experimentale. Avantajul modelării numerice este acela că permite studiul la nivel microscopic al evoluției parametrilor interni ai materialului asociați cu proprietățile micromecanice ale acestuia.

#### ***IV.5.1.6 Forfecarea directă***

În afara modelării compresiunii monoaxiale și biaxiale, Ting et al [15] au realizat și modelări de forfecare directă și forfecare simplă. Rezultatele sunt specifice puterii de calcul din vremea respectivă, aceștia neputând realiza modele tridimensionale, și utilizând un număr redus de particule, însă procesorul matematic propus de ei a reprezentat un important punct de referință pentru cercetările ulterioare.

Alte modelări ale încercării de forfecare directă utilizând MED au fost realizate de Cui și O'Sullivan [24] și Masson și Martinez [23]. Aceștia din urmă au realizat modele bidimensionale de material granular îndesat și afânat cuprinzând 1050 de elemente. De asemenea, rezultatele macroscopice sunt asemănătoare comportamentului materialelor granulare naturale

#### ***IV.5.2 Modelarea digurilor de pământ***

Ca urmare a dimensiunilor mari ale unui model discret pentru un dig de pământ, aceste lucrări nu sunt des întâlnite în literatură. Ulterior cedării digului Yodo-gawa cauzată de lichefierea stratului de nisip afânat în contextul cutremurului din Nyogoken-Numby, Osaka, un prim pas către o astfel de modelare a fost realizată de Mori et al. [99], care și-au concentrat atenția către digurile din preajma orașului Tokyo, și posibilitatea ca acestea să fie supuse fenomenului de lichefiere. Rigiditatea resorturilor virtuale pentru calculul forțelor de contact dintre particule a fost determinată prin încercări de forfecare simplă statică și ciclică [100].

În condiții inițiale ale modelului, porozitatea este de 16%, iar încărcarea dinamică este generată de o undă cu accelerograma precum cea din Fig. IV.29. În Fig. IV.30 este ilustrată deformația finală a modelului. Deformația verticală maximă a digului obținută numeric este în concordanță cu cele măsurate (aproximativ 3m). În plus, analiza arată că metoda poate fi utilizată pentru determinarea deplasării digului în direcție orizontală cauzată de lichefiere.

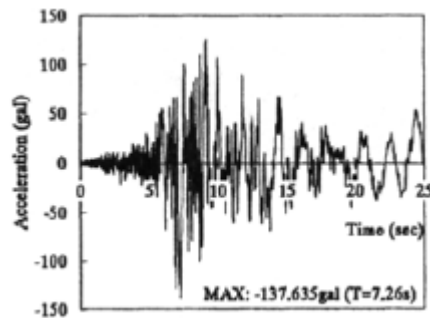


Fig. IV.29: Accelerograma pe baza căreia s-a generat încărcarea asupra modelului [99]

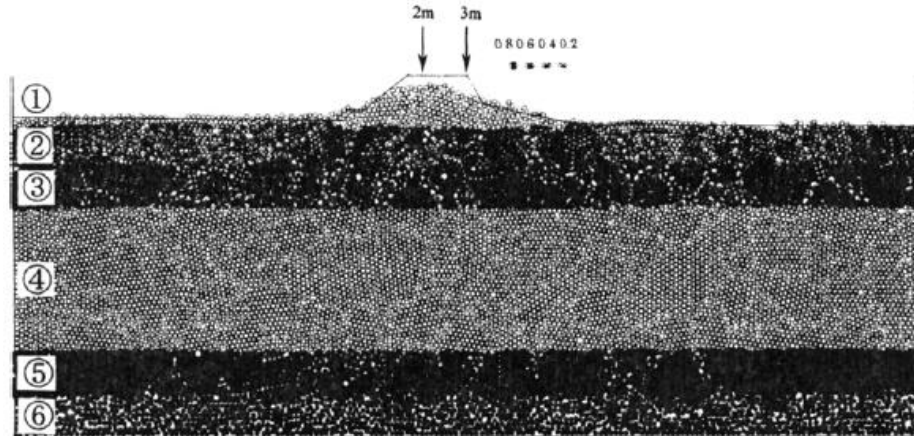


Fig. IV.30: Deformația digului cu distribuția creșterii presiunii apei din pori [99]

Pe lângă stabilitatea generală, unele lucrări s-au concentrat asupra altor fenomene care au loc în cazul digurilor. Zou et al. [101] au studiat transportul particulelor fine sub curenți de apă în medii granulare. Cu ajutorul metodei elementelor discrete, acest fenomen poate fi mai bine estimat decât utilizând alte metode de calcul. Abordarea utilizată înglobează faza solidă în fluid prin aplicarea asupra granulelor a unor forțe medii generate de curgerea unui fluid virtual.

Pentru simularea materialului de bază (argilă cu pietriș), au fost utilizate patru dimensiuni diferite de particule: pietriș, nisip grosier, nisip fin și argilă, iar pentru descrierea filtrului, au fost folosite materiale cu patru proprietăți granulometrice diferite, obținându-se următoarele rapoarte de retenție  $D_{15}/d_{85}$ : 1.67, 3.47, 6.94, 10.42 ( $D_{15}$  – diametrul maxim al particulelor reprezentând cele mai mici 15% din masa totală de material de filtru, exprimate în procente de masă;  $d_{85}$  - diametrul maxim al particulelor reprezentând cele mai mici 85% din masa totală de material natural, exprimate în procente de masă). Toate modelele au fost supuse accelerații gradienti hidraulici: 0.0025, 0.025, 0.5, 5, 8, 25, 50, 83, 250.

Rezultatele au arătat că eroziunea pământului de bază afectează rezistența la eroziune a pământului combinat. Fig. IV.31 ilustrează distribuția granulelor în sistemele pământ-filtru obținută din analiza cuplată fluid-particulă. Gradientul hidraulic este 83, iar timpul de calcul este de 0.02 s. Un rezultat previzibil este dependența potențialului de infiltrație a granulelor fine în filtru față de distribuția granulometrică. Volumul de particule afectate de antrenare hidrodinamică este proporțional cu fracțiunea  $D_{15}$  a filtrului, aceasta influențând porozitatea materialului.

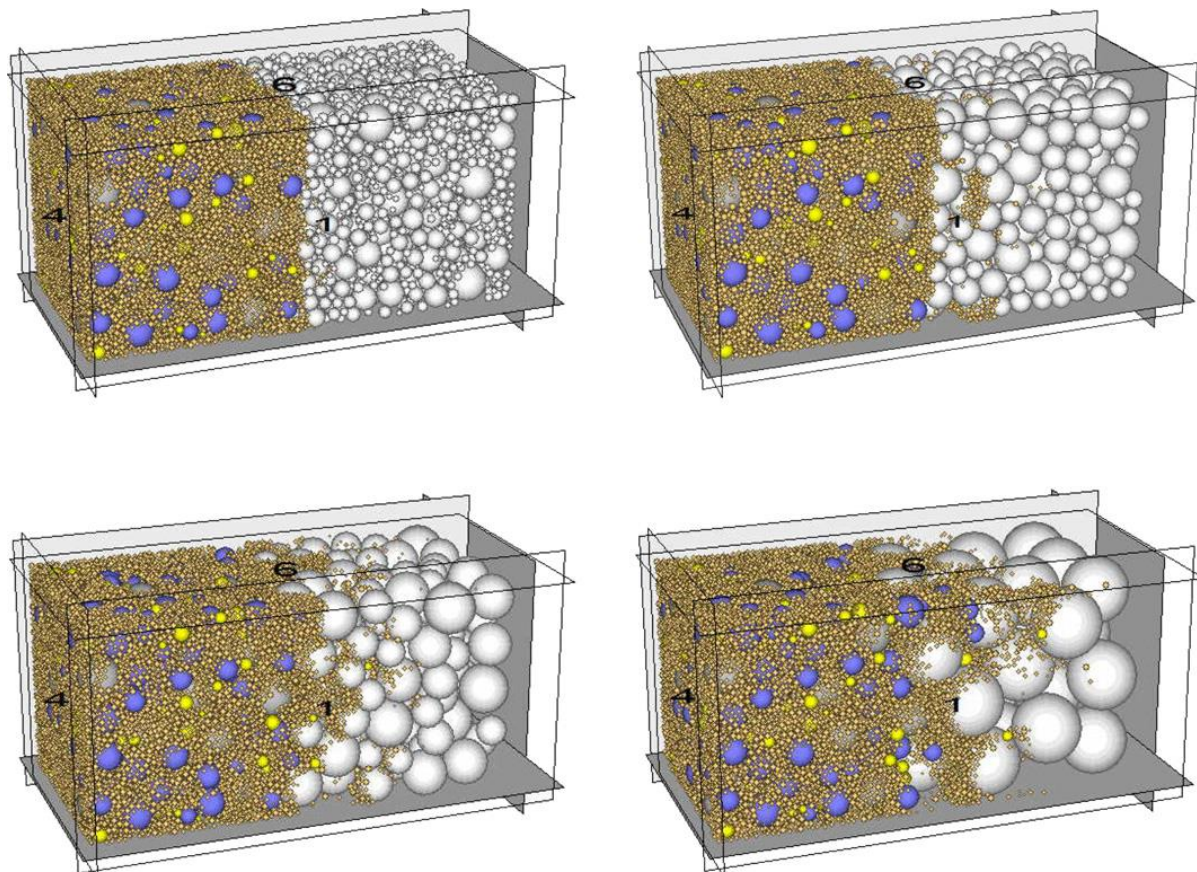


Fig. IV.31: Distribuția granulelor în sistemul pământ-filtru la timpul 0.02 s sub un gradient hidraulic de 83 [101]

### IV.5.3 Modelarea masivelor de pământ armat cu geosintetice

Conform GP 093-2006 – Ghid privind proiectarea structurilor de pământ armat cu materiale geosintetice și metalice, Pentru proiectarea structurilor din pământ armat sunt utilizate în mod curent două metode, cunoscute sub numele „metoda penei ancorate” (tie back wedge method) și „metoda gravității coerente” (coherent gravity method).

„Metoda penei ancorate” urmărește procedura de proiectare utilizată pentru zidurile de sprijin tradiționale, ancorate sau nu. „Metoda gravității coerente” este bazată pe măsurătorile realizate pe structuri armate cu armături inextensibile. Observațiile realizate pe teren au arătat că presiunea laterală exercitată de pământ în partea superioară a structurii de sprijin este influențată de rigiditatea axială la întindere a armăturii. În cazul armăturilor inextensibile, presiunea pământului se apropie de valoarea corespunzătoare stării de repaus. Aceste structuri sunt proiectate folosind „metoda gravității coerente”. Cu excepția cazului în care măsurătorile pe teren ar indica altceva, pentru structurile de sprijin armate cu materiale extensibile se va considera împingerea activă a pământului, iar proiectarea se va face cu ajutorul „metodei penei ancorate”.

Totodată, ghidul menționează că în proiectare se neglijează rezistența pasivă la baza zidului ce s-ar putea dezvolta pe adâncimea de încastrare datorită posibilității ca pământul să fie înlăturat din această zonă prin eroziune, excavații etc. În calcule se neglijează de asemenea rezistența la forfecare a sistemului de fațadă

Pentru determinarea împingerii pământului asupra structurii de pământ armat, se utilizează metoda echilibrului limită, exemplificată într-un caz particular în Fig. IV.32.

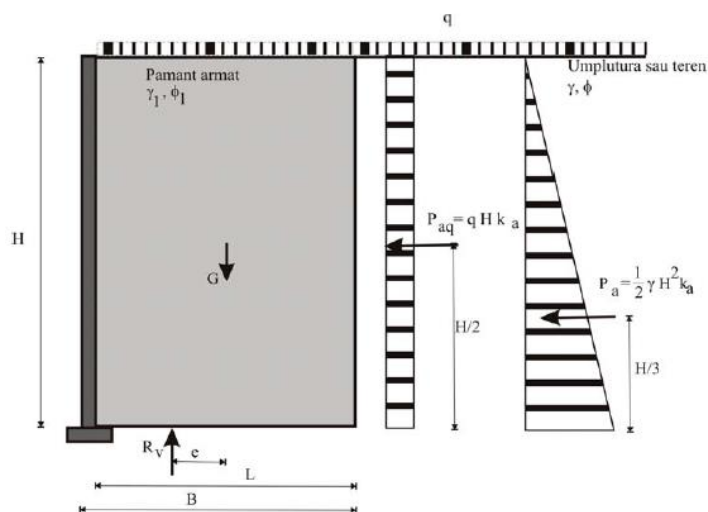


Fig. IV.32: Exemplu de schemă de calcul a împingerii pământului [102]

De asemenea, GP 093-2006 identifică două moduri în care poate avea loc cedarea internă a structurii de sprijin din pământ armat (Fig. IV.33):

- eforturile de întindere din armături devin prea mari, astfel încât acestea suferă deformații prea importante sau cedează, ceea ce poate provoca deplasări importante sau chiar colapsul structurii;
- eforturile de întindere din armături devin mai mari decât rezistența la smulgere a acestora. Smulgerea armăturilor determină creșterea eforturilor tangențiale din pământ, mărirea deplasărilor și posibila cedare a structurii.

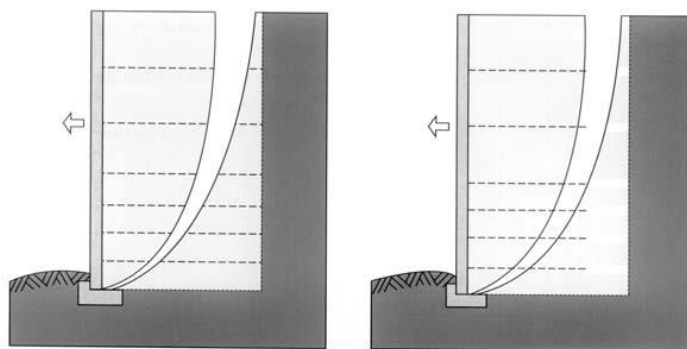
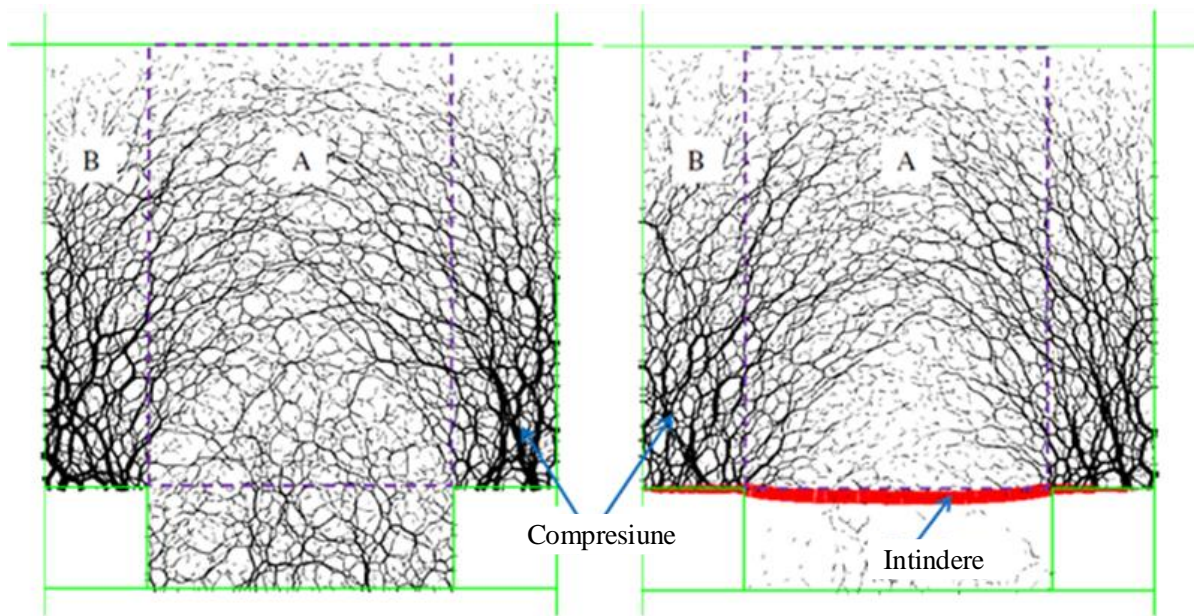


Fig. IV.33: Cedarea internă a structurilor de sprijin din pământ armat [102]

Procedurile de calcul menționate în GP 093-2006 [102] sunt metode de echilibru limită, care nu țin cont de interacțiunea geosintetic-pământ, decât prin coeficienți empirici. Pentru o modelare mai apropiată de realitate se poate utiliza metoda elementelor discrete, aceasta fiind utilizată în diverse studii pentru modelarea interacțiunii geosintetic-pământ ([103], [104], [105], [106], [107]).

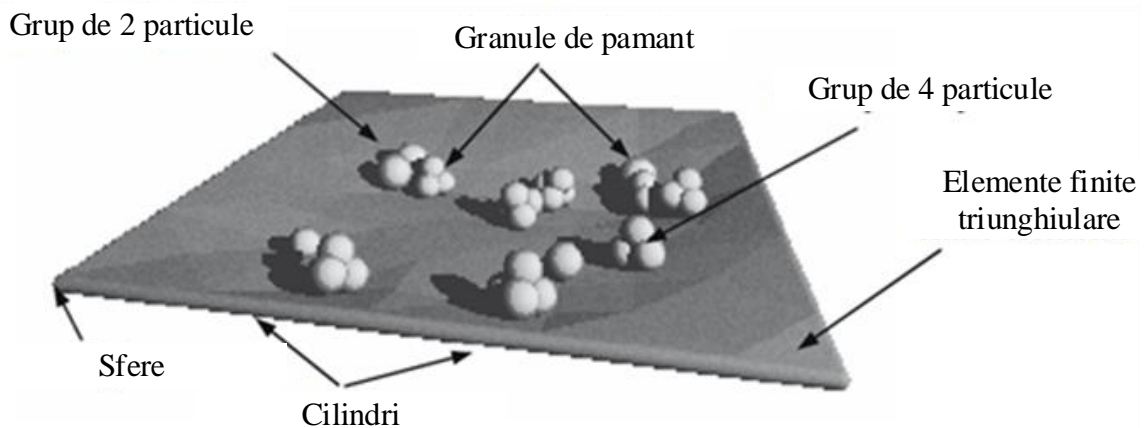
Han et al. [108] au studiat distribuția eforturilor și deformațiilor ce apar într-un rambleu armat cu geogrilă așezat deasupra unui grup de piloți pe pământ moale. Aceștia au observat că efortul vertical în rambleu scade deasupra stratului de pământ compresibil și crește deasupra piloților. Eforturile orizontale cresc de asemenea deasupra piloților dar rămân aceleași deasupra stratului compresibil. Coeficientul împingerii laterale a pământului după dezvoltarea efectului de boltă

a variat între 0.5 și 2.7 în rambleu (pentru rezistența pasivă) comparativ cu o medie de 0.5 (pentru stare de repaus) înainte de dezvoltarea efectului de boltă (Fig. IV.34).



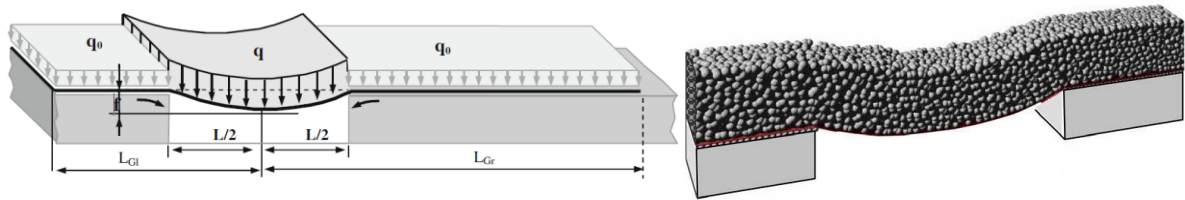
**Fig. IV.34: Distribuția forțelor de contact după dezvoltarea efectului de boltă: stânga – fără geogrilă; dreapta – cu geogrilă [108]**

Villard et al. [109] au dezvoltat un model numeric cuplat între MEF și MED ce a permis modelarea comportamentului unui rambleu armat cu geosintetic. Metoda elementului finit face posibilă descrierea structurii fibroase a stratului de geosintetic, a comportamentului său mecanic și a interacțiunii sale cu pământul, în timp ce metoda elementului discret permite modelarea pământului (Fig. IV.35).



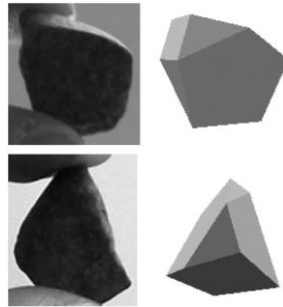
**Fig. IV.35: Principiul interacțiunii dintre elementele finite și cele discrete (Villard et al. [109])**

Modelul a fost aplicat unei probleme plane de deformații implicând un strat subțire de material granular (Fig. IV.36), obținând rezultate în conformitate cu cele analitice. Autorii avertizează, însă, că modelul ar putea să nu fie foarte precis în cazul unor situații mai complicate.



**Fig. IV.36: Geometria modelului realizat (stânga); Reprezentarea grafică a modelului final (dreapta) [109]**

Tutumluer et al. [110] au studiat efectul de încleștare între geogrilă și pământ. Aceștia au utilizat o abordare utilizând modelarea MED și tehnicile de identificare a tiparelor vizuale, pentru investigarea eficienței utilizării geogrițelor în construcția de drumuri. Modelul MED simulează agregatele prin poliedre tridimensionale, utilizând imagini concrete ale materialelor reale pentru generarea elementelor din model Fig. IV.37.

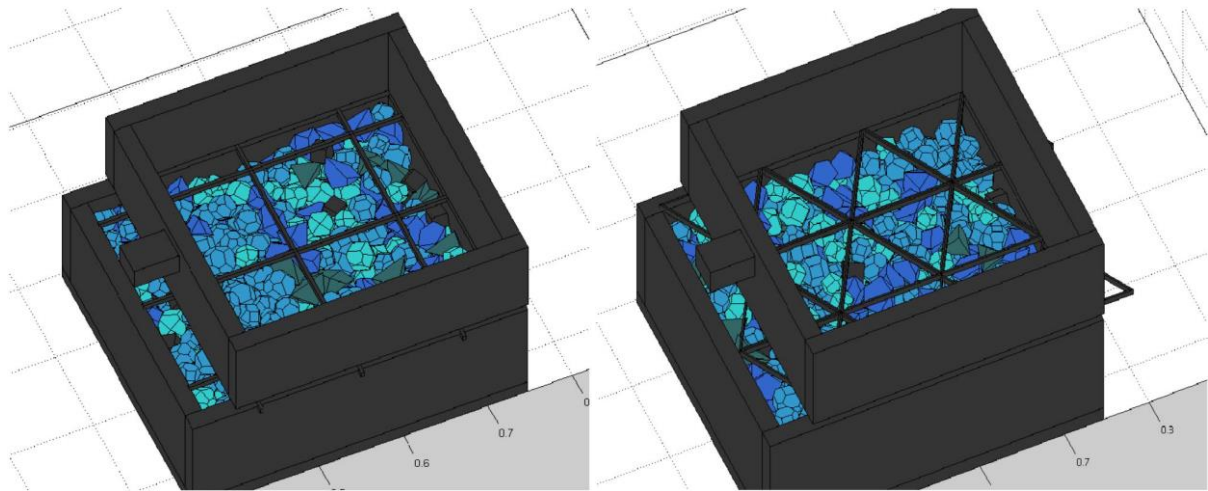


**Fig. IV.37: Comparație între granule reale (stânga) și cele generate numeric (dreapta) [110]**

Deoarece dimensiunile agregatelor și caracteristicile de formă ale acestora sunt obținute pe baza unor imagini reale, calibrarea modelului devine mult mai realistă și intuitivă, pe baza rezultatelor unor încercări de forfecare în casetă de mari dimensiuni, făcute atât pe material armat cât și nearmat (Fig. IV.38, Fig. IV.39).



**Fig. IV.38: Configurația încercării de forfecare în caseta de mari dimensiuni [110]**

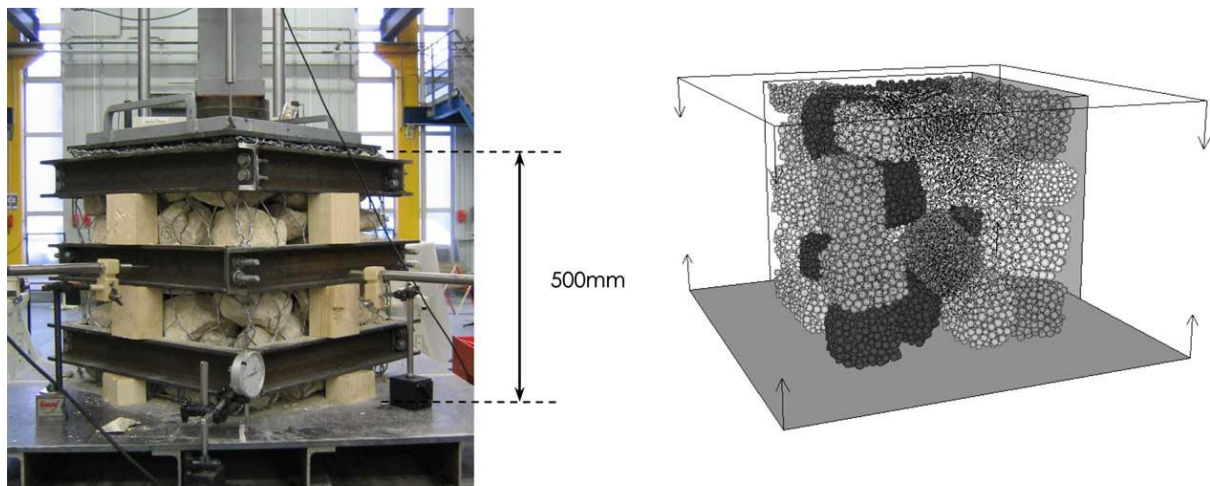


**Fig. IV.39: Modelarea numerică a încercării de forfecare în caseta de mari dimensiuni, pe diferite tipuri de geogrilă [110]**

Comparând rezultatele obținute, s-a observat că ambele tipuri de geogrilă au oferit efecte asemănătoare, cea triunghiulară fiind într-o mică măsură superioară celeilalte, dar necunoscându-se exact mecanismul care o face să ofere rezultate mai bune.

Bertrand et al. [111] au studiat comportamentul mecanic la compresiune confinată și neconfinată al gabioanelor, acestea fiind ansambluri de material granular învelite în plase. Aceștia au utilizat metoda elementului discret pentru modelarea naturii discrete a celulei, incluzând mecanismele de interacțiune dintre blocurile de rocă. În plus, a fost propusă o metodă inovatoare de modelare a rețelei de plasă utilizând metoda elementului discret.

Pentru calibrare s-au realizat încercări de compresibilitate pe grupuri de material asemenea celor din gabioanele utilizate în structurile de sprijin (Fig. IV.40, Fig. IV.41).



**(a) Fig. IV.40: Încercări de compresiune confinată [111]; a) aparat experimental; b) model numeric**

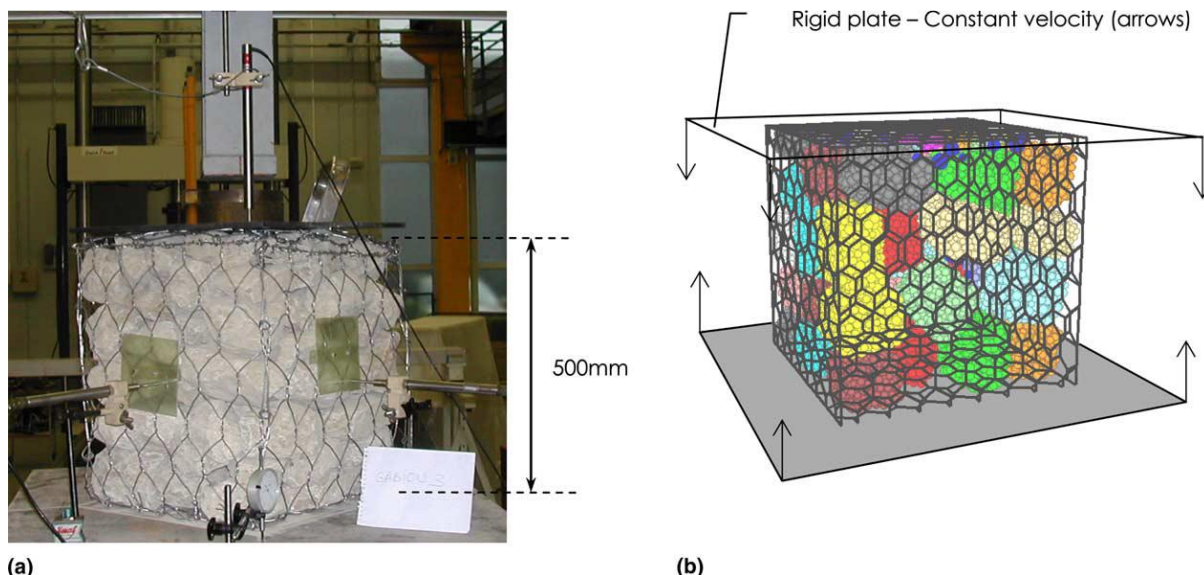


Fig. IV.41: Încercări de compresiune neconfinată [111]: a) aparat experimental; b) model numeric

În urma studiului realizat se observă că modelul obținut este capabil să reflecte destul de fidel realitatea utilizând un număr redus de parametri.

#### IV.5.4 Modelarea alunecărilor de teren

Analizele bazate pe metoda echilibrului limită presupune lunecarea unei mase de pământ pe o suprafață de cedare. În general, pentru analiza stabilității, masa de pământ este împărțită în fâșii. Eforturile pe suprafața de cedare sunt determinate descriind echilibrul static pe fiecare fâșie, însă problema este nedeterminată, iar condițiile de echilibru nu sunt suficiente pentru a determina eforturile pe suprafața de cedare. Drept urmare, problema se poate rezolva doar dacă se neglijează o parte a condițiilor de echilibru sau se fac anumite ipoteze simplificatoare. De exemplu, metoda fâșiilor a lui Fellenius [112] și metoda lui Bishop [113] nu satisfac echilibrul general de forțe, în timp ce metoda analizei pantei infinite descrisă de Fredlund și Krahn [114] și metoda simplificată a lui Janbu [115] nu satisfac condițiile de echilibru general de momente. Metodele mai sofisticate încearcă să satisfacă toate condițiile de echilibru prin implicarea unor ipoteze adiționale referitoare la forțele dintre fâșii (Spencer [116], Morgenstern și Price [117], Janbu [118]).

Față de aceste metode simplificate de determinare a eforturilor pe suprafața de mobilizare a cedării, sunt de preferat metode mai riguroase precum tehnicile de element finit. Cu toate acestea, metoda elementului finit necesită informații legate de starea inițială de eforturi în pământ, un model constitutiv adecvat și parametri corecți introduși în model. Astfel că analiza utilizând MEF devine complexă, iar gradul de incertitudine este ridicat.

Chang [119] propune o tehnică de modelare a alunecărilor de teren utilizând metoda elementelor discrete. Interfața realizată între fâșii sunt de natură elastoplastică. Chiar dacă se folosește un concept similar cu MED, metoda propusă de Chang [119] se deosebește de MED propusă de Cundall [4] atât prin formulare cât și prin procedura de obținere a soluției.

Pentru a depăși constrângerile metodei echilibrului limită, Chang [119] ia în considerare compatibilitatea dintre fâșii pentru a avea suficiente ecuații pentru obținerea unei soluții. Astfel, fiecare fâșie interacționează cu baza și cu fâșia vecină prin resorturi de tip Winkler (Fig. IV.42).



Un set de resorturi sunt pentru simularea rigidității normale, iar celălalt pentru rezistența la lunecare pe interfață.

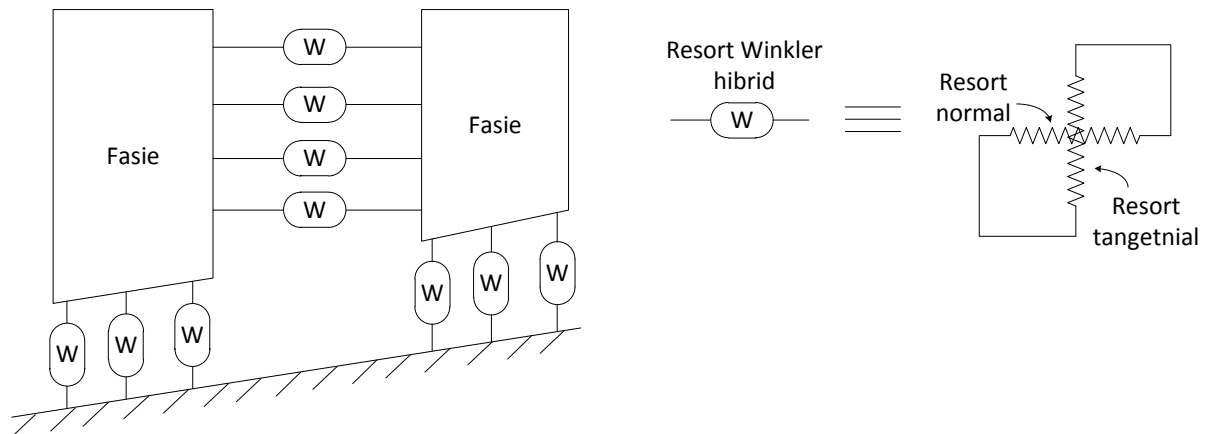


Fig. IV.42: Model de contact între fâșii, respectiv între fâșii și bază [119]

Metoda a fost utilizată în analiza unor cazuri particulare și compararea rezultatelor obținute cu cele utilizând echilibru limită. Plecând de la ipoteza că factorul de siguranță  $F$  al unui taluz omogen depinde de: panta  $\beta$ , înălțimea  $H$ , greutatea volumică  $\gamma$  și parametrii rezistenței la forfecare  $\phi$  și  $c$ . Conform lui Janbu [120], considerând un parametru adimensional  $\lambda$  ca fiind:

$$\lambda = \frac{\gamma H}{c} \tan(\phi) \quad (\text{IV.35})$$

valoarea raportului  $F\gamma H/c$  este unic pentru o pereche dată  $(\lambda, \beta)$ .

Astfel, Chang [119] a verificat metoda pentru patru cazuri particulare, cu diferite valori pentru perechea  $(\lambda, \beta)$  (Fig. IV.43). Datele de intrare și rezultatele obținute sunt sintetizate în Tab. IV.3.

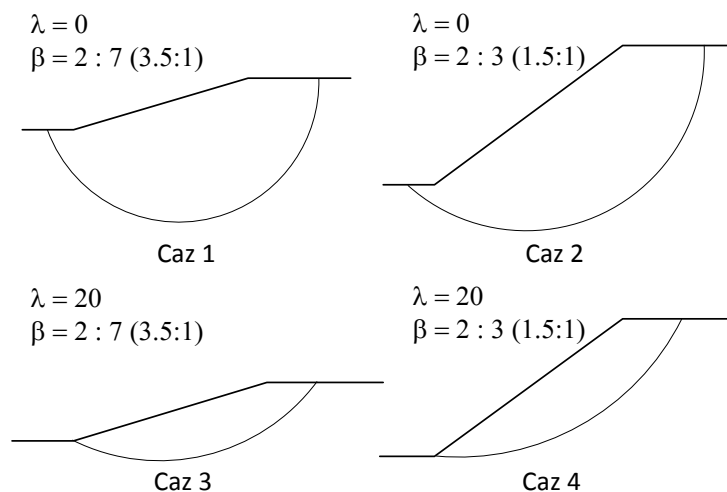


Fig. IV.43: Patru cazuri particulare analizate de Chang [119]

Cele patru cazuri reprezintă următoarele configurații:

- (1) pantă lină de pământ coeziv;
- (2) pantă abruptă de pământ coeziv;
- (3) pantă lină de pământ necoziv;
- (4) pantă abruptă de pământ necoziv.

Tab. IV.3: Datele de intrare și rezultatele obținute de Chang [119]

Caz	H [m]	$\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$\phi$ [°]	c [kPa]	$\lambda$ [-]	$\beta$ [-]	$F_{\text{Bishop}}$	$F_{\text{DEM}}$	
								$k_n/k_s = 1$	$k_n/k_s = 10$
1	45	19.68	0	158.915	0	3.5:1	1.2	1.19	1.22
2	45	19.68	0	172.369	0	1.5:1	1.2	1.19	1.24
3	45	19.68	14.8	11.52	20	3.5:1	1.2	1.16	1.17
4	45	19.68	26.3	21.479	20	1.5:1	1.2	1.13	1.16

Conform rezultatelor obținute, se observă că soluția depinde de raportul dintre rigiditățile resorturilor,  $k_n/k_s$ , și nu de valorile acestora. Acest raport de rigiditate la interfață poate fi estimat prin raportul dintre modulul lui Young, E, și modulul de elasticitate transversală, G. Pentru materiale izotrope, raportul este dat de relația  $2(1+\nu)$ . Astfel, raportul de rigiditate,  $k_n/k_s$ , poate fi estimat în funcție de coeficientul lui Poisson,  $\nu$ .

Chang [119] realizează și alte modele comparative, care nu vor fi detaliate în prezentul raport, obținând următoarele concluzii:

- metoda propusă este teoretic mai riguroasă decât metodele clasice;
- metoda este mai ușor de utilizat decât modele complexe de tip element finit;
- utilizarea metodei duce de obicei la factori de siguranță mai mici decât cei obținuți prin echilibru limită, în general pentru pământuri necoezive și în special pentru pante mai abrupte;
- prezenta metodă este utilă în analiza cedării progresive, fiind capabilă să modeleze comportamentul post-curgere.

Un studiu de caz asupra unei alunecări de teren reale a fost realizat de Tang et al. [121], ce au utilizat modelul elementului discret (PFC<sup>2D</sup> [64]) pentru a simula alunecarea de teren din regiunea Tsaoling, Taiwan, generată de cutremurul Chi-Chi din 1999. Pentru estimarea hazardului la alunecări este necesară cunoașterea caracteristicilor fizice, mecanice, geologice, hidrogeologice și seismice ale zonei de studiu.

În modelarea alunecărilor se folosesc adesea modele continue. În cazul modelării în mediu Euler cu un cadru de referință fix, s-au semnalat dezavantaje în descrierea curgerii foarte rapide a masei alunecătoare [122]. În cazul modelării utilizând metoda elementului finit, este critică adoptarea unei legi constitutive potrivită zonei studiate ([123], [124], [125]). În general, pentru a depăși problema deformațiilor excesive ale caroiului de calcul, s-a formulat metoda elementului finit Lagrangian (LFEM) [126] [127], o extindere a acesteia fiind cuplajul Euler-Lagrange, metodă ce permite modelarea unor deformații foarte mari relativ la dimensiunile modelului și a caroiului și a comportării dinamice a masei alunecătoare ([128], [129], [130]).

Alunecările de teren implică adesea materiale granulare eterogene precum rocile sau pământurile granulare, ce pot cădea, se pot răsturna, sau pot luneca [131]. Pentru astfel de situații, metoda elementului discret devine cea mai realistă în simularea alunecării, în special în condiții seismice, deoarece soluția explicită în domeniul de timp este ideală pentru studiul propagării în timp a unei unde seismice.

În cazul alunecării din regiunea Tsaoling, a fost dislocuită un volum de pământ de aproximativ  $150 \times 10^6 \text{ m}^3$ , conform unui studiu realizat în mediu GIS (Geographic Information System) cu rezoluția de 10 m [132], profilul terenului înainte și după producerea fenomenului fiind descrise în Fig. IV.44.

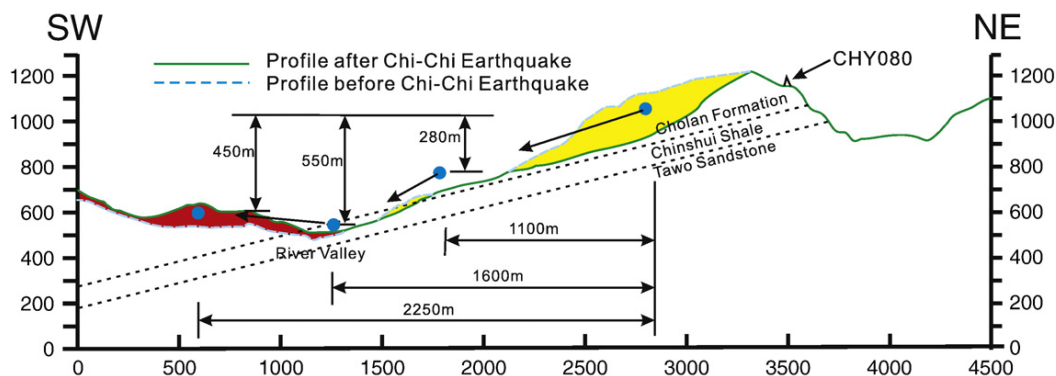


Fig. IV.44: Secțiune prin zona de studiu [121]

Modelul numeric realizat a plecat de la diagrama corpului liber a unui bloc de rocă asupra căruia acționează forțele stabilizatoare și cele destabilizatoare (Fig. IV.45). Metoda de calcul se bazează pe cea descrisă de Newmark [133] pentru evaluarea deformațiilor potențiale ale unui rambleu datorate mișcării seismice [133] [134]. Metoda lui Newmark susține că prin calcularea accelerațiilor pământului care generează forțe de inerție suficient de mari pentru a atinge rezistența pământului, și integrând accelerațiile care depășesc aceste valori critice, este posibilă determinarea deplasării finale.

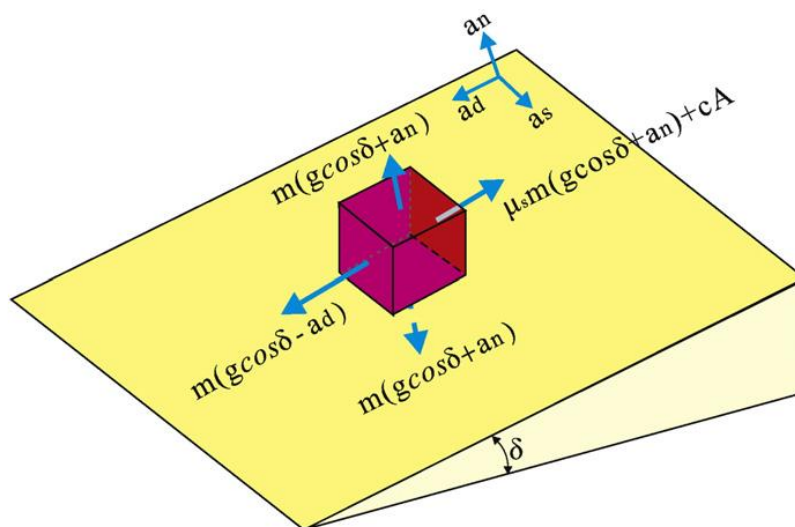
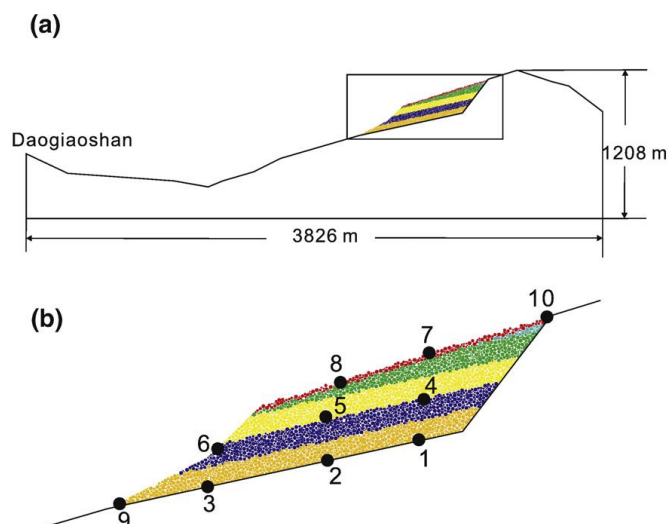


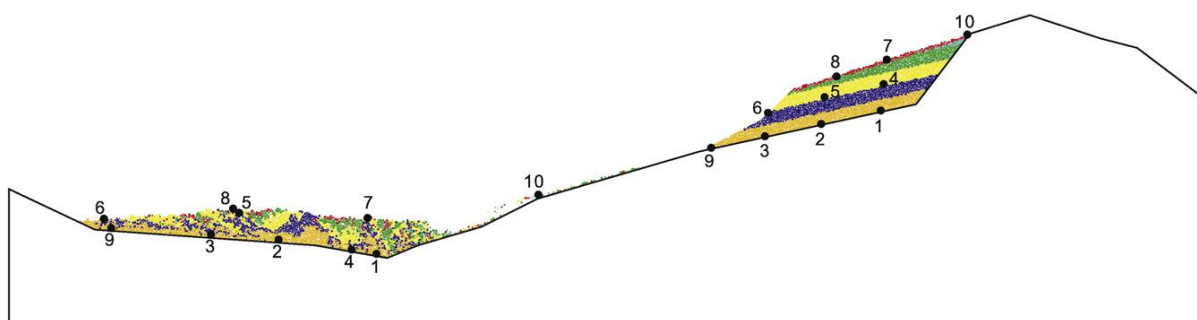
Fig. IV.45: Diagrama de reprezentare a forțelor ce acționează asupra unui bloc de rocă [121]

Modelul a fost realizat pentru o secțiune caracteristică (Fig. IV.44, Fig. IV.46) pentru care s-a modelat masa alunecătoare utilizând metoda elementelor discrete. Masa de pământ dislocuită a fost urmărită prin identificarea a 10 puncte caracteristice și evoluția poziției acestora în timpul și la finalul fenomenului.



**Fig. IV.46: Modelul alunecării de teren Tsaoling [121]: (a) dimensiunile modelului; (b) identificarea celor 10 elemente monitorizate**

După calibrarea a diverși parametri implicați în performanța modelului, cum ar fi forțele de frecare interne și cele de coeziune, s-a obținut rezultatul prezentat în Fig. IV.47. Forțele externe utilizate au fost generate utilizând accelerogramele înregistrate în cutremurul Chi-Chi, care a generat producerea alunecării de teren.



**Fig. IV.47: Rezultatul modelării. Comparatie între pozițiile inițială și finală ale masei alunecătoare [121]**

Ca urmare a rezultatelor obținute, se poate observa că metoda elementelor discrete reprezintă o tehnică eficientă pentru modelarea propagării instabilității în masivele de pământ, în special pentru determinarea zonelor afectate și a vitezei de propagare. Precizia modelului este foarte mare, atâta vreme cât se cunosc detalii precum morfologia, structura geologică și hidrogeologică și proprietățile masei potențial alunecătoare, care pot fi determinate prin cele mai uzuale încercări de laborator. Cu toate acestea, realizarea unui astfel de model nu este trivială, fiind necesară o bună experiență în domeniu pentru identificarea zonelor critice de alunecare, și o bună stăpânire a modului de interpretare a proprietăților pământului necesare pentru calibrarea modelului numeric.

#### **IV.5.5 Modelarea săpăturilor subterane**

Labra et al. [135] realizează un studiu al celor mai recente metode de modelare a procesului de execuție al excavațiilor subterane utilizând metoda elementelor discrete. Deoarece MED face posibilă modelarea dezvoltării fisurilor în rocă sau pământ, precum și a interacțiunii dintre echipamente de lucru și a pământului din jur în timpul execuției, acest tip de analiză oferă posibilitatea studiului excavației în diferite condiții și cu diferite utilaje.

Ca urmare a necesarului mare de resurse de calcul pentru o simulare la scară reală, studiul s-a realizat pe modele simplificate. Utilajul de foraj (TBM – Tunnel Boring Machine) a fost modelat ca cilindru având un model special de contact pe suprafața exterioară. Pământul a fost realizat din ~ 41.000 de sfere generate aleatoriu, însumând un diametru total de 10 m și o lungime de 7 m. Discretizarea geometriei TBM a necesitat ~ 1.200 de elemente triunghiulare. Excavația s-a desfășurat cu viteză constantă de 5 m/h și viteză de rotație de 10 rot/min. În Fig. IV.48 este ilustrată avansarea scutului de săpat în pământ la diferite intervale de timp.

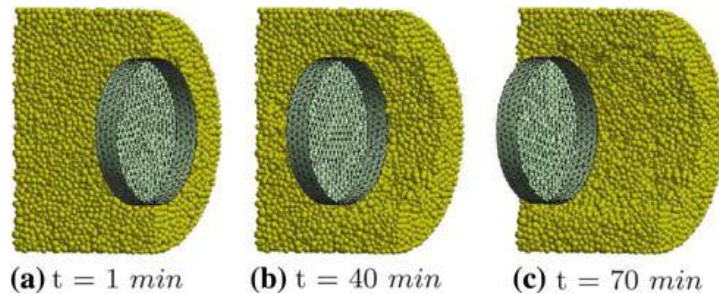


Fig. IV.48: Modelarea săpării cu TBM [135]

Labra et al. [135] identifică o altă abordare în modelarea săpăturilor subterane, executate cu un greder cu lamă, utilizând modele MED și modele cuplate MEF/MED. Pentru modelarea rocii, elemente discrete au fost utilizate în reprezentarea părții de rocă supusă săpăturii, în timp ce zonele mai îndepărtate au fost modelate continuu. Utilajul este considerat a fi rigid, nefiind relevante în model elasticitatea uneltei sau uzura acesteia în modelarea comportamentului rocii. În Fig. IV.49 sunt ilustrate rezultate calitative ale celor două abordări de modelare, observându-se că efectul produs în masivul de rocă este același.

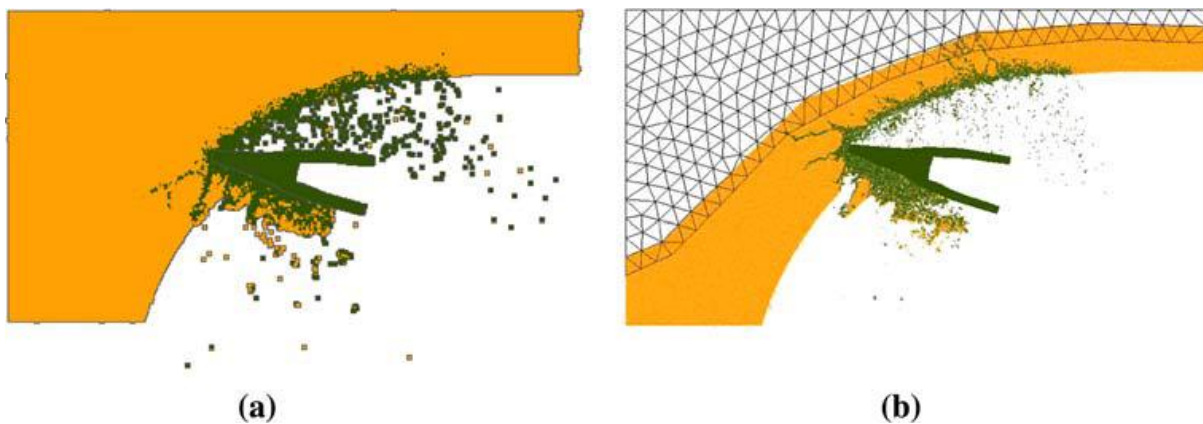


Fig. IV.49: Modelarea săpării în rocă [135]: a) model MED; b) model MED/MEF

Maynar și Rodríguez [136] au realizat studii cu privire la extinderea liniei de metrou din Madrid, incluzând realizarea a 97 km de tunel de 9.38 m diametru. Lucrarea a investigat forțele necesare pe care scutul trebuia să le dezvolte și stabilitatea tunelului. Rezultatele obținute au fost comparate cu cele înregistrate la executarea lucrărilor diferențele dintre acestea fiind suficient de mici, încât metoda utilizată să fie considerată eficientă. Pentru zonele analizate, forța necesară a fost de 70.000 kN, iar momentul de torsiune de 17.000 kNm, valori mai mici decât cele specificate de constructor înaintea executării lucrării. În unele zone însă, valorile obținute au fost egale sau chiar mai mari decât valorile admisibile ale scutului.

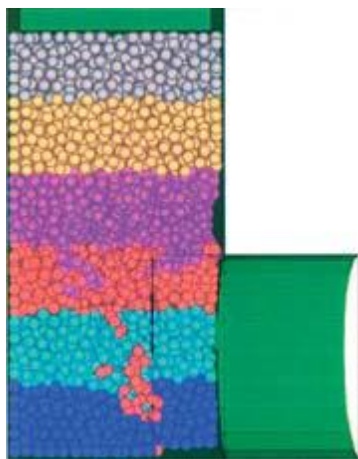


Fig. IV.50: Starea finală a modelului.  $c=40$  kPa,  $\phi=31^\circ$ ,  $H=15.5$  m [136]

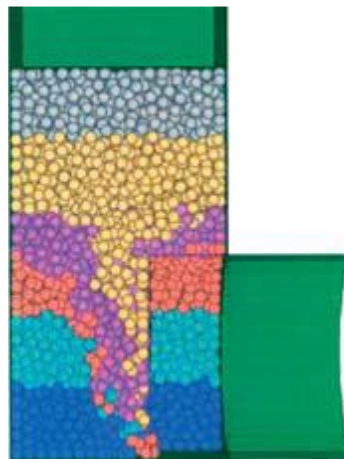


Fig. IV.51: Starea finală a modelului.  $c=40$  kPa,  $\phi=31^\circ$ ,  $H=18$  m [136]

Morris et al. [137] prezintă rezultatele unui studiu în care analizează efectul încărcărilor din impact sau explozie asupra mediilor geologice utilizând un procesor matematic bazat pe metoda elementului distinct, o tehnică similară cu metoda elementului discret. Modelarea a fost realizată utilizând Livermore Distinct Element Code (LDEC), dezvoltat inițial pentru simularea tunelurilor și a altor structuri formate din mase de roci.

Modelul realizat are 60 m pe fiecare direcție și include amenajări constând în tuneluri și incinte pentru lift (Fig. IV.52). Dispunerea elementelor din care este constituit modelul și îmbinările dintre acestea sunt generate în mod aleatoriu (Fig. IV.53). Elementele au dimensiuni medii de 30 cm, obținându-se aproximativ 8 milioane de blocuri poliedrale și aproximativ 100 de milioane de elemente de contact, constituind cel mai mare model realizat vreodată. Încărcarea de natură excepțională considerată în model este de 100 000 de tone, aplicată la suprafața terenului, 50 m deasupra modelului.

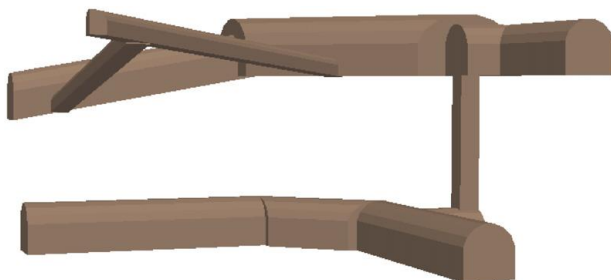


Fig. IV.52: Amenajările subterane generate în model [137]



Fig. IV.53: Geologia generată aleatoriu din vecinătatea unei secțiuni de tunel [137]

Un astfel de studiu permite investigarea interacțiunii dintre diferite elemente ale structurii subterane, precum și studiul modului în care aceste interacțiuni pot duce la cedare Fig. IV.54. Rezultatele obținute încurajează utilizarea seturilor de îmbinări generate aleatoriu, fiind astfel posibilă obținerea unor concluzii pe baza analizelor Monte-Carlo.



Fig. IV.54: Rularea modelului în care se produce cedarea [137]

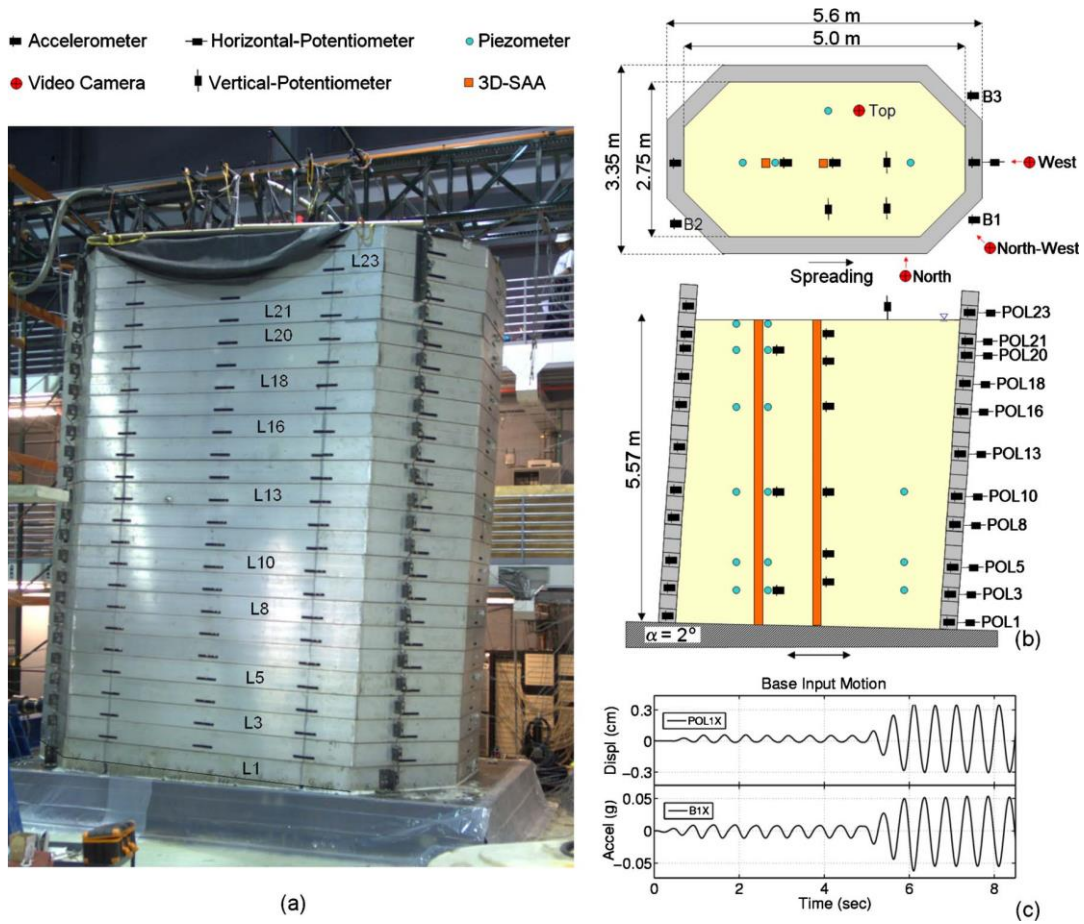
#### IV.5.6 Modelarea comportamentului dinamic al pământurilor

În cazul modelării fenomenelor de pierdere a capacității portante a pământurilor grosiere saturate, generate de încărcări dinamice trebuie cuplat răspunsul mecanic solid-fluid. De obicei, se folosesc modele continue bazate pe considerații de fenomen ([138], [139]) sau de proprietăți micromecanice [140]. Aceste formulări necesită un model constitutiv pentru descrierea relației dintre eforturi și deformații ale fazei solide. Pentru probleme de lichefiere, cele mai utilizate modele constitutive se bazează pe teoria plasticității. Printre acestea, cele mai răspândite sunt modelele „cap” [141] [142], modelul cu multiple suprafețe de curgere [143], modelul suprafeței de margine [144] și modelele de plasticitate „fuzzy” [145].

Calibrarea acestor modele se realizează prin încercări în aparatul de compresiune triaxială ciclic sau de forfecare simplă. Modelele continue ale lichefierii pământurilor sunt bazate pe observații legate de fenomen asupra celor două faze. Cu toate acestea, măsurătorile experimentale ale proprietăților la nivel micro ale fazelor fluidă și solidă sunt greu de realizat (e.g. porozitatea, permeabilitatea, viteza relativă fluid-particulă, etc.), fiind necesară introducerea unor serii de ipoteze simplificatoare legate de acestea.

Alternativa la utilizarea modelului mediului continuu este metoda elementelor discrete, aceasta fiind capabilă să asimileze diferite modele constitutive prin comportamentul legat de interacțiunea dintre particule, precum lunecarea, rostogolirea respectiv formarea sau distrugerea legăturilor dintre particule. Ansamblurile granulare discrete pot surprinde acest comportament prin ipoteze simple și un număr redus de parametri (e.g. densitate scheletului solid, modulul lui Young, coeficientul lui Poisson, unghiul de frecare internă și coeficientul de restituție).

Lucrările de modelare a comportamentului pământului în condiții dinamice prin modele discrete, s-au axat în general pe studiul fenomenului de lichefiere [146] [147] [148], sau pe studiul comportării balastului de cale ferată [149]. Modelele realizate au fost calibrate prin încercări de laborator clasice sau prin lucrări experimentale [150] (Fig. IV.55).



**Fig. IV.55:** Lucrare experimentală la scară reală realizată de Dobry et al. [150]: a) imagine cu modelul înaintea vibrării; b) configurația modelului; c) deplasările și accelerațiile aplicate modelului





*There are 10 types of people: those who know binary code and those who don't*

Anonim

## *V. PROGRAMUL DE MODELARE NUMERICĂ DEZVOLTAT*



## V.1 Generalități

Programul de calcul propus în lucrările de cercetare din prezenta teză de doctorat are ca scop implementarea metodei elementelor discrete într-o formă ușor de utilizat în aplicații geotehnice. Programul este realizat utilizând limbajul C++ în mediul integrat de dezvoltare (Integrated Development Environment – IDE) VC++ [151] (Visual C++) creat de Microsoft. VC++ oferă unelte specifice pentru scrierea și verificarea programelor scrise în limbajul C++, în special a celor scrise pentru sistemul de operare Windows, dar și utilizând API-urile (Application Programming Interface) DirectX [152] și .NET Framework [153].

Deoarece motorul grafic tridimensional a fost realizat utilizând librăriile DirectX, iar interfața a fost creată special pentru Windows, pornind de la cadrul de dezvoltare furnizat de producătorul Microsoft, MFC [154] (Microsoft Foundation Classes) care utilizează standardul .NET Framework, VC++ a fost alegerea cea mai potrivită pentru realizarea programului.

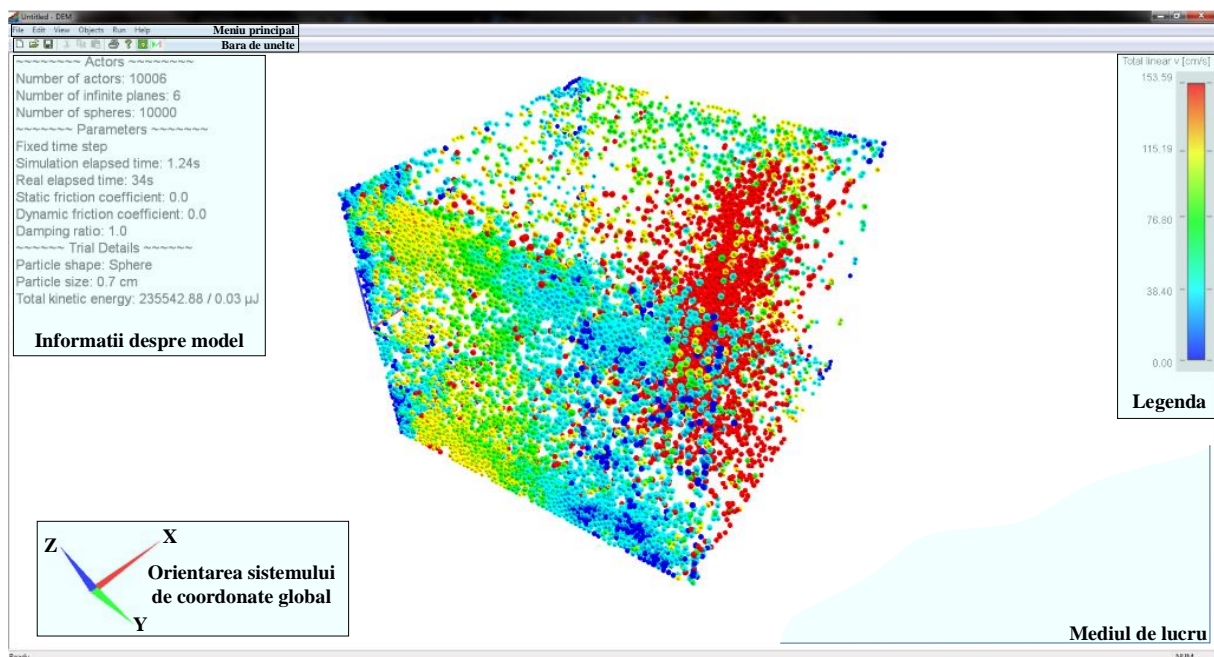


Fig. V.1: Interfața programului

Din punct de vedere funcțional, programul este împărțit în trei elemente: pre-procesor, procesor matematic (solver) și post-procesor, iar din punct de vedere structural poate fi descris prin: interfață (reprezentată de MFC) – care furnizează cadrul pentru rularea programului și face parte din pre- și post-procesor, motorul fizic (reprezentat de PhysX [155]) – care este componenta de transpunere a modelului în limbaj matematic și calcul a interacțiunilor (procesor matematic) respectiv motorul grafic (reprezentat de DirectX) – care transmite plăcii grafice comenzile necesare pentru redarea pe ecran a modelului în format tridimensional (face parte din pre- și post-procesor) (Fig. V.2).

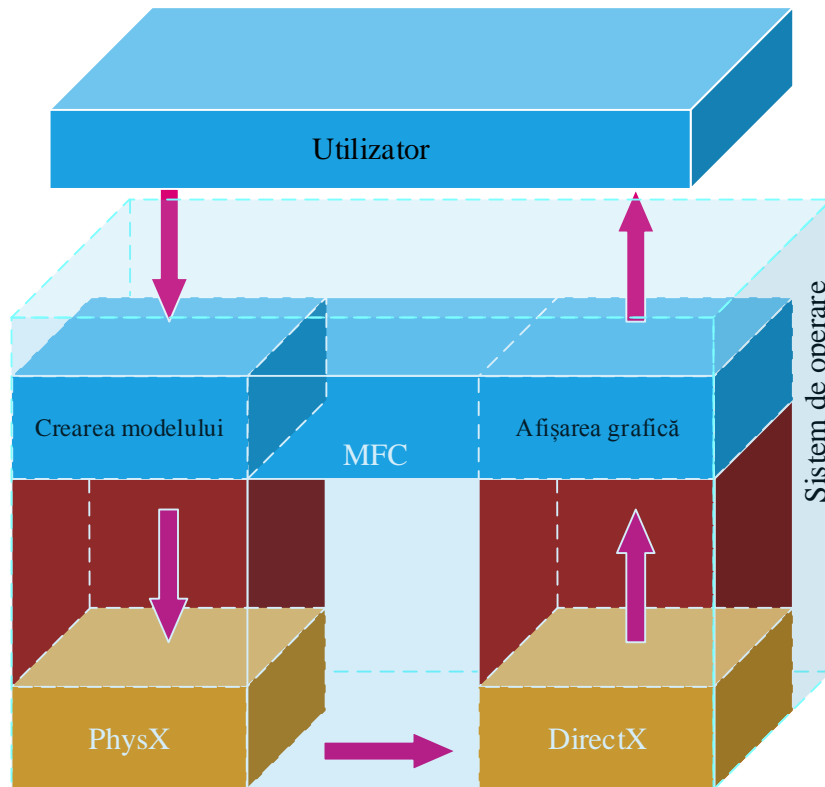


Fig. V.2: Arhitectura programului

În Fig. V.2 sunt prezentate schematizat componentele ce compun programul și interacțiunea dintre acestea. Utilizatorul creează modelul prin interfața programului (construită cu librăria MFC) datele de intrare ale acestuia fiind transmise către procesorul de calcul (PhysX). Rezultatele calculului sunt transmise către motorul grafic (DirectX) pentru redarea modelului pe ecran, acesta fiind afișat în interfața MFC.

Cadrul principal al programului este creat prin clasa *CMainFrame*, aceasta având ca și membri bara de stare și cea de unelte, iar funcțiile sale specifice sunt cele pentru crearea și ștergerea din memorie a ferestrei principale, și pentru preluarea și interpretarea mesajelor. Programele realizate pentru sistemul de operare Windows funcționează pe baza unor evenimente. Acestea reacționează pe baza unor mesaje pe care sistemul de operare le transmite în firul principal al aplicației. Aceste mesaje sunt primite dintr-o stivă de mesaje de către aplicație prin apelarea continuă a funcției *GetMessage* în secțiunea codului numită „bucle de mesaje”. În cadrul buclei sunt apelate și funcțiile *TranslateMessage* și *DispatchMessage* care transfera mesajele la procedura de apelare a fragmentelor de cod specifice asociate ferestrei către care a fost transmis mesajul. MFC nu necesită aplicației accesarea directă a buclei de mesaje ci ghidează evenimentele (e.g. apăsarea unei taste sau a butoanelor de mouse) către funcțiile de gestionare a acestora din cadrul principal.

Imediat sub clasa de control al cadrului principal (*CMainFrame*) se află clasa principală a aplicației (*CDEMAApp*) care face legătura între toate componentele programului. În mod schematizat, acestea sunt prezentate în Fig. V.3, ce înfățișează firul de lucru al programului, alături de metodele claselor *CMainFrame* și *CDEMAApp*. Clasa principală conține atât un set de variabile globale ce pot fi accesate din orice punct al programului (e.g. variabile de stare) cât și metode pentru controlul unor meniuri, detaliate în secțiunile următoare.

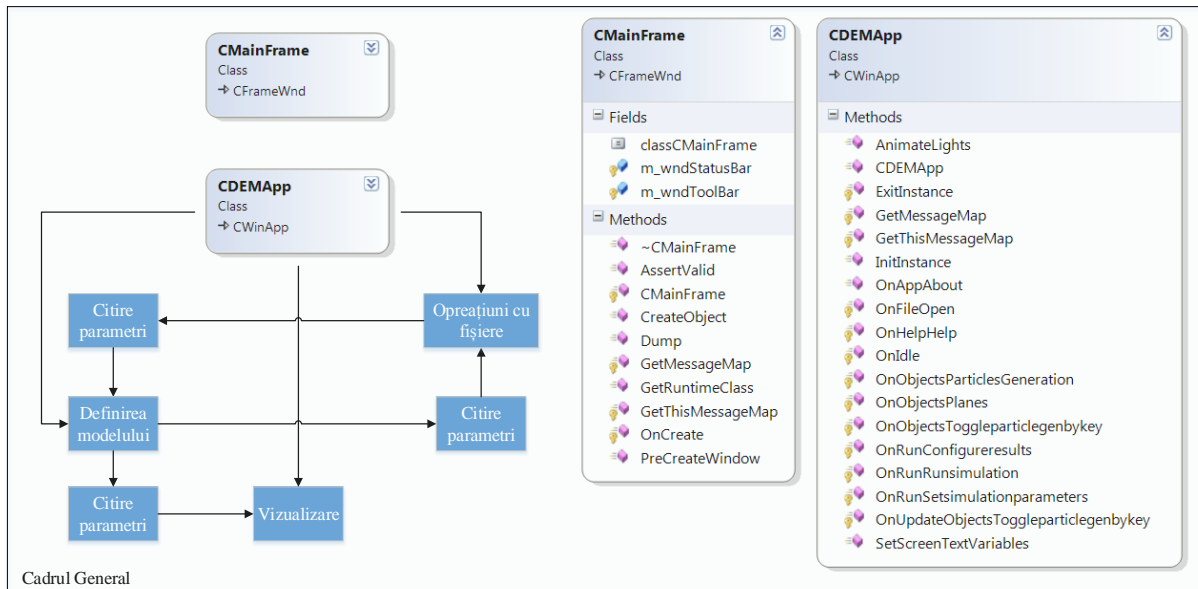


Fig. V.3: Clasele principale ale programului și controlul acestora asupra componentelor inferioare

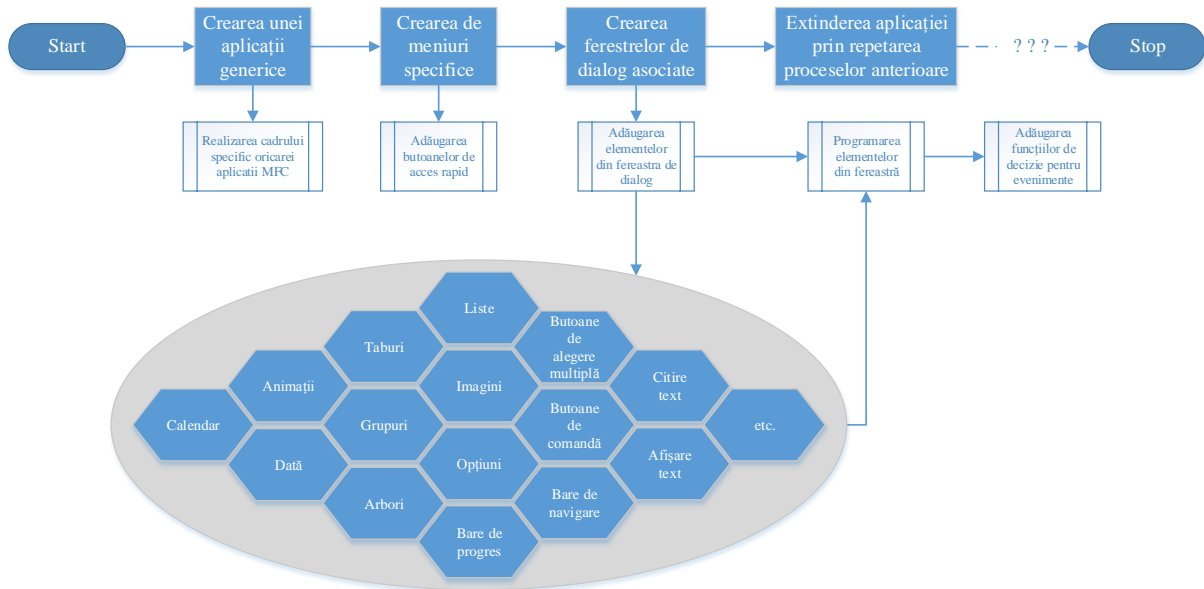
## V.2 Pre-procesor

### V.2.1 Generalități

Pre-procesorul a fost realizat astfel încât să fie cât mai familiar și ușor de folosit de către utilizatorii sistemului de operare Windows. Pentru aceasta s-a utilizat librăria MFC (Microsoft Foundation Classes) care conține porțiuni din interfața de programare a aplicațiilor (API) pentru Windows structurate în clase C++. Astfel, MFC include funcții ce facilitează crearea de ferestre de tip Windows cu care utilizatorul este obișnuit, conform standardului .NET, create de Microsoft.

.NET Framework este un cadru software ce include un număr mare de librării și oferă interoperabilitate din punct de vedere a limbajului de programare pentru o varietate de limbaje. Programele scrise pentru .NET Framework rulează într-un mediu software cunoscut drept CLR (Common Language Runtime), acesta fiind un mediu virtual în care programele dispun de securitate și gestionare a memoriei și a erorilor. Programele scrise pentru .NET vor rula pe orice calculator ce conține instalată librăria .NET, indiferent de limbajul în care sunt scrise.

Deoarece MFC oferă o mare parte din codul necesar pentru gestionarea de ferestre, meniuri, dialoguri, precum și facilitarea transferului de date de la și către utilizator (input/output), în crearea unui program utilizând MFC trebuie doar adăugate elementele specifice aceluia program. Se pot extinde sau chiar suprascrive funcționalități de bază oferite de cadrul MFC. Pașii de bază în crearea unui program cu MFC sunt descriși schematic în Fig. V.4. Astfel, odată creată o aplicație nouă, aceasta va dispune de o fereastră principală cu câteva elemente specifice precum un meniu principal, o bară de stare și o bară de unelte (în funcție de versiunea de .NET utilizată, interfața poate avea mici deosebiri). Ulterior, programul poate fi îmbunătățit cu noi meniuri la care se pot atașa unelte de acces rapid sau/și ferestre de dialog. Acestea din urmă reprezintă cea mai bună metodă de a realiza un cadru controlat de comunicare între program și utilizator. Crearea și editarea ferestrelor de dialog constituie cea mai mare parte din realizarea aplicației, în ceea ce privește interfața.



**Fig. V.4: Pașii de bază în realizarea unei aplicații MFC**

După cum se poate observa în Fig. V.4, în cadrul unei ferestre de dialog se pot adăuga un număr mare de elemente specifice, fiecare cu avantajele și dezavantajele sale, acestea fiind potrivite în anumite scopuri. De exemplu, pentru a cere o valoare de la utilizator se poate folosi o căsuță de citire text, care poate citi o singură valoare, sau se poate folosi o listă, care poate citi mai multe valori.

În cele din urmă, după adăugarea elementelor dorite, trebuie implementată funcționalitatea acestora. Fiecare tip de element reprezintă un obiect al unei clase (e.g. fiecare listă este un obiect al clasei `CListCtrl`). Astfel, acel obiect va avea toate atributele (proprietățile) și metodele (funcțiile) acelei clase și programatorul trebuie doar să definească atributele (e.g. culoare, mărime, text etc.) și să apeleze metodele specifice (e.g. citește valoare, activează sau dezactivează obiectul etc.) pentru a obține funcționalitatea dorită.

În Fig. V.5 este prezentată fereastra pentru generarea particulelor în două ipostaze. În partea stângă este surprinsă etapa de adăugare a elementelor ferestrei. După adăugarea lor și editarea primară (e.g. text, poziție și dimensiuni) trebuie adăugate funcțiile care controlează comportamentul lor, pentru a putea citi valorile dorite sau reda informația corectă. Aceste editări se pot face în clasa atribuită ferestrei de dialog, aceasta înglobând toate obiectele conținute în fereastră. Prin intermediul clasei ferestrei se realizează comunicarea dintre fereastră și programul principal. În partea din dreapta a imaginii este redată fereastra în varianta în care este accesibilă utilizatorului. Se poate observa că doar textul static rămâne neschimbat, valorile din căsuțele de citire a datelor, precum și lista se modifică după cum au fost programate.

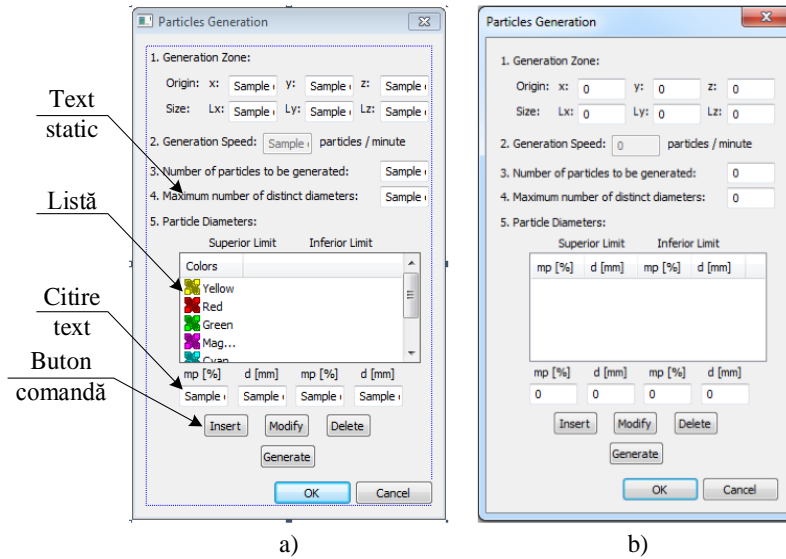


Fig. V.5: Editarea unei ferestre de dialog (a) și rezultatul final (b)

Pre-procesorul este împărțit în trei părți structurale (Fig. V.6):

- a) Definirea parametrilor modelului;
- b) Generarea de particule;
- c) Generarea planurilor.

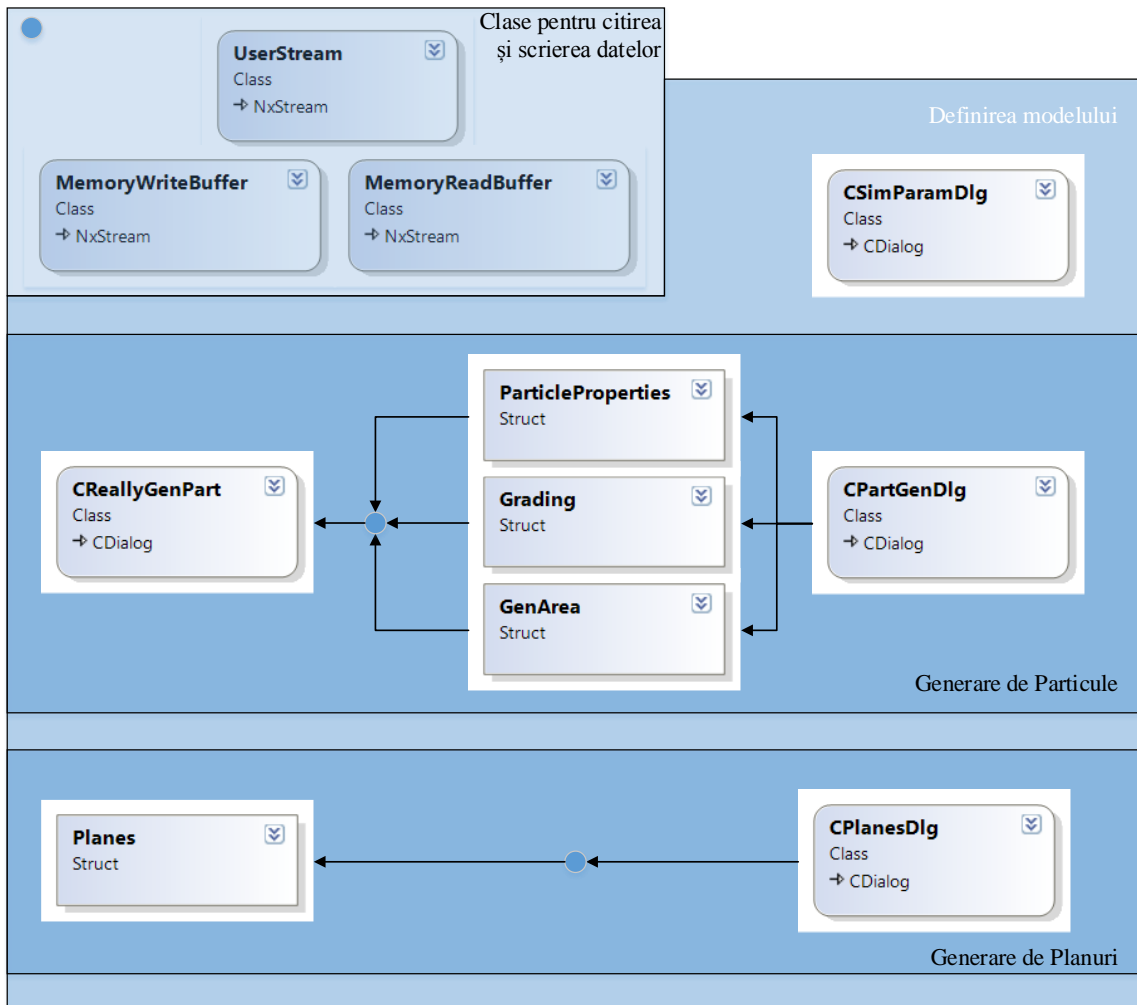


Fig. V.6: Împărțirea structurală a pre-procesorului



## V.2.2 Definierea parametrilor modelului

Definierea parametrilor modelului se realizează prin fereastra de dialog aferentă (Fig. V.7), ce poate fi accesată în meniul *Run* → *Set Simulation Parameters*.

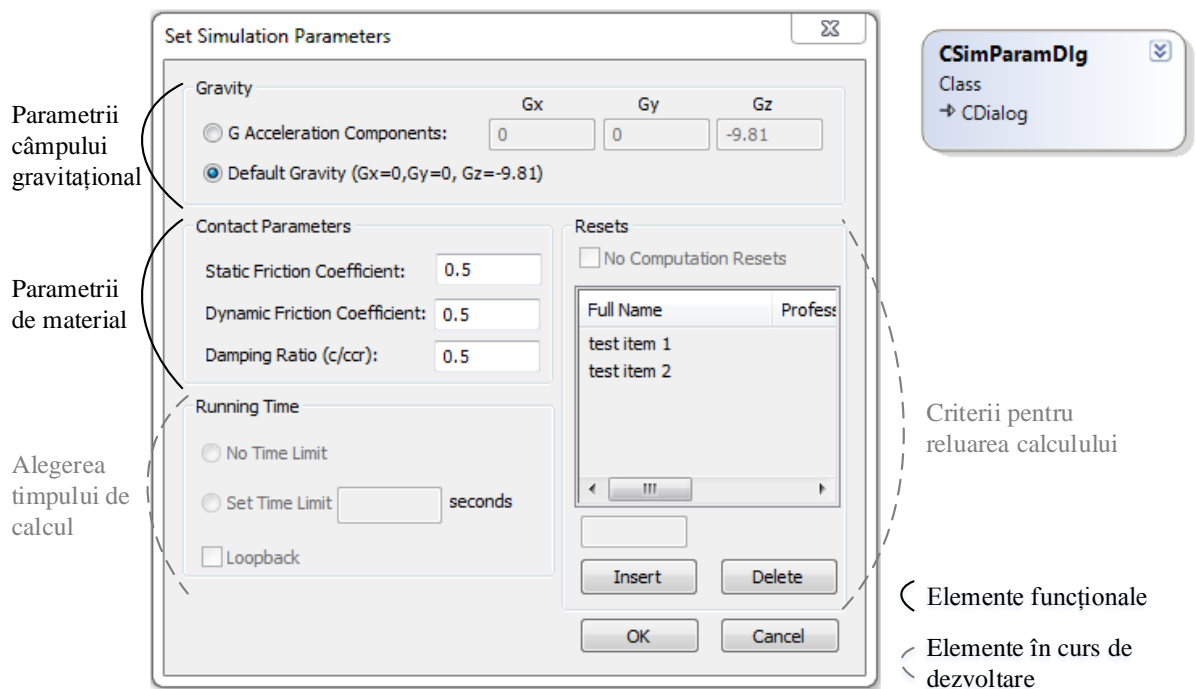


Fig. V.7: Fereastra pentru definirea parametrilor modelului

Aceasta conține atât funcționalități operaționale cât și în dezvoltare. Fereastra are atașată clasa *CSimParamDlg*, ce are ca membri de referință parametrii accelerației gravitaționale:

- *GravityX*, *GravityY*, *GravityZ* – variabile pentru stocarea componentelor vectorului accelerației gravitaționale (Fig. V.8)

și parametrii de material:

- *DampingRatio* – coeficient de amortizare la contact;
- *DynamicFrictionCoefficient* – coeficient de frecare dinamică;
- *StaticFrictionCoefficient* – coeficient de frecare statică.

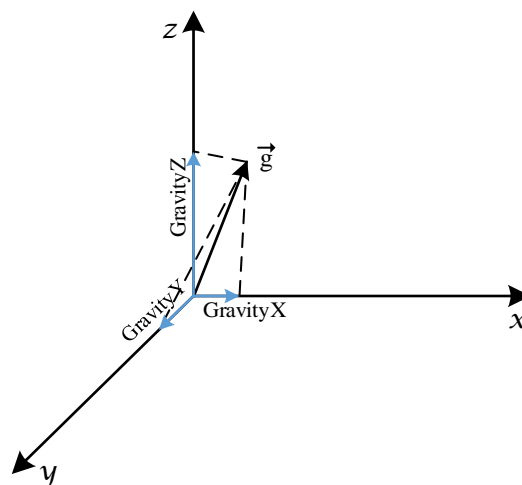
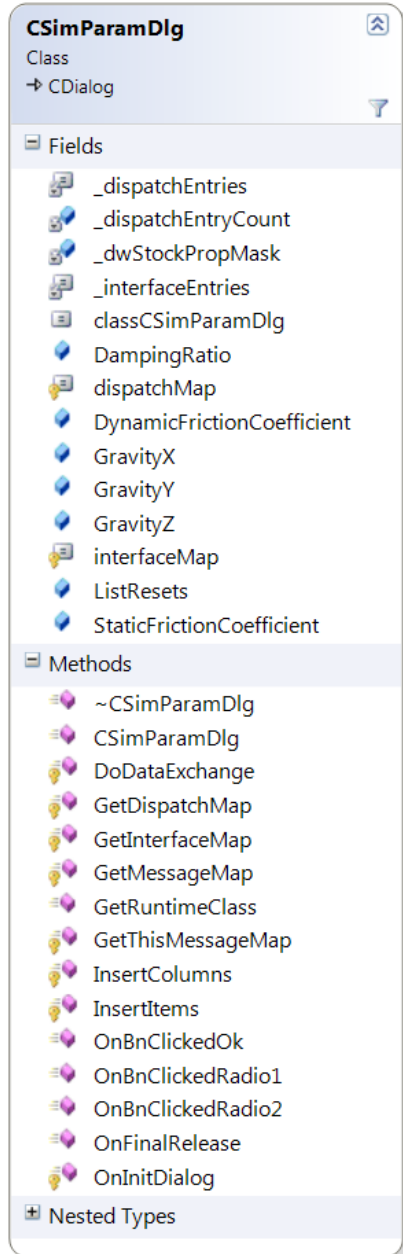


Fig. V.8: Vectorul accelerației gravitaționale

Deoarece procesorul matematic utilizat nu necesită definirea explicită a parametrilor de contact, putem defini doar caracteristicile materialului atribuit obiectelor prin definirea coeficientului de amortizare și a coeficienților de frecare statică și dinamică, acești parametri fiind suficienți pentru rezolvarea contactelor dintre obiecte.

Fig. V.9: Membrii și metodele clasei CSimParamDlg



În mod implicit, planul orizontal este reprezentat de planul  $xOy$ , iar axa  $z$  are sensul pozitiv orientat în sus, astfel că accelerația gravitațională este descrisă implicit prin componentele:

- $GravityX = 0;$
- $GravityY = 0;$
- $GravityZ = -9.81.$

dar poate fi modificată pentru a putea simula diverse condiții.

Parametrii de contact sunt declarați cu valori între zero și unu, deși coeficienții de frecare pot avea, teoretic, orice valoare pozitivă. Astfel, coeficientul de amortizare definește pierderile de energie la contactul dintre particule, astfel că o valoare nulă a parametrului *DampingRatio* se va traduce printr-un contact normal fără pierderi de energie, disiparea acestuia putând avea loc doar prin frecare. Coeficienții de frecare pot fi ușor de determinat prin metode de laborator pentru diferite materiale, aceștia fiind egali cu tangenta unghiului de frecare.

Funcțiile din clasa CSimParamDlg sunt construite pentru a trata evenimentele specifice clasei de dialog (e.g. *OnBnClickedRadio1* respectiv *OnBnClickedRadio2* tratează evenimentele corespunzătoare alegerii între definirea manuală a accelerației gravitaționale sau alegerea valorii implicite a acesteia).

Pentru îmbunătățirea acestui modul, se va avea în vedere posibilitatea definirii mai multor tipuri de materiale, pentru a putea simula condiții diverse. Spre exemplu, se vor putea defini două materiale de tip pământ, respectiv beton, acestea având proprietăți de frecare diferite, inclusiv densități diferite. În prezent, densitatea materialelor este implicit definită ca valoare unitară, aceasta nefiind

relevantă în cazul unui singur material, dar având o mare importanță în cazul simulării interacțiunii dintre materiale diferite.

La închiderea ferestrei prin alegerea butonului *OK*, valorile parametrilor aleși în fereastră vor fi atribuite variabilelor globale ce definesc parametrii de contact și sunt utilizate în crearea modelului.

### V.2.3 Generarea particulelor

După definirea parametrilor de contact și a accelerației gravitaționale se pot defini particulele ce vor forma materialul de simulat. Definirea acestora se poate realiza prin fereastra de dialog *Particles Generation* (Fig. V.10), accesată din meniul *Objects* → *Particles Generation*.

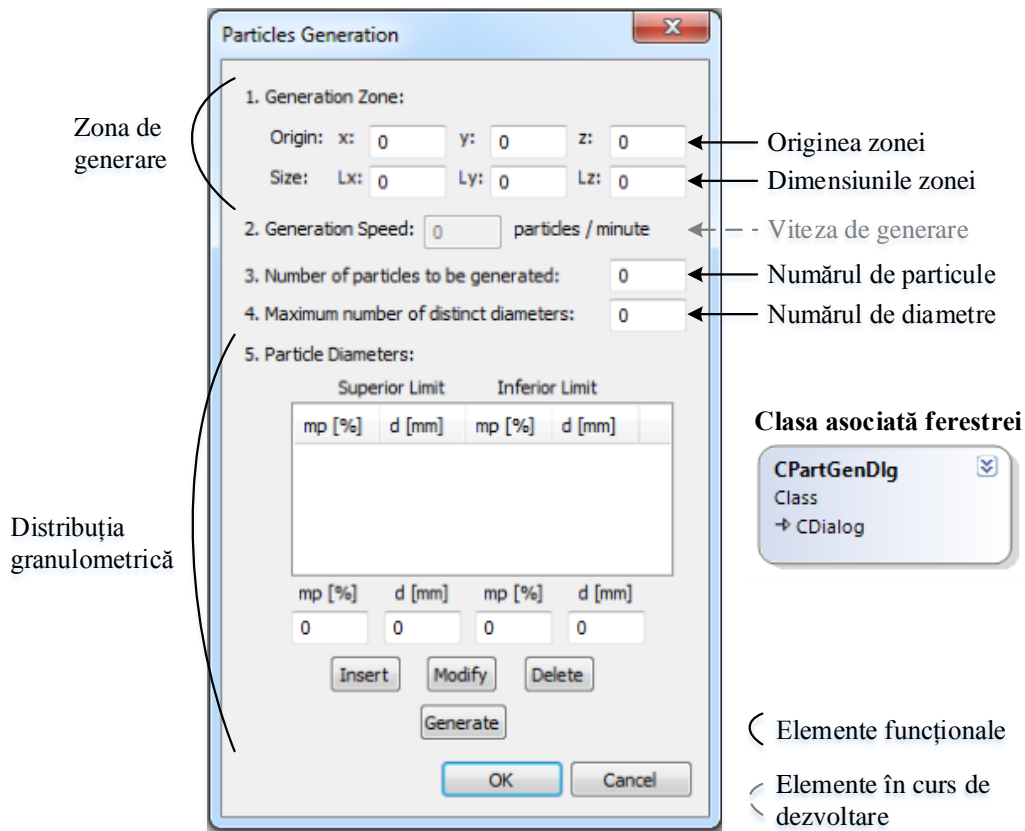


Fig. V.10: Fereastra pentru generarea particulelor

Fereastra conține 3 elemente distincte:

- Definirea zonei de generare
- Alegerea numărului de partide
- Definirea distribuției granulometrice

Particulele sunt generate în poziții aleatorii cuprinse într-un paralelipiped virtual denumit zona de generare (*Generation Zone*). Definirea zonei de generare se realizează prin alegerea dimensiunilor pe cele trei direcții ortogonale ale paralelipipedului ( $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$ ) și a coordonatelor centrului de greutate al acestuia ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). Paralelipipedul astfel definit va fi utilizat pentru a genera coordonate aleatorii pentru particule între limitele acestuia. Trebuie menționat faptul că zona de generare nu este vizibilă pe ecran, dar poate fi lesne imaginată ca fiind înfășurătoarea tuturor particulelor în pozițiile lor inițiale.

În continuare se va alege numărul de particule ce urmează a fi generate precum și distribuția lor granulometrică. Pentru definirea distribuției granulometrice s-a ales implementarea unui sistem cu o plajă de curbe în locul uneia singure. Astfel, se vor defini prin coordonate  $d$  (diametrul maxim al particulelor, în milimetri) respectiv  $mp$  (procentul de masă al particulelor cu dimensiuni mai mici decât  $d$ ) două curbe granulometrice ce vor fi folosite drept limite inferioară, respectiv superioară pentru generarea unei curbe unice pentru particulele create (Fig. V.11).

Pentru generarea curbei granulometrice este necesară alegerea și unui număr de diametre distincte, algoritmul de generare pornind de la această valoare pentru a împărți curba aleasă într-un număr fix de domenii. În viitor, numărul de diametre va fi introdus ca valoare opțională, programul urmând a fi modificat pentru a genera aleatoriu acest număr în cazul în care nu este definit de utilizator. Alegerea aleatorie a numărului de diametre va introduce un grad de libertate pentru simulările de tip Monte-Carlo, facilitând realizarea unei analize de tip stohastic pentru obținerea unui set de rezultate cu o pondere asociată de probabilitate.

Se poate observa că impunerea unei curbe granulometrice unice se poate realiza prin definirea acelorași valori pentru limitele plajei granulometrice, cele două curbe putând să coincidă.

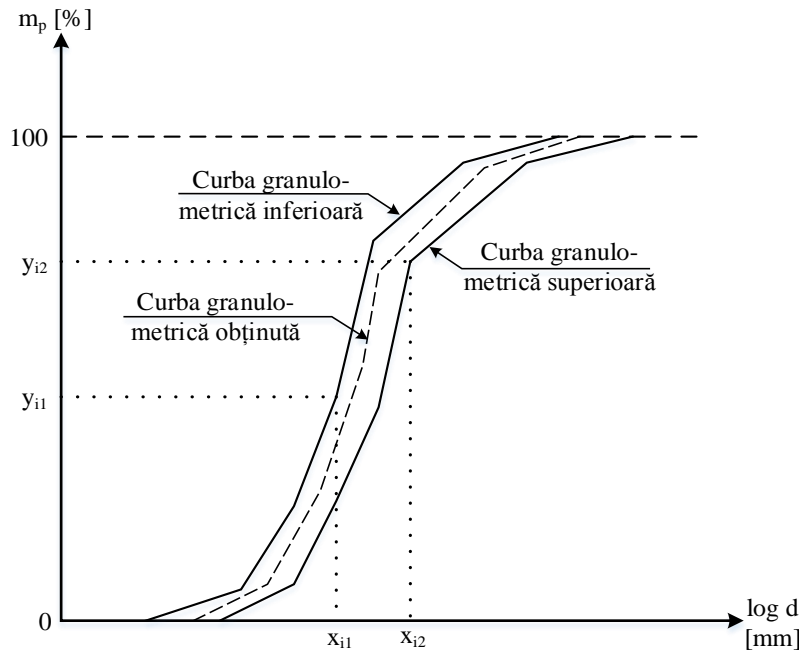


Fig. V.11: Plaja granulometrică impusă pentru generarea curbei granulometrice [156]

Prin acționarea butonului *Generate*, programul va rula algoritmul de generare a particulelor iar acestea vor fi redate grafic după închiderea ferestrei de dialog. În Fig. V.12 se pot observa pozițiile inițiale după generarea a 1000 de particule într-un cub de latură 20mm. Deoarece pozițiile sunt alese aleatoriu, se poate întâmpla să existe suprapuneri inițiale între particule, dar acestea se vor respinge odată ce modelul începe să ruleze. Astfel, înainte de rulajul efectiv, se va porni modelul până când particulele se așază natural sub efectul gravitației sau altor forțe exterioare. Această așezare a particulelor este practic nerepetabilă, materialul rezultat având o structură unică, chiar și păstrând aceeași distribuție granulometrică.

O nouă opțiune ce va fi implementată este generarea de particule cu o viteză constantă, contrar generării instantanee ce se realizează în acest stadiu. Aceasta va permite așezarea particulelor fără a avea suprapuneri inițiale, făcând mai stabilă starea inițială a modelului.

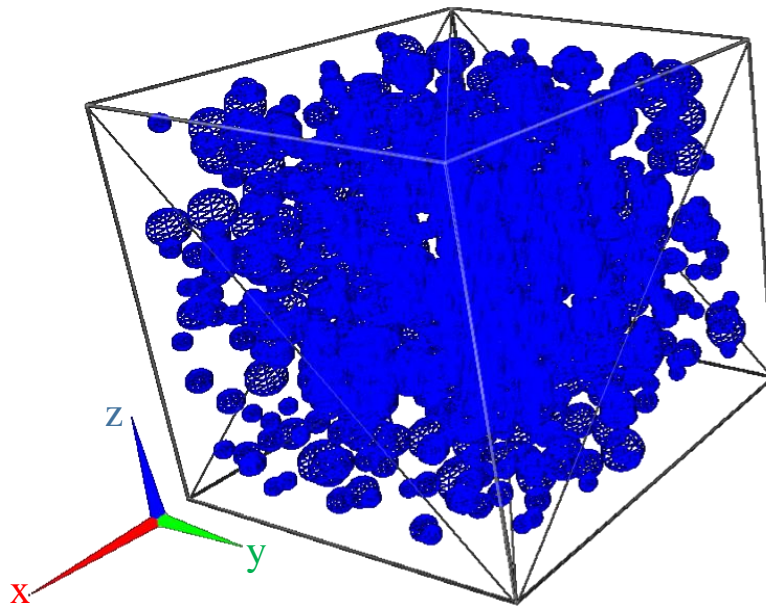


Fig. V.12: Pozițiile inițiale pentru 1000 de particule

Fig. V.13 prezintă o abstractizare grafică a fluxului de lucru pentru generarea particulelor, începând cu introducerea parametrilor în fereastra de dialog și continuând cu stocarea rezultatelor obținute din calcul în vectori de tip *Grading* (structură de stocare a distribuției granulometrice), *GenArea* (structură pentru stocarea proprietăților zonei de generare) și *ParticleProperties* (structură pentru stocarea proprietăților particulelor).

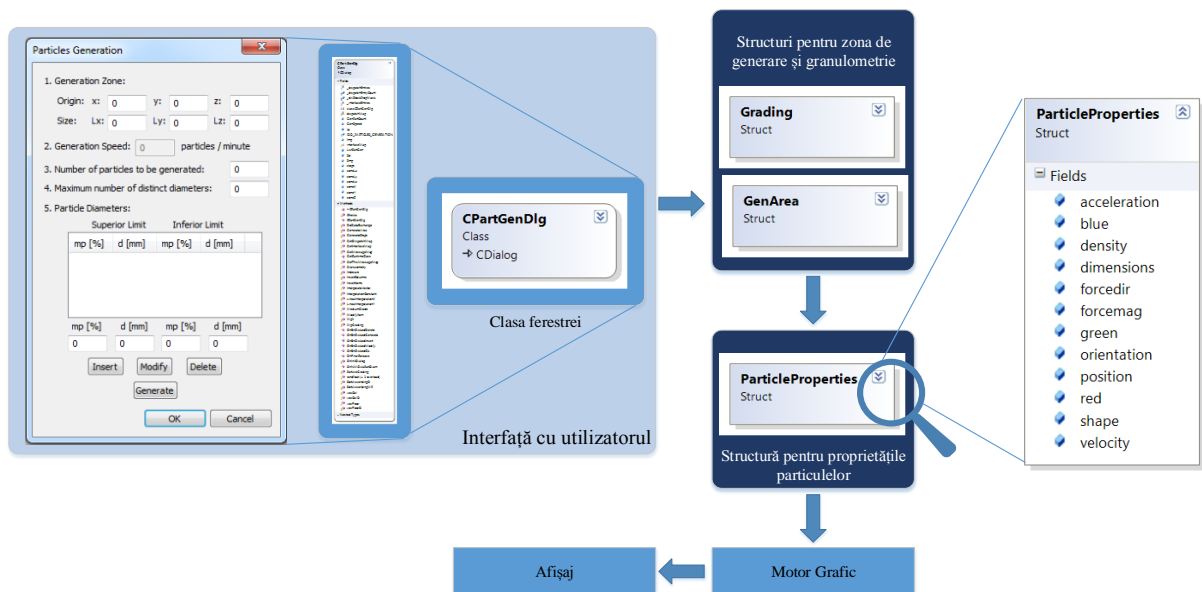


Fig. V.13: Fluxul de lucru pentru generarea particulelor

Aceste structuri sunt variabile speciale în cadrul cărora sunt stocate o serie de variabile de bază ce descriu un singur element de tipul structurii (Fig. V.14). De exemplu, o particulă este o variabilă de tipul structurii *ParticleProperties* (Fig. V.13), ce are ca proprietăți toate variabilele din cadrul acestei structuri. Pentru stocarea tuturor particulelor sunt utilizați vectori, ce reprezintă un șir de elemente de un anumit tip (Fig. V.15), în acest caz de tip *ParticleProperties*. Un vector poate avea oricâte elemente, dar toate elementele sunt de același tip. Astfel, pentru determinarea proprietăților particulei *i* se va interoga vectorul ce conține stocate toate particulele în poziția *i*, iar rezultatul va fi o variabilă de tip *ParticleProperties*, ce conține toate

proprietățile acelei particule. Vectorii pot fi priviți drept matrice în care fiecare coloană este un element din vector iar fiecare rând de pe o coloană este un element al structurii din care este alcătuit vectorul (Fig. V.15).

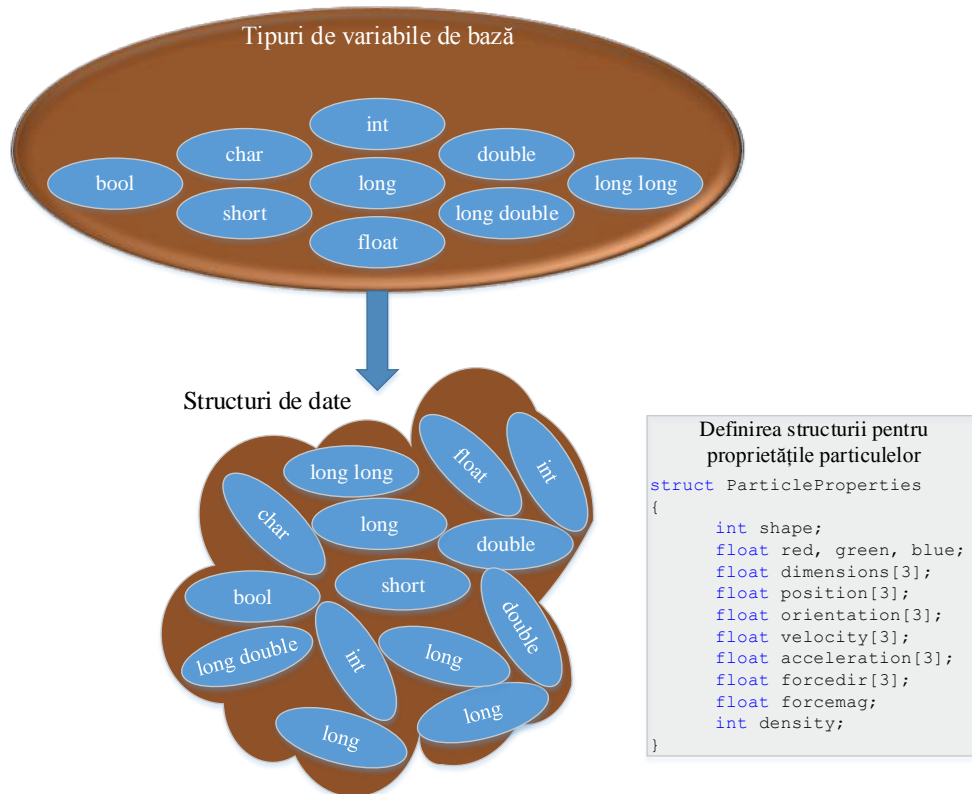


Fig. V.14: Construcția structurilor de date

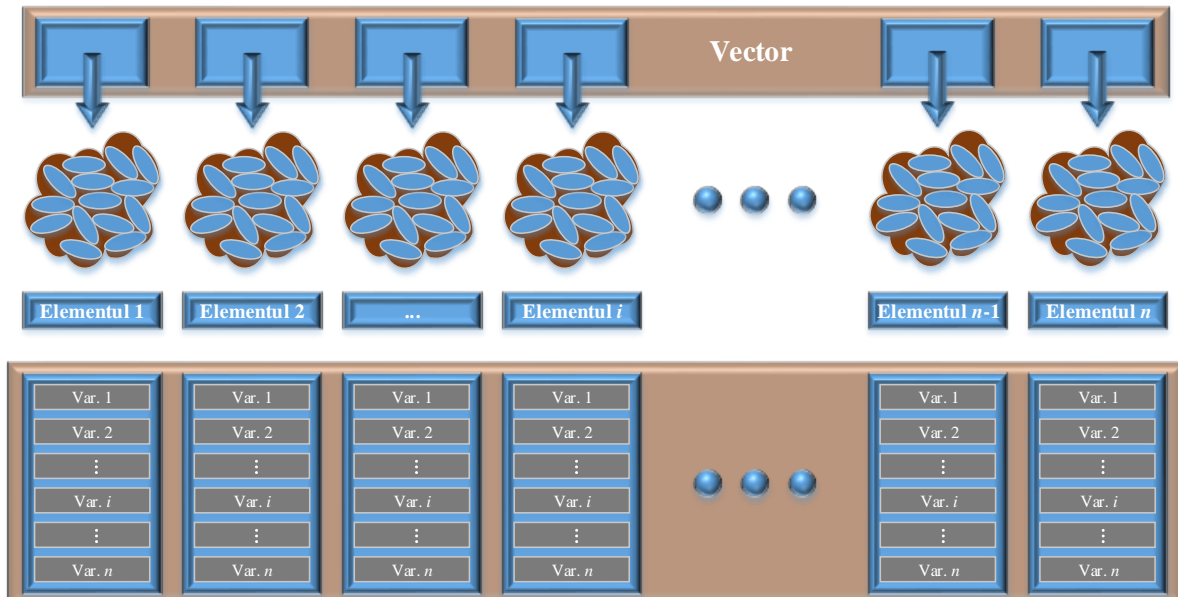


Fig. V.15: Variabile de tip vector

### V.2.4 Generarea planurilor

Pentru finalizarea modelului este necesară definirea limitelor acestuia prin intermediul unor planuri. Aceste planuri de limită sunt rigide, infinite și delimitează semi-spații (Fig. V.16).

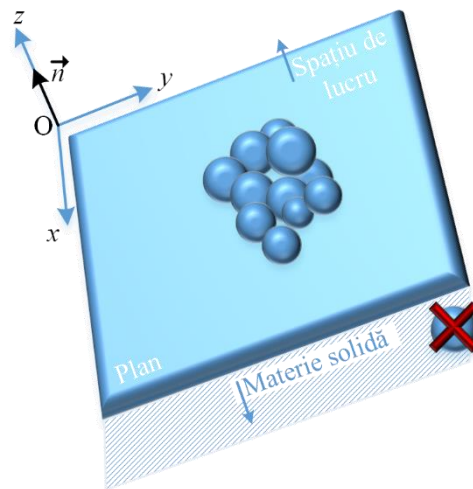


Fig. V.16: Principiul planurilor de limită

Pentru generarea planurilor se poate utiliza fereastra de dialog *Planes* (Fig. V.17), apelabilă din meniul *Objects* → *Bounding Planes*. Definirea unui plan se realizează prin patru parametri, dintre care trei sunt independenți, iar al patrulea redundant: unghiurile pe care normala la plan le face cu axele sistemului de coordonate global (se cer trei unghiuri, dar sunt suficiente două, al treilea putând fi determinat) și distanța de la plan la originea sistemului de coordonate.

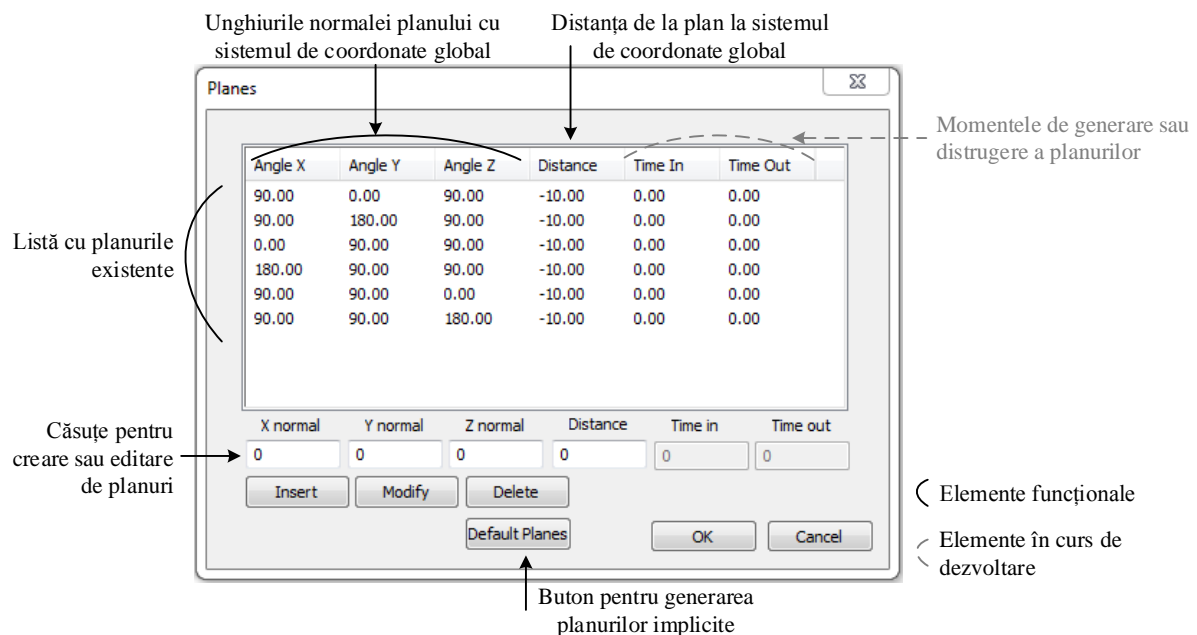
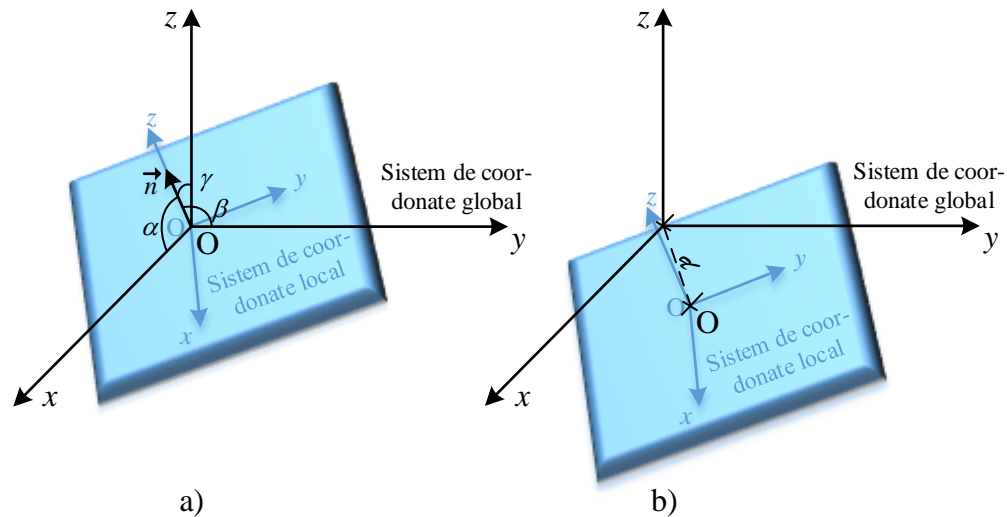
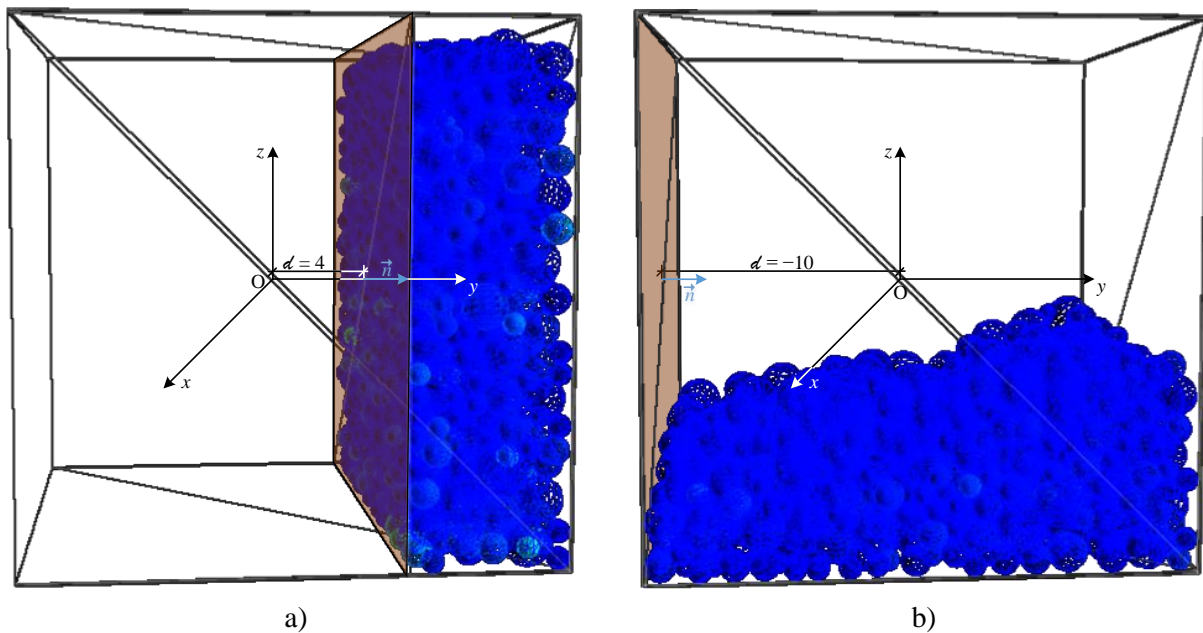


Fig. V.17: Fereastra pentru generarea planurilor



**Fig. V.18: Parametrii necesari pentru definirea planurilor: a) unghiurile dintre vectorul normal la plan și axele sistemului de coordonate global; b) distanța de la plan la originea sistemului de coordonate global**

Fig. V.18 prezintă schematic cei patru parametri ce descriu un plan. Deoarece suma pătratelor cosinurilor unghiurilor este egală cu unu, este teoretic suficientă definirea oricăror două dintre unghiuri, dar interfața curentă necesită definirea tuturor celor trei unghiuri. În plus, natura planurilor impune alegerea unghiurilor ținând cont de sensul vectorului normal la plan, deoarece planul va împărți spațiul în două semi-spații dintre care doar unul este utilizabil pentru redarea particulelor.



**Fig. V.19: Exemplu de poziționare a planurilor de contur**

În Fig. V.19 este afișat un exemplu de definire a unor planuri ce formează o incintă cubică de latură 20mm. Planul hașurat este vertical iar în stânga sa se află materie solidă, astfel că vectorul normal pe plan este normal pe planul  $xOz$  al sistemului global și orientat în sensul pozitiv al axei  $y$ . Pentru a poziționa planul se utilizează distanța dintre acesta și originea sistemului de coordonate global, astfel că o valoare pozitivă a distanței va transla planul în sensul pozitiv al axei  $y$  (Fig. V.19a), în timp ce o valoare negativă va transla planul în sens opus față de origine (Fig. V.19b).



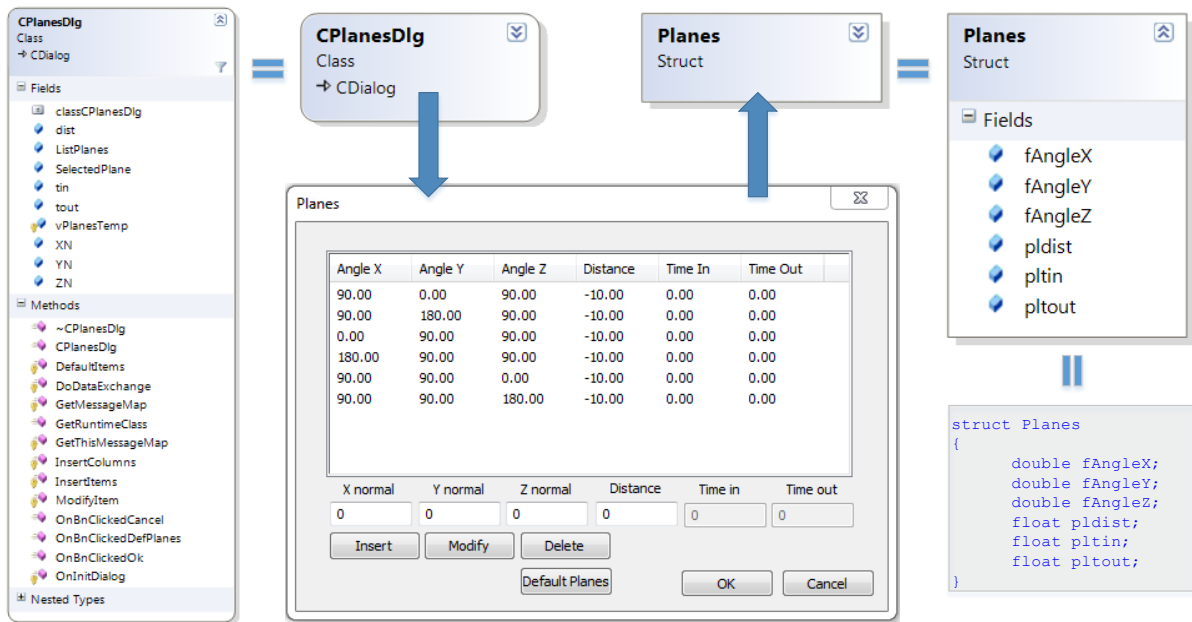


Fig. V.20: Algoritm pentru definirea planurilor

Din punct de vedere al algoritmului, procedura pentru definirea planurilor nu prezintă particularități deosebite, aceasta fiind concentrată în jurul clasei *CPlanesDlg*, asociată ferestrei de dialog. Tabelul afișat în fereastră funcționează precum o matrice în care fiecare rând este un element de tipul structurii *Planes*, având proprietățile definite de variabilele care descriu un plan. Rezultatul obținut este un vector de planuri ce sunt trimise procesorului matematic pentru calcul și motorului grafic pentru afișarea pe ecran.

## V.2.5 Legenda

Pentru urmărirea variației diferitor proprietăți ale modelului în timpul rulajului, s-au pus bazele unei structuri de tip „legendă”. Aceasta are rolul de a reprezenta în mod diferit componentele modelului, în funcție de parametrul ales și valoarea acestuia. Proprietățile legendei pot fi accesate din meniul principal *View* și opțiunea *Legend* (Fig. V.21).

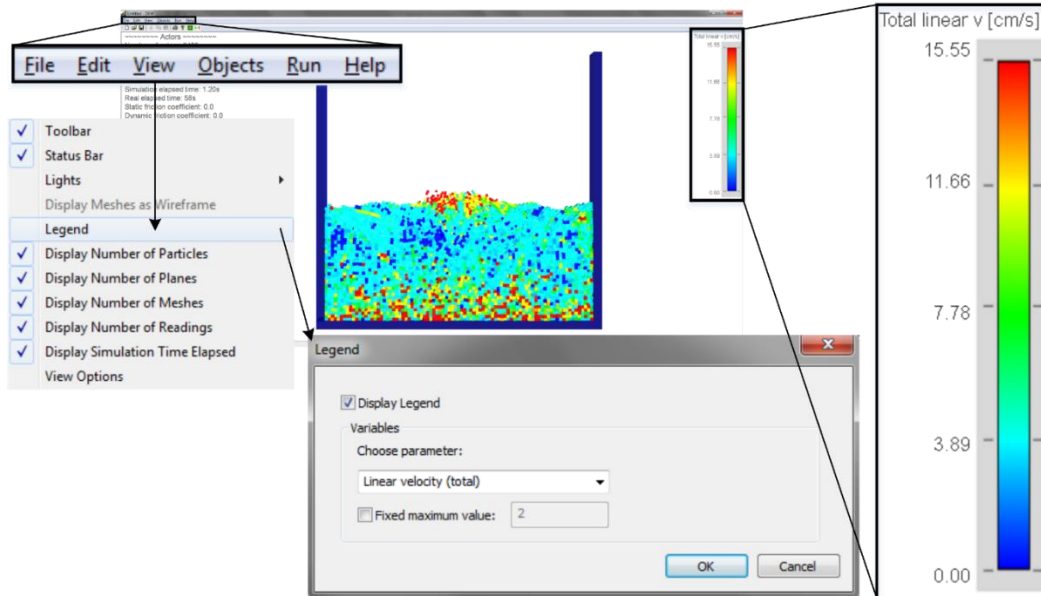


Fig. V.21: Editarea parametrilor din legenda

Se deschide astfel o fereastră prin care se poate alege afișarea legendei, parametrul pe baza căruia să se facă distincția, respectiv valoarea maximă a parametrului. În funcție de valoarea maximă a parametrului, pentru fiecare componentă a modelului se calculează o culoare de reprezentare compusă din culorile principale – roșu, verde și albastru – aflate în proporții diferite, în funcție de valoarea relativă a parametrului. De exemplu, pentru urmărirea vitezelor particulelor, se va alege parametrul „Linear velocity (total)”, ce reprezintă vectorul total al vitezei unei particule. Se va calcula viteza fiecărei particule, normalizată cu viteza maximă, ce poate fi aleasă ca valoare constantă sau poate fi determinată ca viteza maximă a particulelor din fiecare moment de timp:

$$v_{norm_i} = \frac{v_i}{v_{max}} \quad (V.1)$$

unde:

$v_{norm_i}$  – viteza normalizată a particulei „i”;

$v_i$  – viteza totală a particulei „i”;

$v_{max}$  – viteza față de care se face normalizarea, ce poate fi viteza maximă a particulelor (determinată automat) sau poate avea valoare impusă de utilizator.

Viteza normalizată astfel obținută va avea următoarele valori:

$$v_{norm_i} \in \begin{cases} [0,1], & \text{dacă } v_{max} \text{ este determinat automat} \\ [0, \infty), & \text{dacă } v_{max} \text{ este ales de utilizator} \end{cases} \quad (V.2)$$

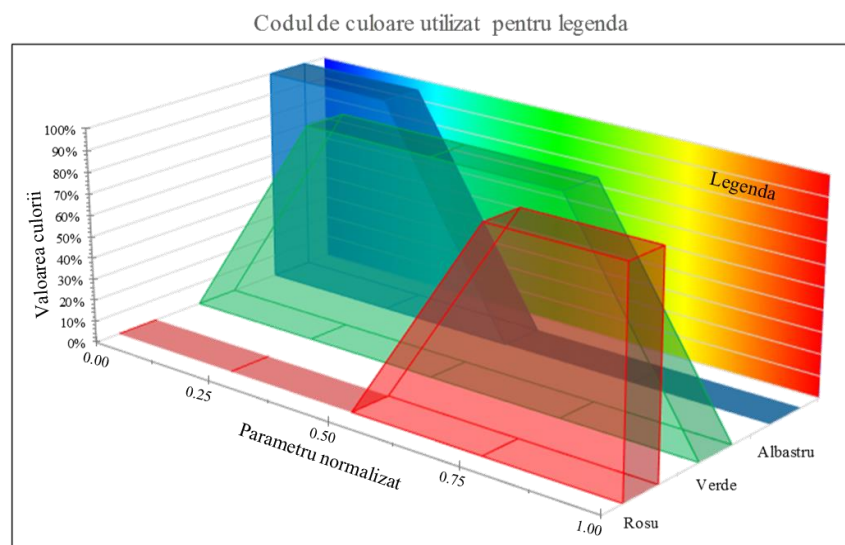
În practică, pentru determinarea culorii aferente fiecărei particule, viteza normalizată se va limita între zero și unu, indiferent de modul de calcul. Astfel, viteza normalizată a tuturor

particulelor cu valoare mai mare sau egală cu valoarea maximă va avea valoare unitară. Se poate astfel urmări evoluția modelului prin impunerea unui prag limită de interes, pentru a determina zonele în care particulele depășesc acel prag.

Pe baza parametrului normalizat al particulelor, se calculează culoarea pentru reprezentarea acestora. Deoarece legenda a fost aleasă pentru a reprezenta culori între albastru (cea mai mică valoare) și roșu (cea mai mare valoare), cu trecere graduală prin verde (valori medii), a fost stabilit un mod de calcul al culorilor, astfel încât să existe o corelație între valoarea normală a parametrului și culoarea de reprezentare a acestuia. S-a împărțit domeniul de variație al parametrului normalizat în patru intervale distincte și s-a stabilit o compoziția cromatică pe fiecare interval, astfel:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{când } p_{norm} \in [0, 0.25) \Rightarrow \begin{cases} Roșu = 0 \\ Verde = \frac{p_{norm}}{0.25} \\ Albastru = 1 \end{cases} \\ \text{când } p_{norm} \in [0.25, 0.50) \Rightarrow \begin{cases} Roșu = 0 \\ Verde = 1 \\ Albastru = 1 - \frac{p_{norm} - 0.25}{0.25} \end{cases} \\ \text{când } p_{norm} \in [0.50, 0.75) \Rightarrow \begin{cases} Roșu = \frac{p_{norm} - 0.5}{0.25} \\ Verde = 1 \\ Albastru = 0 \end{cases} \\ \text{când } p_{norm} \in [0.75, 1] \Rightarrow \begin{cases} Roșu = 1 \\ Verde = 1 - \frac{p_{norm} - 0.75}{0.25} \\ Albastru = 0 \end{cases} \end{array} \right. \quad (V.3)$$

unde  $p_{norm}$  reprezintă valoarea normală a parametrului utilizat, iar *Roșu*, *Verde* și *Albastru* reprezintă componentele culorii. Fig. V.22 conține o reprezentare grafică a relațiilor de mai sus, cu variația componentelor culorii, respectiv rezultatul combinării acestora, pe peretele de fundal.



**Fig. V.22: Combinarea culorilor principale pentru obținerea culorii finale**

## V.3 Post-procesor

### V.3.1 Generalități

Orice program de modelare numerică produce un set complex de rezultate. Pentru interpretarea acestora într-un mod relevant pentru utilizator este necesară redarea lor într-o formă organizată, adesea sub formă grafică. Astfel, este necesară implementarea unui program separat sau a unui modul al programului în sine pentru reprezentarea rezultatelor, numit post-procesor. În programul prezentat, rezultatele oferite pot avea diverse forme, de la structura sistemului și evoluția acestuia, până la analiza unei particule din sistem.

Pentru construcția post-procesorului s-a început prin a realiza un motor grafic tridimensional. Motorul grafic este realizat pe baza API-ului DirectX, care înglobează funcții pentru controlul plăcii grafice a computerului. Astfel, după inițializarea unui mediu în care placa grafică va reda imagini tridimensionale s-a trecut la scrierea unor funcții pentru desenarea obiectelor fizice pe ecran. Această parte a programului necesită cunoștințe avansate atât de VC++ cât și a API-ului DirectX, care reprezintă o bibliotecă uriașă în sine. În prezent, motorul grafic este destul de lent comparativ cu alte componente, dar funcțional, optimizarea acestuia fiind unul din obiectivele imediate.

Motorul grafic este construit în jurul clasei *CDEMView* (Fig. V.23) care conține funcțiile necesare inițializării și configurării mediului 3D. În plus, clasa conține și funcțiile de desen pentru elementele modelului, pe de o parte, și pentru axele sistemului de coordonate, pe de altă parte. Din punctul de vedere al fluxului de lucru, parametrii necesari clasei de vizualizare sunt vizualizați de către procesorul matematic și pre-procesor. Pre-procesorul creează un set inițial de date valori cu care sunt populați vectorii ai elementelor modelului (i.e. planuri, particule etc.) ce sunt furnizate clasei de vizualizare pentru redarea pe ecran. Odată pornită rularea modelului, parametrii elementelor acestuia sunt alterați astfel că există un flux continuu de furnizare a valorilor către motorul grafic, pentru a fi actualizate în afișaj. Fig. V.24 prezintă schematic fluxul de lucru și rezultatul furnizat de clasa de vizualizare pe monitor.

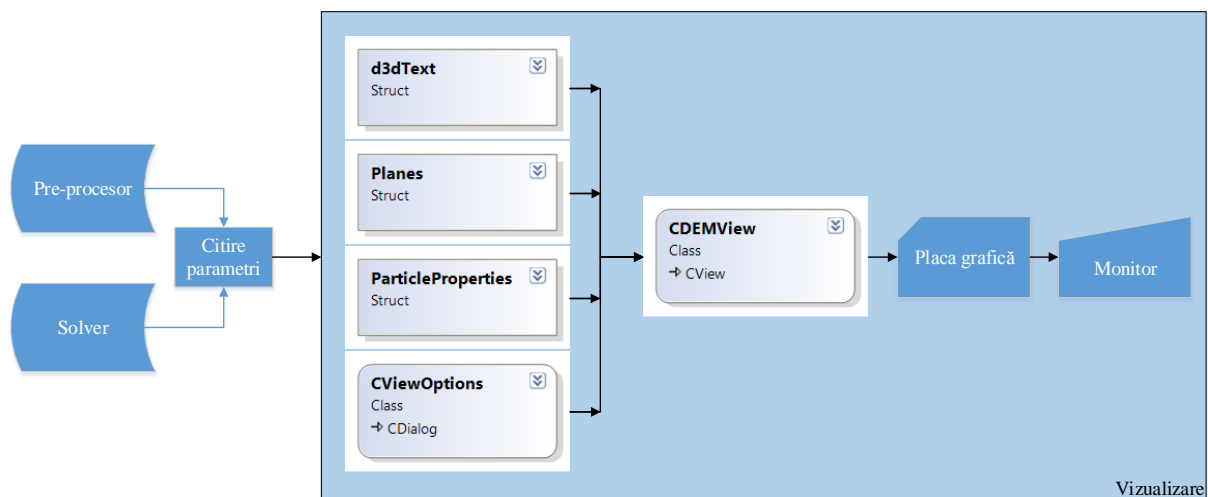


Fig. V.23: Obținerea parametrilor utilizați în clasa de vizualizare

Imaginea afișată conține elemente statice și dinamice, după cum urmează. În partea din stânga sus a imaginii sunt afișate texte informative cu privire la starea modelului, acestea fiind stocate

Într-un vector de tip  $d3dText$ , o structură pentru stocarea textelor tridimensionale. Textul este considerat un element static, deoarece nu schimbă poziția pe ecran, ci doar valoarea efectivă. În colțul din stânga jos este prezent un alt element static – axele sistemului de coordonate global. Acestea au poziție și dimensiuni fixe pe ecran, suferind doar rotații, nu și translații sau scalări. Componentele efective ale modelului sunt prezentate în centrul imaginii, putând însă să suferi orice tip de transformare, în funcție de comenzile oferite de utilizator din punct de vedere al poziției camerei. Astfel, modelul se poate scala sau roti în funcție de translațiile și rotațiile camerei, care se află în poziția utilizatorului.

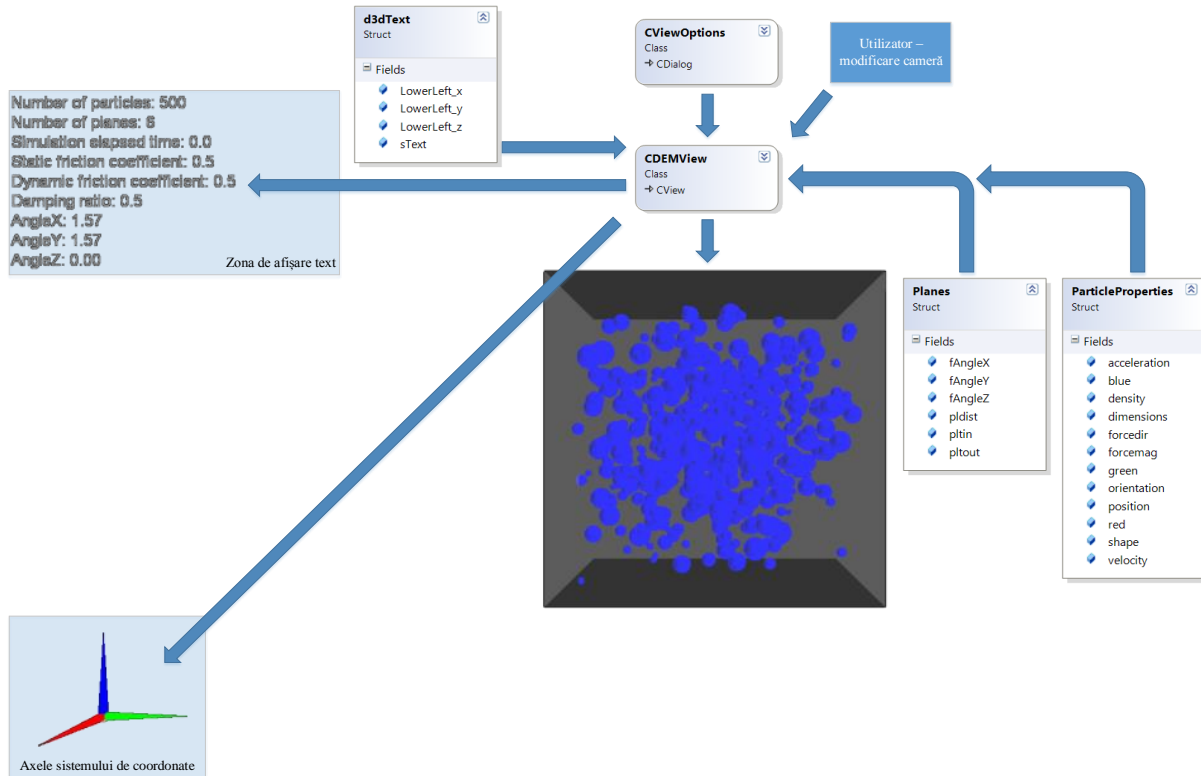
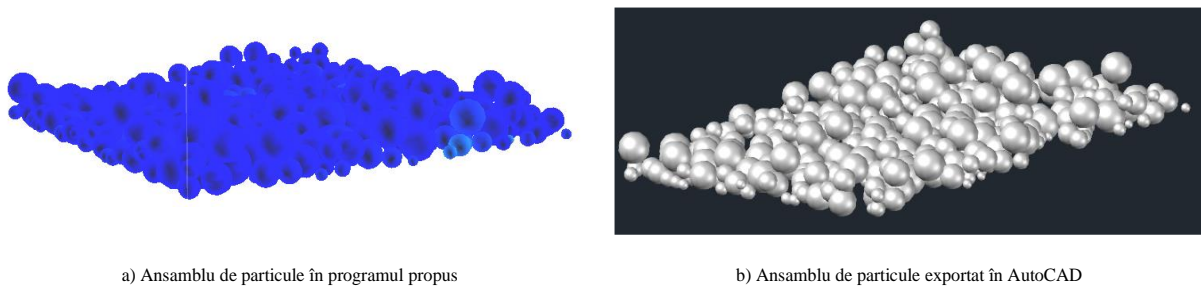


Fig. V.24: Fluxul de lucru pentru motorul de vizualizare

În ceea ce privește rezultatele oferite, programul stochează informații referitoare la viteza, accelerația, rotirea, translația și forța asociată fiecărei particule. Astfel, se pot crea câmpuri asociate fiecărui parametru cu urmărirea evoluției acestuia în timp. În mod implicit, programul utilizează un cod de culori pentru a reda calitativ accelerația fiecărei particule pe o scară de la roșu la albastru, descrescător cu accelerația. În viitor, pre-procesorul va fi dezvoltat pentru a reda pe ecran o legendă cu valorile asociate fiecărei culori, pentru a trece de la analize calitative la cele cantitative. Totodată, vor fi posibile redări ale oricărui alt parametru, cele mai relevante fiind cele legate de forțele de interacțiune dintre particule. Deoarece sunt stocate informații referitoare la direcția și mărimea forțelor asociate dintre particule, următorul pas va fi implementarea unui modul de reprezentare a vectorilor corespunzători acestor forțe, pentru a putea urmări variația interacțiunii dintre particule. Totodată, se va putea urmări distribuția eforturilor din masiv, prin derivarea forțelor de contact în raport cu aria de contact.

Deoarece stadiul actual al programului permite vizualizarea în timp real a accelerațiilor particulelor, se pot studia calitativ procese tranziente precum probleme de instabilitate a masivelor de pământ din material granular. În plus, se poate studia evoluția parametrilor unei singure particule, fiind posibilă exportarea proprietăților sale într-un format text standard, pentru post-procesare în programe externe. De asemenea, se poate salva configurația

geometrică a sistemului în format CAD, cu scopul creării unor modele de orice tip în programe de analiză externe. Fig. V.25 prezintă un exemplu în care un set de particule a fost exportat în AutoCAD. Astfel exportate, acestea pot fi salvate în formate specifice altor programe de modelare pentru rularea unor modele de alt tip.

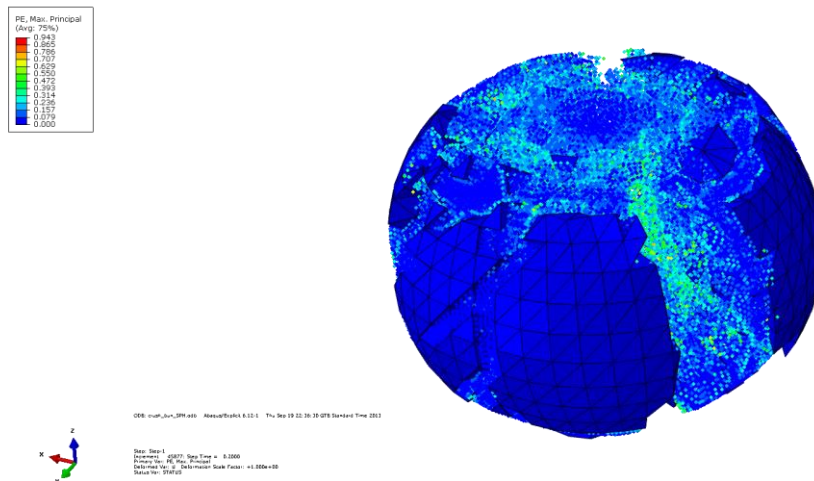


a) Ansamblu de particule în programul propus

b) Ansamblu de particule exportat în AutoCAD

**Fig. V.25: Ansamblu de particule exportat în AutoCAD**

Deoarece este foarte greu de realizat un ansamblu de particule în echilibru pentru crearea geometriei inițiale a unui model, programul este foarte util în astfel de situații, deoarece geometria modelului se realizează automat sub acțiune gravitațională, fiind necesară doar generarea unui set de particule după curba granulometrică impusă într-un ansamblu de planuri de contur. Cu ajutorul ansamblului creat se pot realiza modele externe pentru studierea unor fenomene complexe precum zdrobiri locale în cazul forfecării (Fig. V.26) sau interacțiunea fluid-solid în cazul curgerii apei prin pământ.



**Fig. V.26: Exemplu de particulă fracturată modelată utilizând SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics)**

De asemenea, studiul așezării particulelor în starea de echilibru poate fi de însemnătate pentru cazul în care se analizează posibilă distribuție a anrocamentelor utilizate pentru protecția malurilor de râuri. Acestea sunt în general așezate aleatoriu prin răsturnare directă din barjă, astfel că distribuția lor în spațiu este greu de anticipat, o analiză statistică de tip Monte-Carlo putând fi realizată pentru determinarea celei mai probabile distribuții.

### V.3.2 Salvarea datelor

Pentru repetabilitatea modelării se impune posibilitatea salvării modelului în vederea revenirii ulterioare asupra sa. În prezent, programul permite salvarea modelului în fișiere specifice, printr-o interfață asemănătoare oricărei aplicații Windows (Fig. V.27). Datele sunt salvate în

format binar astfel că nu pot fi deschise de nicio altă aplicație, pentru citirea lor fiind necesară cunoașterea în detaliu a datelor care sunt scrise în interior.

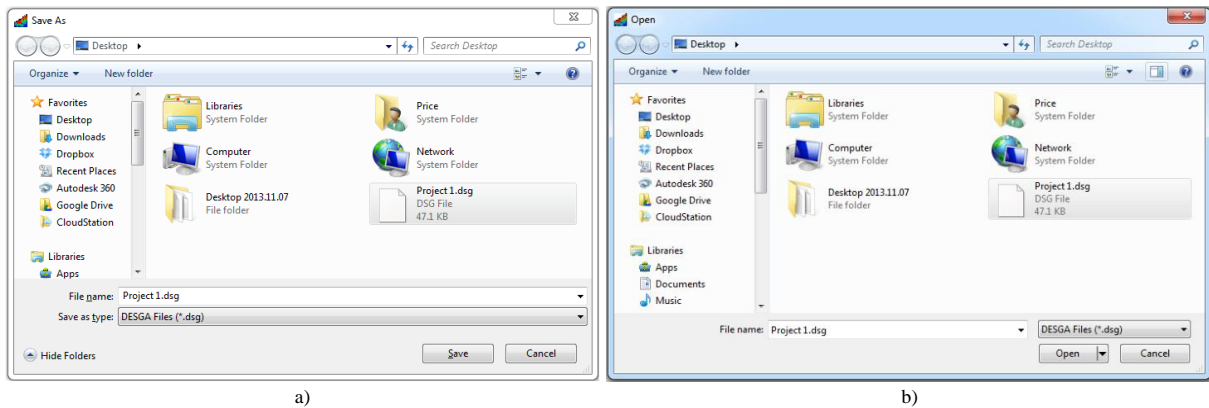


Fig. V.27: Ferestrele pentru (a) salvarea și (b) deschiderea fișierelor

Operațiunile de salvare sau deschidere a fișierelor sunt descrise conceptual în Fig. V.28. În esență clasele *CDEMDoc* și *CFileOp* sunt utilizate pentru implementarea operațiunilor cu fișiere. Astfel, în clasa *CDEMDoc* sunt definite funcțiile pentru transformarea tuturor variabilelor în format binar pentru a fi scrise în fișier, iar *CFileOp* conține funcțiile pentru decodarea datelor citite din fișier și pentru transferul lor în formatul necesar programului, pentru a fi transmise datele către pre-procesor.

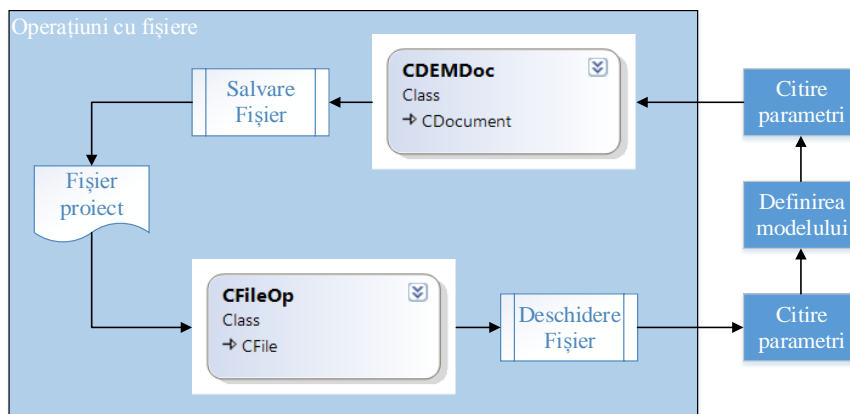


Fig. V.28: Abstractizare a operațiunilor cu fișiere

## V.4 Procesorul matematic

### V.4.1 Generalități

Procesorul matematic (denumit și solver) este partea programului care se ocupă de calculul matematic al interacțiunilor dintre elemente. Rolul său este de a transpune informațiile oferite de pre-procesor într-un format matematic specific pentru a obține o serie de rezultate numerice pe care le va furniza post-procesorului pentru interpretare ulterioară. Numeroase programe de modelare numerică

În programul prezentat, procesorul matematic utilizat este PhysX, un kit de dezvoltare software (SDK) aparținând NVidia, creat inițial de NovodeX, companie desprinsă din ETH Zurich. SDK-ul PhysX este implementat în limbajul C++ și organizat intern în clase, fiecare dintre acestea conținând funcționalități accesibile utilizatorului prin intermediul unor interfețe, constituind de fapt niște clase abstracte (clase pentru care nu pot fi create instanțe dar funcționează ca și clase de bază pentru descrierea altor clase).

Fig. V.29 prezintă schematizat modul de structurare a claselor librării PhysX. *NxPhysicsSDK* este o clasă abstractă utilizată pentru instanțierea obiectelor și inițializarea variabilelor globale ce vor afecta toate scenele. Scenele sunt colecții de obiecte, conexiuni și variabile globale asociate care pot interacționa între ele. Scena simulează comportarea acestor obiecte în timp. O scenă poate fi folosită pentru manipularea elementelor din ea însăși (e.g. gravitație, corpuri, legături, materiale etc.) și este reprezentată intern prin clasa *NxScene*.

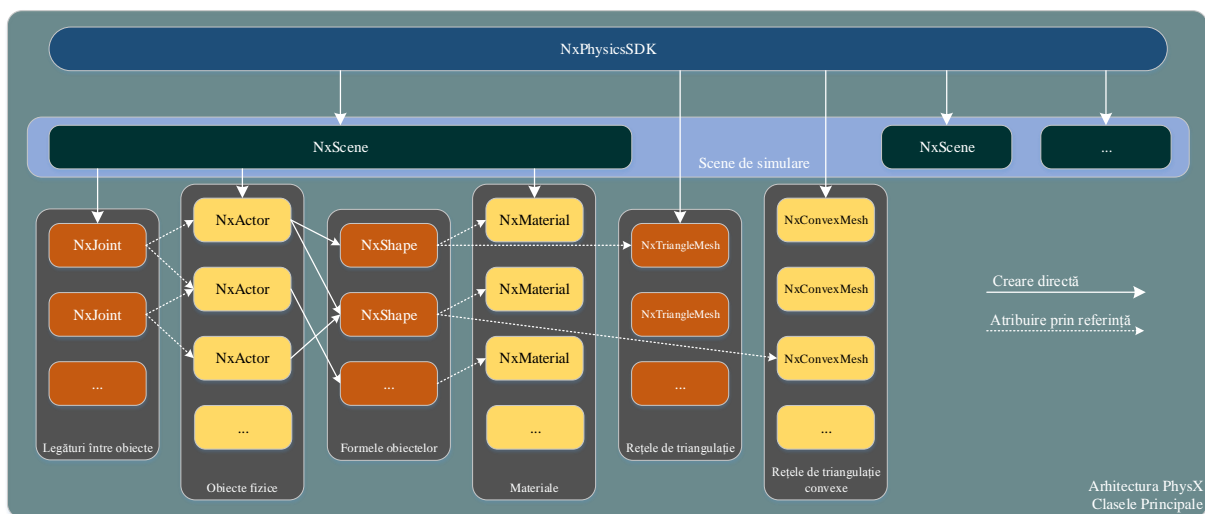


Fig. V.29: Arhitectura procesorului matematic PhysX [157]

Obiectele ce pot interacționa într-o scenă poartă numele de actori și sunt creați de scena cărora aparțin. Actorii pot fi dinamici sau statici (i.e. fișci) și sunt creați cu ajutorul clasei *NxActor*.

### V.4.2 Obiecte

Fiecare actor are asociată una sau mai multe forme, ce sunt utilizate pentru detectarea contactelor dintre aceștia. Formele sunt create de către un obiect de tipul *NxActor* ca și obiecte



ale clasei abstracte  $NxShape$ , care încapsulează o serie de subclase specifice (Fig. V.30). În general, pentru crearea obiectelor de forme complexe se pot combina primitive oferite de procesorul matematic pentru a obține modelul dorit. O alternativă ar fi crearea unui obiect de formă oarecare prin definirea rețelei de triunghiuri asociată ( $NxTriangleMeshShape$ ) dar documentația nu recomandă utilizarea acestor obiecte ca și actori dinamici, deoarece timpul necesar de calcul pentru aceștia este foarte mare. Detectarea contactelor și a reacțiunilor dintre obiectele în contact este optimizată pentru primitivele de formă convexă oferite de procesorul matematic ( $Box$ ,  $Capsule$ ,  $Plane$ ,  $Sphere$ ,  $Wheel$ ). În general, pentru crearea oricărei forme, trebuie utilizate doar componente convexe, între care sunt definite conexiuni pentru crearea efectului dorit.

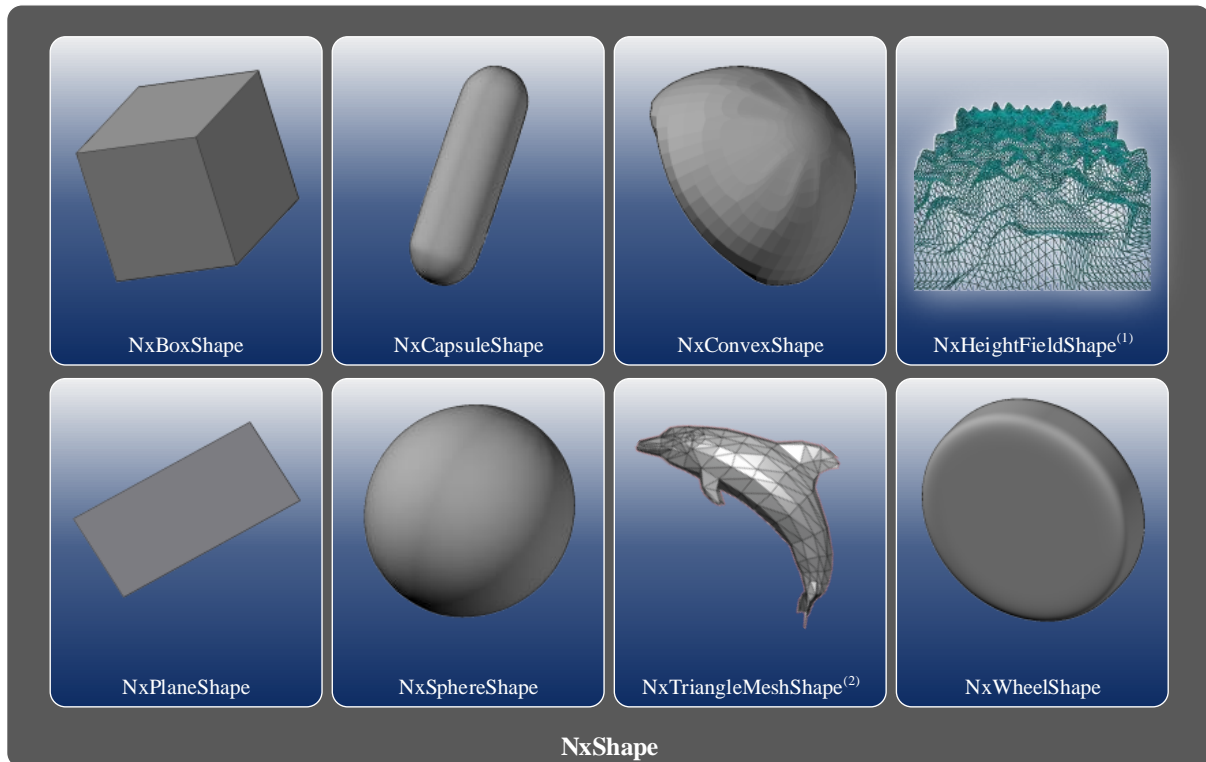


Fig. V.30: Tipurile de forme asociabile actorilor <sup>(1)</sup> [158], <sup>(2)</sup> [159]

Fiecare formă a unui actor are un material asociat, creat cu ajutorul clasei  $NxMaterial$  aparținând clasei  $NxScene$ . În funcție de natura materialului, procesorul matematic va calcula forțele de contact dintre doi actori în coliziune. Din punctul de vedere al frecării dintre obiecte, fiecare material are definite coeficienții de frecare statică și dinamică, ce pot fi de natură izotropă sau anizotropă, variind în funcție de direcția pe care se exercită forța de acțiune. De asemenea, materialele au asociat și un coeficient de restituție, care specifică gradul de amortizare la contact.

### V.4.3 Conexiuni

Între corpuri pot fi implementate conexiuni, numite *Joints*. În definirea unei conexiuni trebuie descris modul în care un obiect se poate deplasa față de celălalt în jurul punctului de conexiune. Conexiunile pot fi de diverse tipuri, fiecare având o clasă asociată, toate moștenind clasa abstractă  $NxJoint$  (Fig. V.31):

- Conexiuni sferice (*Spherical Joints*)

- Oferă trei grade de libertate – rotații în jurul fiecărei axe
- Conexiuni articulate (*Revolute Joints*)
  - Oferă un singur grad de libertate – rotație în jurul unei axe definite printr-un punct și un vector
- Conexiuni prismatice (*Prismatic Joints*)
  - Permit un singur grad de libertate – translație în lungul unei axe – pot fi folosite pentru crearea unor amortizoare
- Conexiuni cilindrice (*Cylindrical Joints*)
  - Creează două grade de libertate – translație în lungul unei axe și rotație în jurul acesteia (combină proprietățile unei conexiuni articulate cu cele ale unei conexiuni prismatice)
- Conexiuni fixe (*Fixed Joints*)
  - Suprimă toate gradele de libertate, cei doi actori având o comportare unitară
- Conexiuni la distanță (*Distance Joints*)
  - Creează o legătură între doi actori fără ca aceștia să fie în contact, menținând distanța între aceștia. Poate fi modificată pentru a se comporta precum un resort, permițând modificarea distanței dintre actori între două valori limită după o lege de variație a forței cu deplasarea.
- Conexiuni de tip punct în plan (*PointInPlane Joints*)
  - Suprimă o translație, permițând rotația în jurul oricărei axe și translația într-un plan
- Conexiuni de tip punct pe o dreaptă (*PointOnLine Joints*)
  - Permite 4 grade de libertate – 3 rotații și translație după o singură direcție
- Conexiuni scripete (*Pulley Joints*)
  - Simulează interacțiunea de tip scripete, facilitând implementarea unor astfel de sisteme, fără a fi necesară definirea unor elemente suplimentare
- Conexiuni oarecare (*6DOF Joints*)
  - Sunt conexiuni ce nu suprimă în mod implicit niciun grad de libertate. Pe baza lor pot fi create orice alt tip de conexiune.

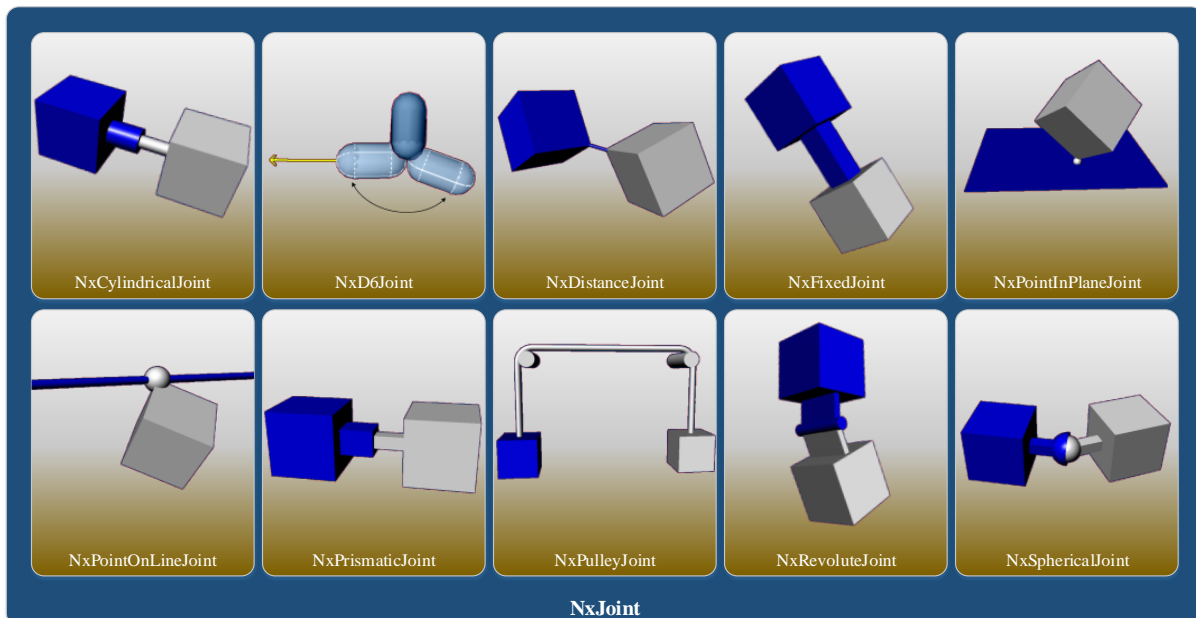


Fig. V.31: Tipurile de conexiuni (imagini după Ageia PhysX SDK Documentation [157])

Oricare din gradele de libertate oferite de o conexiune poate fi suprimat sau limitat cu anumite condiții. Aceste condiții de limitare a conexiunilor pot fi definite prin valori de margine pentru intervalele în care obiectele se pot roti sau translata unul față de celălalt. De asemenea, se pot utiliza multiple conexiuni între aceiași actori pentru obținerea efectului dorit.

În plus, conexiunile pot fi distruse, pentru a simula diverse situații. Pentru distrugerea unei conexiuni se pot defini valori maxime ale forțelor sau momentelor pe care acestea le pot prelua până la cedare.

În cadrul conexiunilor de tip articulații sau sferice pot fi impuse momente actorilor astfel încât să funcționeze ca și acțiune externă asupra acestora generând rotiri în jurul conexiunilor. Aceasta se realizează prin definirea unei viteze maxime de rotații și a unei forțe maxime aplicabile pentru atingerea vitezei țintă. Totodată, conexiunile ce oferă grade de libertate translaționale pot fi alterate pentru introducerea unui efect de tip resort cu amortizare (LSD).

*In theory, theory and practice are the same. In practice they aren't even close*

Anonim

## **VI. EXEMPLE NUMERICE ȘI EXPERIMENTALE**



## VI.1 Introducere

Prezentul capitol conține exemple numerice pentru aplicații practice ale metodei elementelor discrete în lucrările ingineresti, precum și o serie de lucrări experimentale pentru calibrarea modelelor numerice. Sunt tratate trei situații distincte și evidențiate avantajele și dezavantajele programului creat în studiul acestora.

În prima parte sunt descrise dificultățile ce pot fi întâmpinate în crearea modelelor discrete, în special legate de construirea materialului granular din particule. Problema poate părea trivială, dar încă nu a fost stabilită o tehnică optimă, pe care comunitatea științifică să o accepte de comun acord. Pornind de la aranjarea discurilor (2D) sau sferelor (3D) congruente într-un contur dat în cel mai eficient mod, tematică inițiată cu patru secole în urmă, au fost create diverse soluții și dezvoltate o serie de tehnici ce stau la baza creării modelelor discrete. Cele mai importante dintre aceste metode sunt tratate în prezentul capitol, printr-o evaluare a literaturii specifice, și totodată este descrisă tehnică utilizată în crearea propriilor modele. Rezultatele obținute sunt comparate cu cele raportate în literatură și analizat procesul propus, în funcție de parametrii mecanici și geometrici implicați.

Ulterior, este abordată problema capacității portante a unei fundații continue fundată pe materiale necoezive. Se propune un plan complex de modelare, pe baza a 64800 de rulaje, din care sunt realizate o parte pentru a verifica eficiența programului. Modelele realizate pun în evidență diferite mecanisme de cedare din care pot fi identificate cele trei mecanisme cunoscute pentru acest tip de lucrări. Cu toate că încă din perioada timpurie a științei întemeiate de Karl Terzaghi, aceste mecanisme au fost identificate și studiate, evidențierea lor prin modelări numerice nu a fost posibilă până de curând. În plus, explorarea fenomenului utilizând metoda elementelor discrete nu a fost realizată decât sporadic, puterea de calcul nefiind suficientă până în anii trecuți. Cu toate acestea, MED pare a fi unica abordare prin care se pot urmări fenomenele ce apar în interiorul masivului de pământ chiar și după cedarea inițială, după cum este arătat în problema descrisă.

În plus, sunt descrise rezultatele unui studiu experimental realizat pentru caracterizarea calității modelelor numerice. Lucrările experimentale au ca subiect evoluția cedării unui material granular supus unei încărcări prin deformare impusă sub o placă considerată rigidă sub sarcinile dezvoltate. Au fost luate în considerare variații atât ale materialului din care este creat mediul discret, precum și variații ale vitezei de încărcare. Rezultatele obținute sunt comparate cu modelul discret realizat în programul propriu și, în plus, este realizat un model numeric într-un program comercial apreciat în comunitatea științifică, pentru verificarea calitativă a programului dezvoltat.

În continuare este tratat un studiu de caz ce pornește de la proiectarea efectivă a unei protecții de mal cu anrocamente, dar propune o metodă de eficientizare a proiectării, pentru a lua în considerare natura stohastică a punerii în operă a materialului. Pe baza unui set de 1770 de rulaje cu diferite configurații este arătat cum se poate obține un grad de probabilitate pentru obținerea în practică a situației proiectate. Astfel, metoda prezentată poate fi utilizată pentru reducerea costurilor execuției unei astfel de lucrări.

În cele din urmă este descris un model ce tratează stabilitatea unui rambleu de pământ necoeziv și natura mecanismului de cedare al acestuia, influențată de forma particulelor utilizate pentru crearea materialului. Modelul pune în evidență coeziunea aparentă la nivel macro-mecanic al pământului ce poate fi obținută în cazul unui grad ridicat de înclăștare între particule. Rezultatele obținute sunt comparate cu modele realizate în medii continue (MEF) și quasi-

continue (MEF-SPH). Modelele comparative confirmă rezultatele obținute utilizând metoda elementului discret, dar nu suplinesc necesitatea realizării unor modele fizice, acestea nefiind disponibile în literatură.

## VI.2 Tehnici de construire numerică a materialului granular

În aplicațiile de modelare numerică, un prim pas important este crearea materialului și a geometriei acestuia. În cadrul problemelor de tip continuu (e.g. MEF) acești pași se pot diferenția, geometria fiind definită prin alegerea coordonatelor conturului, iar materialul este declarat separat și asociat unei geometrii, sau rețele de discretizare aferente. În aplicațiile numerice discrete, geometria și materialul sunt interdependente în etapa de construire a modelului. Materialul poate descrie doar interacțiunea dintre elemente, în timp ce geometria trebuie construită prin aranjarea elementelor modelului în limitele unui contur predefinit.

Asemenea reconstruirii unei probe naturale de material granular, în funcție de modul de aranjare a particulelor, indicii geotehnici asociați pot fi diferiți, influențând astfel parametrii macro-mecanici ai materialului final. Așadar, porozitatea (respectiv indicele porilor), densitatea și respectiv gradul de îndesare al materialului obținut va fi influențat de tehnica de umplere cu particule a volumului dorit.

Problema de față reprezintă un subiect de cercetare încă dinaintea metodelor numerice de modelare, datorită importanței academice și industriale. Încă din secolul al XVII-lea, matematicianul german Johannes Kepler [160] a publicat o lucrare în care studia aranjarea în spațiu a sferelor. Studiul a urmat corespondenței sale cu matematicianul englez Thomas Harriot, după ce acesta a avut sarcina de a stabili modul optim de așezare a muniției de tun pe vapoarele englezești. În lucrarea sa, Kepler a făcut o observație ce a devenit cunoscută ulterior drept „conjectura lui Kepler”. Aceasta afirmă că densitatea maximă ce se poate obține din aranjarea unor sfere de egal diametru se poate face prin aranjare rectangulară sau hexagonală (Fig. VI.1, Fig. VI.2). Densitatea unor astfel de aranjări este:

$$V_{v_{max}} = \frac{\pi}{\sqrt{18}} \cong 0.74 \quad (\text{VI.1})$$

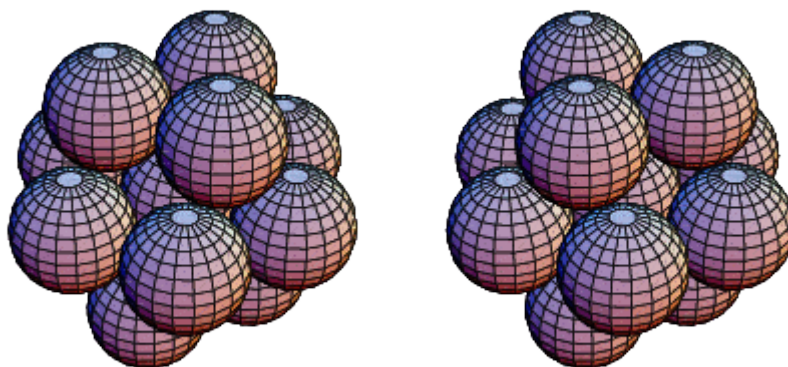
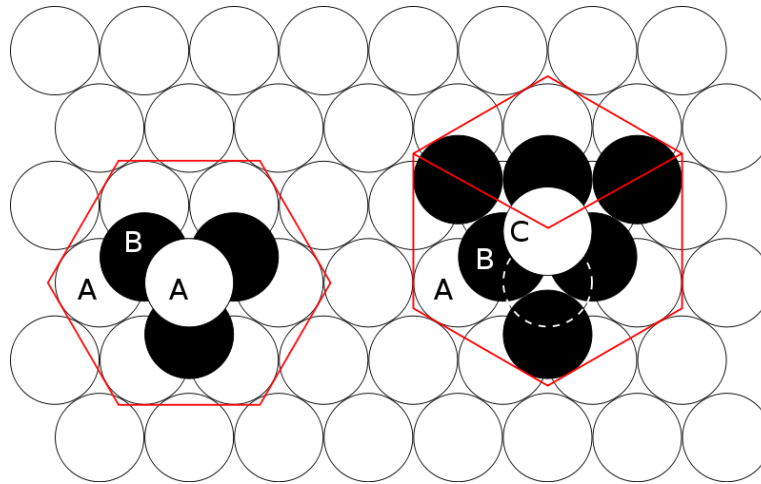


Fig. VI.1: Așezarea tridimensională de sfere congruente conform conjecturii lui Kepler (Wolfram [161])



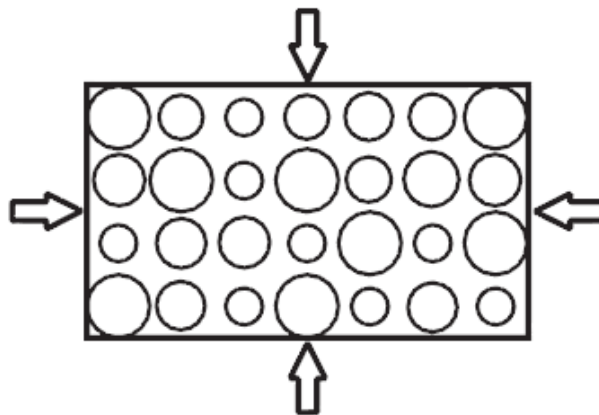
**Fig. VI.2: Așezarea în straturi ale sferelor pentru configurațiile hexagonală (stânga) și cubică (dreapta) [162]**

Conjectura nu a putut fi demonstrată până recent, când Hales și Ferguson [163] au publicat în 2006 o soluție cu 99% grad de încredere. Așadar, problema este cât se poate de complexă, deși pare trivială la prima vedere. În ultimii ani au fost dezvoltate diverse metode pentru generarea particulelor în interiorul unui domeniu dat, pentru a obține materialul necesar modelării numerice utilizând metode discrete. În general, aceste metode pot fi împărțite în două categorii: metode dinamice și metode geometrice, fiind prezentate pe scurt în continuare.

### VI.2.1 Metode dinamice

Cea mai simplă abordare în umplerea unui domeniu dat cu particule o constituie categoria de tehnici dinamice. Acestea utilizează abordări empirice suplimentate de simulări MED, în general sub influența unui câmp gravitațional, pentru a aduce materialul într-o mai îndesată. Metodele dinamice sunt consumatoare de timp de calcul, dar sunt simplu de utilizat, nefiind necesară crearea unor algoritmi complecși de generare.

Pornind de la tipul de dispunere a particulelor în rețele rectangulare sau hexagonale, o metodă descrisă de Feng et al. [164] generează particule în centrele rețelei, cu diametre mai mici sau egale cu dimensiunea celulei. Se obține astfel un material cu porozitate foarte mare, iar comprimarea acestuia se face prin deplasarea pereților exteriori către centrul modelului (Fig. VI.3).



**Fig. VI.3: Generarea particulelor în centrele unei rețele rectangulare și comprimarea acestora pentru reducerea porozității (Feng et al. [164])**



Există și o serie de metode în care este utilizat un câmp gravitațional pentru aranjarea particulelor după generare. Unele dintre acestea pornesc de la un carioaj rectangular în interiorul căruia sunt generate particule cu diametru aleatoriu [165]. Se utilizează apoi forțe de natură gravitațională pentru așezarea particulelor într-o cutie rigidă. Feng et al. [164] au descris o metodă similară, în care au particulele sunt generate în straturi regulate deasupra unei pâlnii și lăsate apoi să cadă gravitațional într-o cutie rigidă (Fig. VI.4).

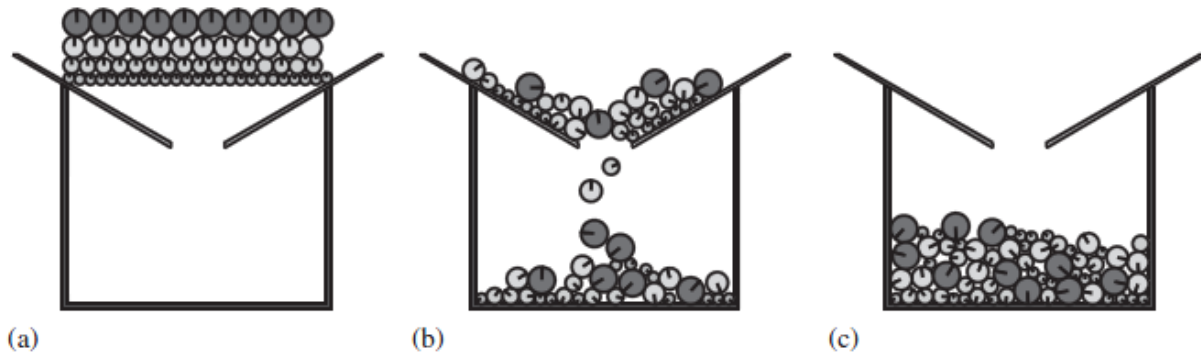


Fig. VI.4: Generarea materialului prin amestecarea gravitațională a particulelor cu ajutorul unei pâlnii (Feng et al. [164])

Pentru crearea unei probe cu formă cilindrică, Ferrez [166] a propus generarea particulelor în ordinea descrescătoare a dimensiunilor. A așezat mai întâi câteva particule mari, ocupând peste 50% din volum aflat la dispoziție, completând apoi cu particule din ce în ce mai mici, în spațiul rămas, până la obținerea porozității necesare (Fig. VI.5).

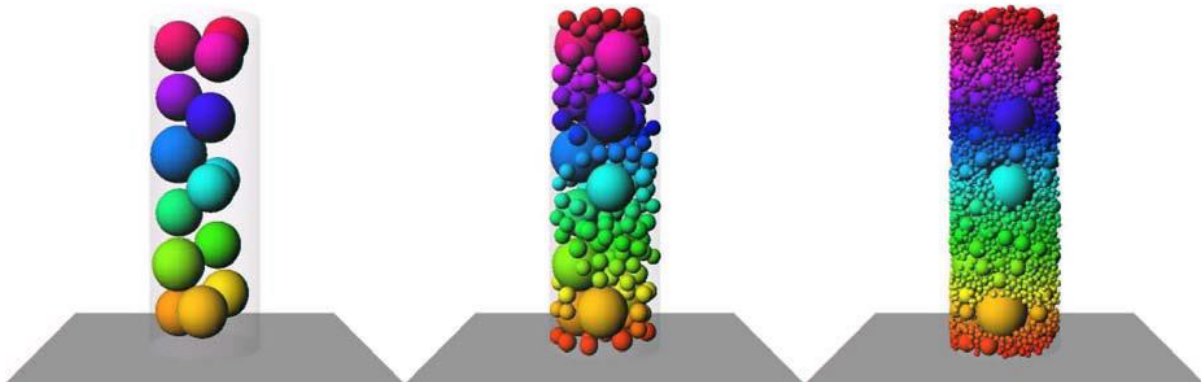


Fig. VI.5: Metoda de generare utilizată de Ferrez [166]

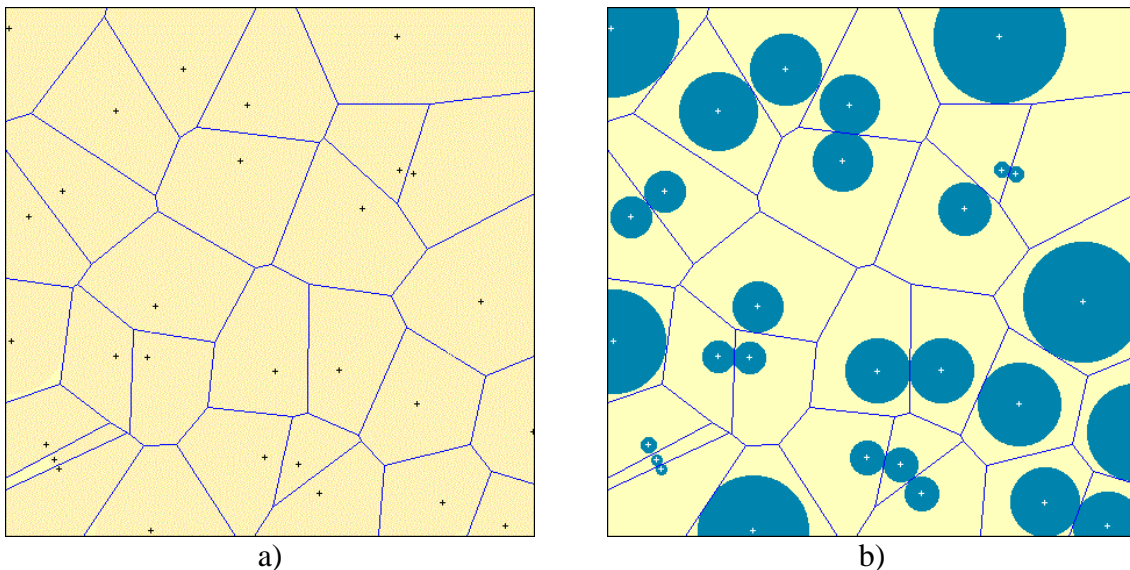
### VI.2.2 Metode geometrice

Metodele geometrice, cunoscute și sub denumirea de algoritmi constructivi, sunt alternative eficiente pentru metodele dinamice, în umplerea geometriei cu elemente discrete. Spre deosebire de celelalte tehnici, algoritmi constructivi realizează modelul prin tehnici pur geometrice, fără a fi necesare simulări dinamice ale particulelor, reducând astfel timpul necesar pentru calcul. Cu toate acestea, implementarea acestora este mult mai complicată din punct de vedere matematic. Există însă o serie de metode geometrice notabile, o recenzie a celor mai importante fiind făcută de Stoyan [167], [168] și Bagi [169]. O parte dintre acestea vor fi descrise în continuare.

Modelul Stienen [167] începe prin generarea unui set aleatoriu de puncte în mediul ce urmează a fi umplut cu particule. Aceste puncte vor servi drept centre pentru particulele generate. Pentru fiecare punct se determină mai întâi distanța până la cel mai apropiat vecin al său, iar apoi se

trasează un cerc (respectiv o sferă pentru modele tridimensionale) având raza egală cu jumătatea distanței până la cel mai apropiat vecin. Aceste cercuri/sfere constituie un set de particule generate.

Metoda Sienen este o adaptare a discretizării (teselării) Voronoi pentru un spațiu dat. Discretizarea Voronoi pornește de la un set de puncte de discretizare și construiește poligoane (pentru exemplul 2D) în jurul acestor puncte în așa fel încât toate punctele aparținând unui poligon să fie cel mai apropiate de acel punct de discretizare în jurul căruia s-au format (Fig. VI.6). Astfel, particulele generate vor fi cuprinse în interiorul celulelor de discretizare Voronoi, iar numărul de contacte pentru o particulă poate fi între 0 și  $N$ , unde  $N$  este numărul de puncte vecine aflate la distanța minimă față de punctul aflat în centrul particulei. Evident,  $N$  va fi egal cu 1 când două puncte învecinate nu au vecini mai apropiați, iar  $N$  va fi mai mare decât 1 când există mai multe puncte vecine la aceeași distanță.



**Fig. VI.6: Exemplu de teselare de tip Voronoi (a) și rezultatul unui model Stienen (b) pentru același set de puncte**

Un alt model ce pornește de la un set de puncte alese aleatoriu este „modelul nufărului” (lily-pond model) [170]. În fiecare punct se generează sfere/discuri cu rază inițială 0, iar raza acestora este mărită gradual cu un anumit increment. Mărirea razei unei sfere/disc se oprește atunci când se determină primul contact cu o particulă învecinată. Astfel, fiecare particulă are cel puțin un contact cu particule învecinate.

Evans [171] propune o metodă ce poartă denumirea de model SSI (Simple Sequential Inhibition) sau RSA (Random Sequential Adsorption) ce presupune generarea aleatorie a particulelor într-un mediu 2D utilizând un generator de numere aleatorii atât pentru dimensiunile discurilor cât și pentru pozițiile acestora. Se propune mai întâi un diametru aleatoriu pentru particulă, și se caută o poziție aleatorie a acesteia, până când o poziție validă este identificată. Se obține în final un material cu porozitate relativ mare, fiind necesar apoi un număr de pași de calcul pentru atingerea unei stări de echilibru sub influența unui câmp gravitațional nul. Ulterior, Stoyan și Schlater [172] au dezvoltat metoda pentru spațiul tridimensional, dar porozitatea obținută pentru sfere de egal diametru este de 61.8%, valoare prea mare pentru aplicații practice.

Tot Itasca [173] a propus o metodă prin care după generarea aleatorie a particulelor, acestea suferă o extindere a razei până la atingerea unei porozități dorite, după care se permit câteva

cicluri de calcul pentru atingerea stării de echilibru. Această metodă a fost utilizată în multe publicații specifice (e.g. [174], [175], [176]), dar necesită un calcul îndelungat pentru evitarea suprapunerilor inițiale în etapa de generare a specimenului.

Metoda Metropolis-Hastings [177], [178], și variațiile sale [179], [180] pornește de la o dispunere aleatorie a particulelor în mediul ales. Urmează o serie de iterații succesive în care se încearcă adăugarea unei particule noi sau mutarea/eliminarea unei particule existente. Se alege una dintre variante pe baza unei probabilități asociate fiecărei posibilități, astfel încât suma probabilităților pentru cele trei variante să fie 1.

O altă metodă, denumită „algoritm de sedimentare”, a fost introdusă de Jodrey și Tory [181], [182] pentru generarea unor sisteme de sfere omogene din punct de vedere statistic, în volume paralelipipedice. Metoda începe prin realizarea unei configurații inițiale dintr-un număr redus de sfere, așezate la baza volumului. Urmează iterații succesive în care se introduce o nouă sferă (sau disc) deasupra nivelului liber al volumului ocupat, ce se translatează și rotește până când intră în contact cu două (2D) sau trei (3D) particule învecinate. Procesul simulează căderea liberă a particulei, dar se realizează prin calcule geometrice, nu mecanice. Dacă nu se atinge starea de echilibru după un timp dat, sfera este distrusă și se reface iterația cu o nouă sferă. Procedura se repetă până la umplerea volumului dorit. O variantă plană a algoritmului de sedimentare este metoda „căderii libere”, propusă de Bagi [183]. Materialul obținut nu este foarte îndesat, nefiind supus unei etape suplimentare de îndesare, porozitatea medie obținută fiind de 42%.

Feng et al. [184], [164] au propus o metodă similară, denumită „metoda de avansare a frontului” (advancing front method) inspirată dintr-o tehnică de triangulație propusă pentru discretizarea domeniilor în metoda elementelor finite [185]. În funcție de cum este luat inițial în considerare conturul modelului, se fac două distincții pentru această metodă. Una din posibilități, denumită „avansarea în formă închisă a frontului”, pornește de la crearea unui set de trei particule în contact (pentru modelul planar) adăugând apoi câte o nouă particulă adiacentă. Procesul se repetă până la umplerea domeniului.

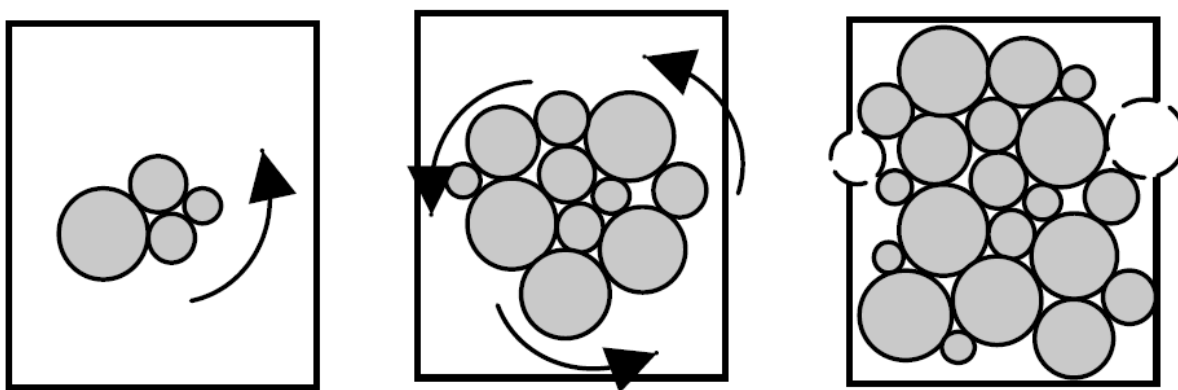


Fig. VI.7: Metoda avansării frontului: forma închisă [169]

Un dezavantaj al metodei prezentate îl reprezintă golurile relativ mari ce pot apărea pe marginea domeniului, aceasta fiind ultima zonă în care se generează particule. Astfel, s-a introdus cealaltă variantă, ce utilizează una din laturile domeniului ca zonă inițială de generare. Metoda poartă numele de „formă deschisă de avansare a frontului” și pornește de obicei de la latura inferioară a conturului, pentru a asigura umplerea cu elemente în acea zonă și a reduce pe cât posibil rearanjarea modelului după aplicarea unui câmp gravitațional (Fig. VI.8).

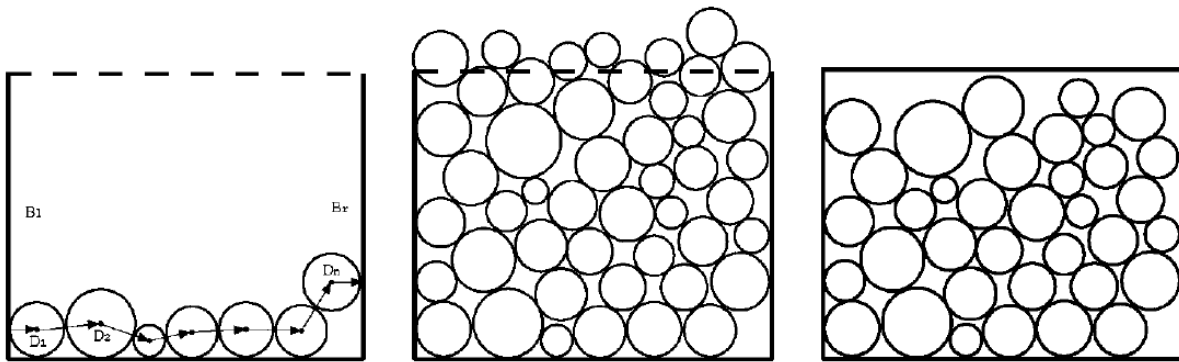


Fig. VI.8: Metoda avansării frontului: forma deschisă [164]

Li et al. [186] propun, de asemenea, o metodă adaptată a avansării frontului, combinată cu tehnici de îndesare a sferelor, pentru generarea discretizărilor în element finit.

O altă metodă asemănătoare celei de avansare a frontului este propusă de Zsaki [187] pentru umplerea unui domeniu planar poligonal cu discuri de dimensiuni arbitrare. În prima etapă, se identifică baza domeniului și apoi se stabilește poziția primei particule în partea cea mai joasă a domeniului. Se continuă apoi cu generarea discurilor în straturi, până la umplerea domeniului, urmând o etapă de optimizare prin umplerea părții superioare cu discuri, astfel încât să se reducă golurile dintre ultimul strat și limita superioară.

Pentru reducerea golurilor de la marginea domeniului, obținute prin metode de avansare a frontului, Bagi [169] a introdus o metodă inversă celei de avansare cu front închis. Astfel, primul front îl reprezintă conturul modelului și se continuă spre interior până la umplerea geometriei.

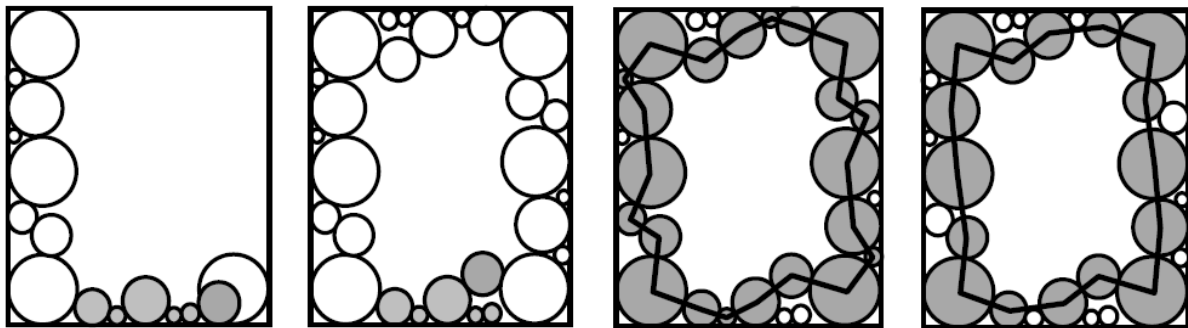


Fig. VI.9: Metoda propusă de Bagi [169]

În cele din urmă, există și metode bazate pe rețele inițiale de triangulație, create în interiorul domeniului. Una dintre aceste metode, descrisă de Cui și O'Sullivan [188], pornește de la crearea unei rețele de triunghiuri / tetraedre pentru discretizarea domeniului, iar umplerea acestuia se face prin generarea unor particule înscrise în interiorul elementelor și adăugarea în final a unor particule în nodurile rețelei.

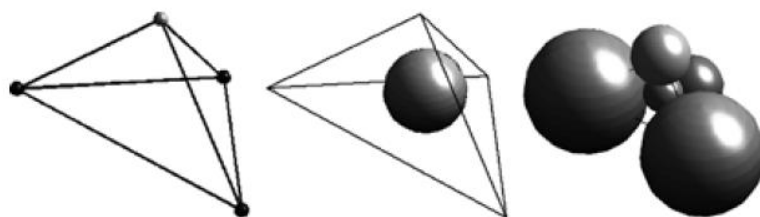


Fig. VI.10: Uplerea domeniului pe baza unei rețele de triangulație (Cui și O'Sullivan [188])

O altă tehnică bazată pe rețele de triangulație tridimensionale (cu tetraedre) este propusă de Jerier et al. [189]. Procedura acestora se bazează pe introducerea unei sfere în interiorul tetraedrului, în așa fel încât să fie în contact cu patru sfere ne-coplanare. Metoda a fost inițial bazată pe o propunere mai veche a lui Borkovec și de Paris [190], dar modificată ulterior.

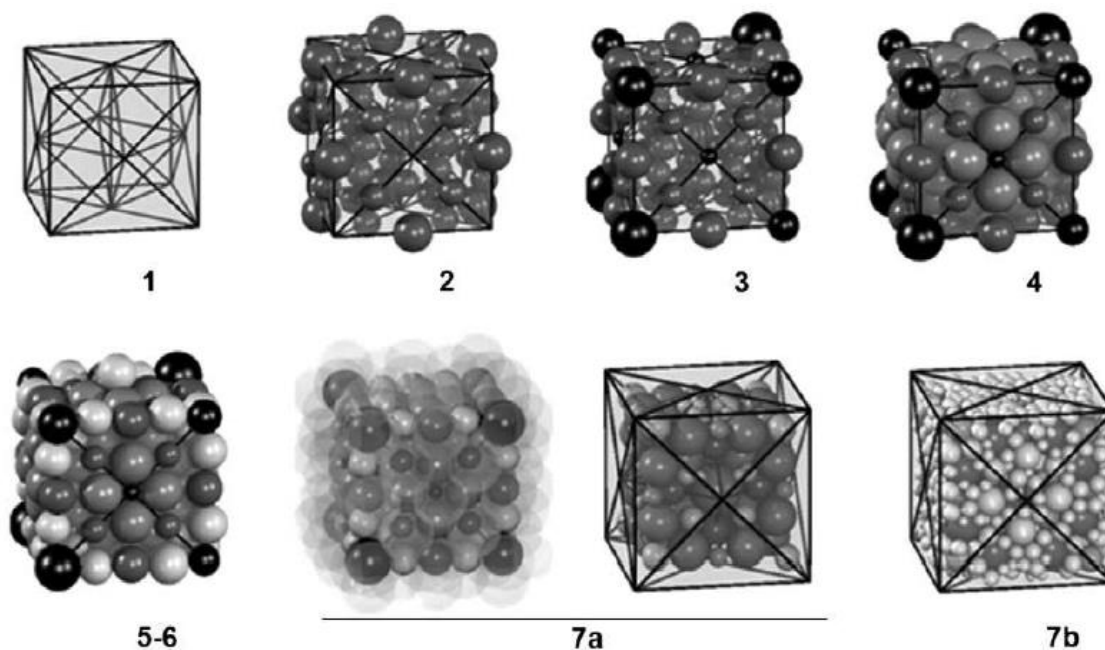


Fig. VI.11: Uplerea domeniului pe baza unei rețele de triangulație (Jerier et al. [189])

### VI.2.3 Metoda de generare utilizată

În cadrul exemplelor numerice prezentate în secțiunile următoare, au fost utilizate metode dinamice pentru realizarea modelelor. Tehnica implementată constă în generarea unui set de particule cu dimensiuni prestabilite, ce pot respecta o distribuție granulometrică (vezi cap. V.2.3). Poziția inițială a particulelor este aleasă aleatoriu într-un volum paralelipipedic. După generare, particulele sunt lăsate să cadă liber sub greutate proprie într-un câmp gravitațional.

Deoarece procesul este unul dinamic și utilizează modelare numerică pentru obținerea probei finale, timpul necesar de calcul nu este neglijabil, acesta crescând odată cu numărul de particule implicate. Un avantaj al acestuia îl reprezintă însă reproducerea într-un mod cât mai natural a probei, așezarea particulelor făcându-se sub forța gravitației. Deoarece în etapa inițială de generare, pozițiile sunt alese aleatoriu, fără a se respinge pozițiile particulelor ce se suprapun parțial, rezultatul final al procesului este unic și irepetabil, dar parametrii globali, precum porozitatea sau densitatea, au valori constante. Pentru modificarea acestora fără a fi nevoie de comprimarea suplimentară a probei, se pot modifica parametrii mecanici de contact din etapa

de generare. Astfel, utilizând un coeficient de frecare redus, particulele se vor așeza într-o stare mai îndesată, în timp ce o valoare crescută a frecării va conduce la materiale cu densitate mai mică.

Pentru a studia influența coeficientului de frecare ales pentru generarea particulelor, s-au utilizat o serie de modele numerice realizate în programul propriu. S-au utilizat configurațiile de particule descrise în Tab. VI.1, generate într-un cub cu latura de 20cm.

**Tab. VI.1: Configurațiile modelelor de sedimentare**

Coeficient de frecare	Forma particulelor	Latura cubului [cm]	Diametrul sferei [cm]
0	Sfere	1.0	1.0
	Cuburi	1.0	1.0
	Sfere + Cuburi	1.0	1.0
1	Sfere	1.0	1.0
	Cuburi	1.0	1.0
	Sfere + Cuburi	1.0	1.0

Pentru descrierea și compararea rezultatelor s-au utilizat doi parametri de stare: fracția de volum,  $V_v$ , respectiv porozitatea,  $n$ . Frația de volum este o măsură introdusă în literatură pentru descrierea calității unui model de îndesare, fiind calculată ca raportul dintre volumul particulelor și volumul total:

$$V_v = \frac{\sum_{i=1}^N V_i}{V_{cutie}} \quad (\text{VI.2})$$

unde:

$V_i$  – volumul particulei  $i$ ;

$N$  – numărul total de particule;

$V_{cutie}$  – volumul cutiei în care sunt așezate particulele.

Porozitatea este definită ca raportul dintre volumul golurilor și volumul total, și este exprimată în procente:

$$n = \frac{V_{goluri}}{V_{cutie}} 100 = \frac{V_{cutie} - \sum_{i=1}^N V_i}{V_{cutie}} 100 = (1 - V_v) \cdot 100 \quad (\text{VI.3})$$

Există și alți parametri ce pot fi utilizați pentru descrierea calității unei astfel de probleme, dar nu vor fi tratați în continuare. Unul dintre aceștia este „numărul de coordonare”,  $z$ , definit ca numărul mediu de contacte pentru fiecare particulă:

$$z = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i \quad (\text{VI.4})$$

unde  $z_i$  este numărul de particule în contact cu particula  $i$ .

Pentru modelele realizate, parametrii de stare  $V_v$ , respectiv  $n$ , au fost determinați pentru jumătatea inferioară a cutiei de sedimentare, fiind eliminate particulele ce au depășit această limită. Astfel, volumul total considerat pentru determinarea parametrilor este:

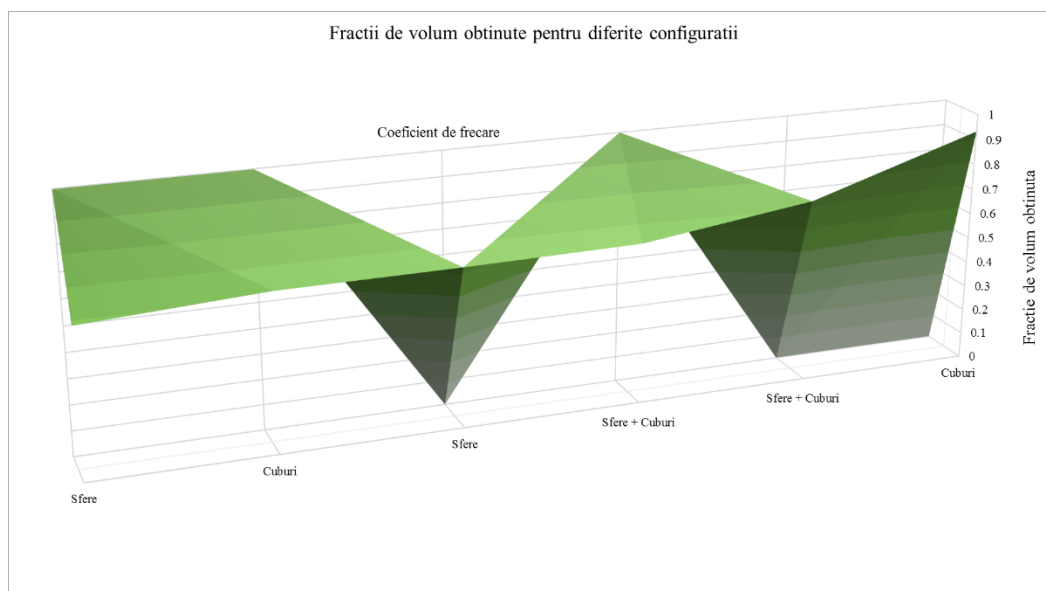
$$V_{cutie} = 20 \times 20 \times 10 = 4000 \text{ cm}^3 \quad (\text{VI.5})$$

Rezultatele obținute sunt sintetizate în Tab. VI.2 și descrise grafic în Fig. VI.12. Teoretic, pentru cuburi de egal diametru, fracția maximă de volum este 1, porozitatea fiind 0%, atunci când laturile cutiei de generare sunt direct proporționale cu laturile cuburilor. Practic, în cazul studiat, s-au obținut valori minime ale porozității de 7%, corespunzătoare unei fracții de volum 0.93.

În cazul sferelor de egal diametru, așezarea a fost una aleatorie, astfel că porozitatea minimă obținută (37%) a fost mai mare decât cea calculată conform conjecturii Kepler (~26%). Totuși, valorile obținute sunt apropiate sau chiar mai bune decât de cele raportate de alți autori. De exemplu, Ferrez [166] a obținut fracții de volum între 0.53 și 0.68 (porozități între 31% și 47%) utilizând sfere de diametre diferite, acestea având capacitate mai bună de umplere a spațiului; în timp ce Jodrey și Tory [181], [182] au obținut porozități medii de 42% utilizând algoritmi de sedimentare. În plus, Benabbou et al. [191] precizează că pentru aranjamente tridimensionale neregulate de sfere congruente, cea mai mare fracție de volum ce se poate obține este aproximativ 0.64, corespunzător unei porozități de 36%. Aceste valori sunt foarte apropiate de cele obținute în modelele proprii.

**Tab. VI.2: Rezultatele modelelor de sedimentare**

Coefficient de frecare	Număr Sfere	Număr Cuburi	Volum sfere [cm <sup>3</sup> ]	Volum cuburi [cm <sup>3</sup> ]	Volum particule [cm <sup>3</sup> ]	Fracție de volum	Porozitate
0	0	3729	0	3729	3729	0.93	7%
0	1943	1882	1017	1882	2899	0.72	28%
1	1759	1622	921	1622	2543	0.64	36%
0	4782	0	2504	0	2504	0.63	37%
1	0	2490	0	2490	2490	0.62	38%
1	4459	0	2335	0	2335	0.58	42%



**Fig. VI.12: Reprezentarea grafică a rezultatelor modelelor de sedimentare**

Este de remarcat că în aceleași condiții geometrice, rezultatele diferă în funcție de parametrii mecanici utilizați. Folosind un material fără frecare în timpul compactării va conduce la porozități mai mici deoarece se permite particulelor să lunece ușor între ele. Cu toate acestea, durata procesului va fi alta, în funcție de parametrii mecanici. Pentru studierea acestui efect, s-a urmărit evoluția în timp a două modele similare. Modelele au fost realizate prin generarea a

5000 de particule cu formă sferică sau cubică (aleasă aleatoriu pentru fiecare particulă) în interiorul unui volum cubic cu latura de 10cm. Particulele de formă sferică au diametrul de 40mm, iar cele cubice au latura de 40mm. Diferența în crearea celor două modele constă în coeficientul de frecare ales: 0.0, respectiv 1.0. Fig. VI.13÷Fig. VI.16 prezintă evoluția sistemelor timp de 15s (cu un pas de timp de 1/300s), din punct de vedere al energiei cinetice totale. Se poate observa că folosind coeficientul de frecare unitar, energia sistemului scade mult mai rapid, dar nu coboară sub  $2\mu\text{J}$ , în timp ce modelul fără frecare se stabilizează mai lent dar ajunge până la valori ale energiei de zece ori mai mici. Astfel, alegerea parametrilor mecanici inițiali, în realizarea modelului va depinde nu doar de porozitatea dorită ci și de timpul alocat.

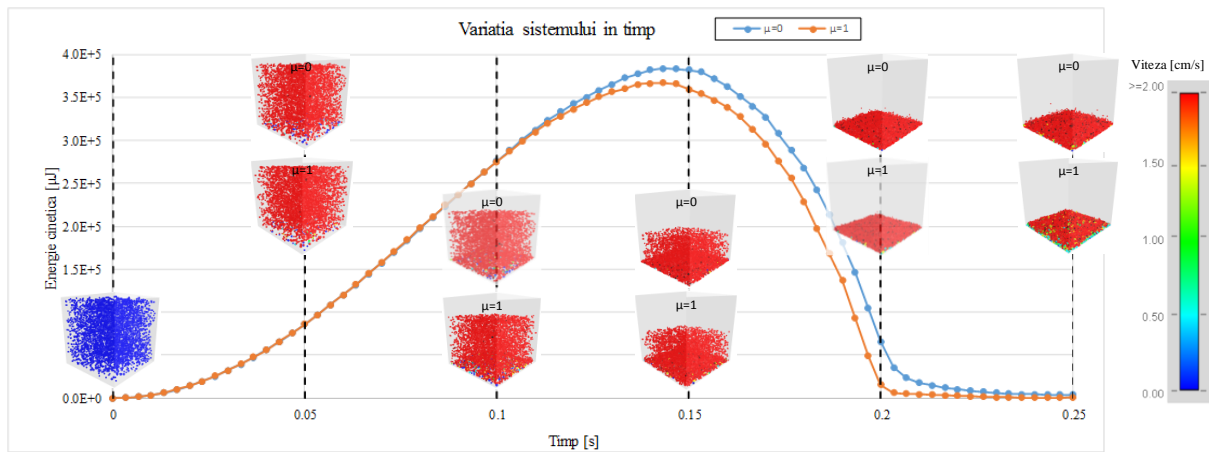


Fig. VI.13: Evoluția modelelor în timpul  $t=0\div 0.25\text{s}$

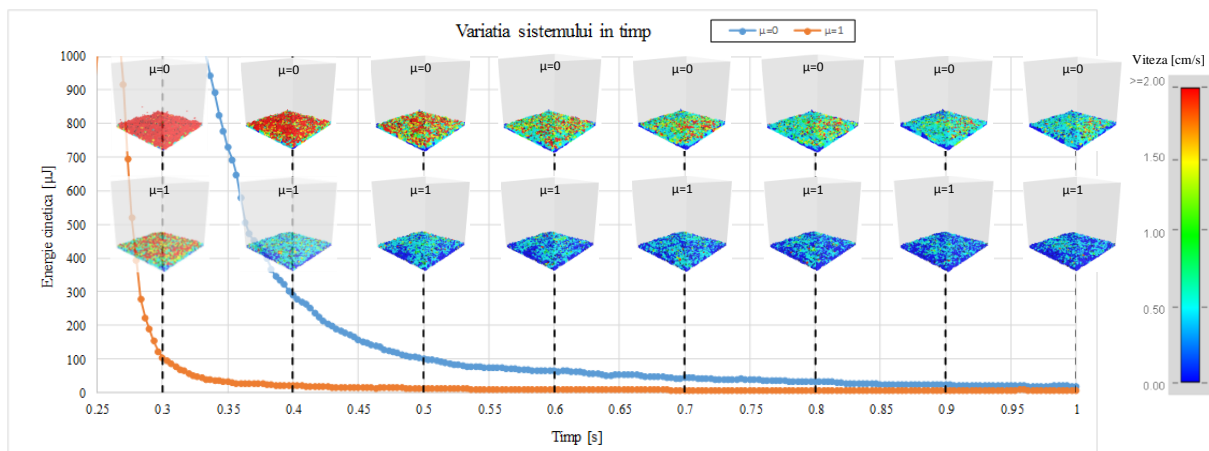
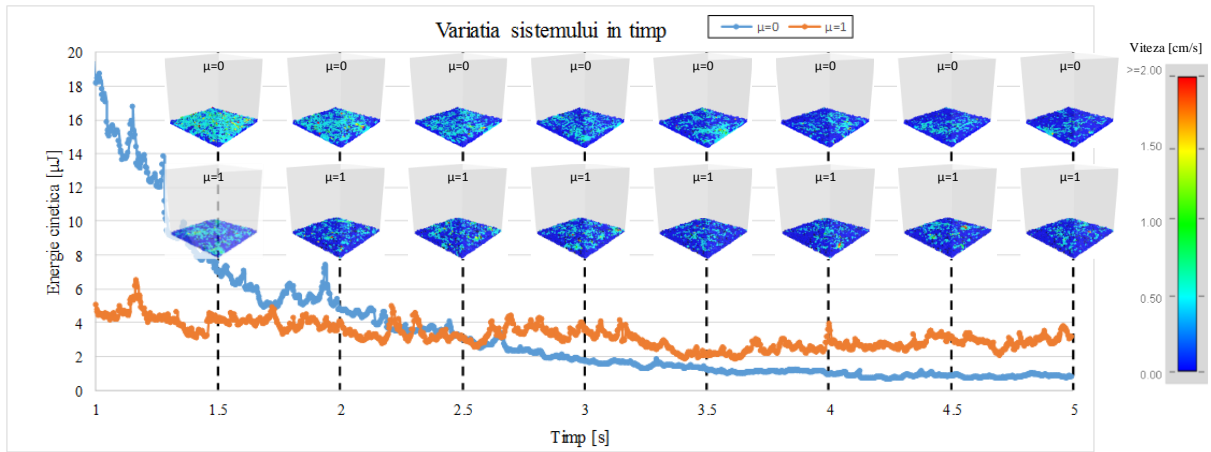
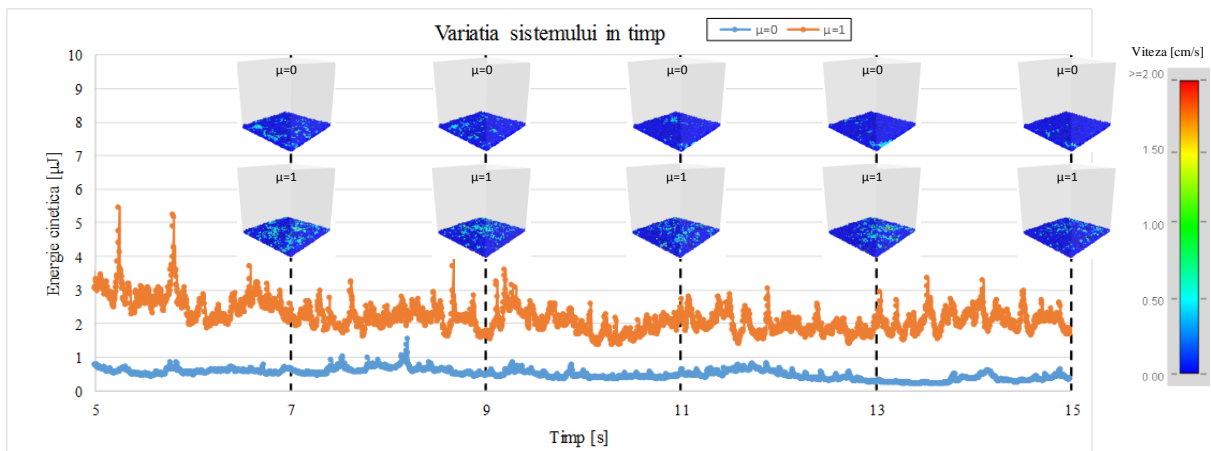


Fig. VI.14: Evoluția modelelor în timpul  $t=0.25\div 1.00\text{s}$



Fig. VI.15: Evoluția modelelor în timpul  $t=1.0\div 5.0\text{s}$ Fig. VI.16: Evoluția modelelor în timpul  $t=5.0\div 15.0\text{s}$

## VI.3 Modelarea unei fundații continue

### VI.3.1 Introducere

Calculul capacității portante joacă un rol foarte important în procesul de dimensionare al fundațiilor. Termenii utilizați în ecuația pentru determinarea capacității portante sunt în general de natură empirică. Determinarea eficientă a factorilor de formă, precum și a celor de adâncime nu este ușor de realizat datorită complexității modelelor numerice. Modelarea fundațiilor într-un mediu continuu presupune utilizarea unor modele constitutive avansate pentru determinarea riguroasă a factorilor de capacitate portantă, în timp ce modelarea în mediu discret presupune un număr foarte mare de particule pentru a simula corect fenomenul.

În cadrul acestui capitol este descrisă comportarea unui material grosier aflat sub o fundație continuă, supusă unui set de încărcări până la cedare. Se urmărește descrierea mecanismului de cedare cu scopul de a verifica aplicabilitatea programului creat pentru modelarea materialelor grosiere. Lucrările prezentate prezintă diferite abordări în modelarea unor astfel de materiale, utilizând metode experimentale și numerice. Modelele fizice sunt realizate astfel încât să poată fi ușor reproduse numeric, pentru corelarea rezultatelor.

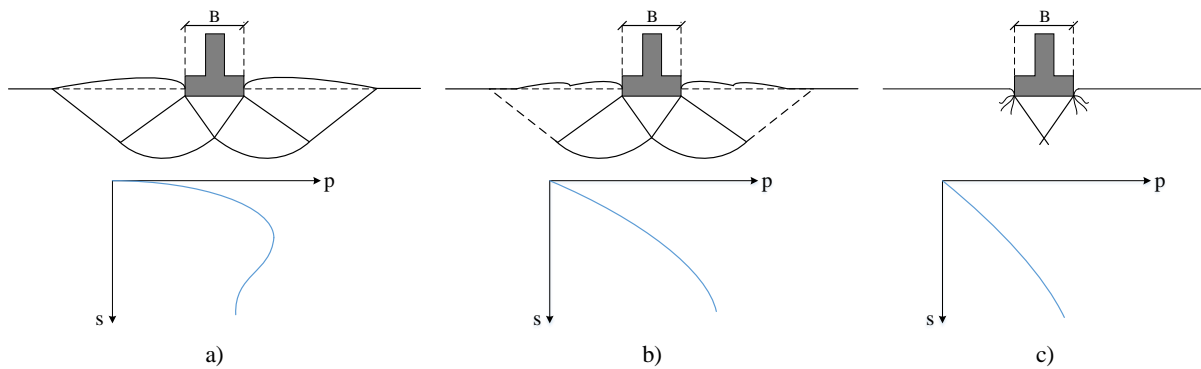
Modelarea numerică este realizată prin metoda elementelor discrete – cu ajutorul programului propriu, dar și cu un program asemănător comercial (PFC 3D [192]) – precum și prin metoda elementelor finite, cu programul Midas GTS NX [193].

### VI.3.2 Noțiuni teoretice

Considerând o fundație continuă cu lățimea  $B$ , așezată la suprafața terenului, asupra căreia se aplică o încărcare crescătoare gradual, se pot observa trei tipuri de cedări. În cazul în care fundația reazemă pe un strat de pământ necoeziv îndesat, sau un strat coeziv de consistență ridicată, cedare se va produce brusc, înregistrându-se o creștere foarte mare a tasării pentru o încărcare dată (Fig. VI.17 a). Suprafața de cedare se va extinde până la suprafața terenului și se vor observa ebulmente în jurul fundației.

Atunci când pământul de sub fundație este de calitate medie, e.g. pământ grosier mediu îndesat sau pământ coeziv de consistență medie, tasările fundației cresc gradual cu încărcarea, dar cu o viteză mai mare decât în primul caz. Cedarea nu se produce brusc, însă capacitatea portantă este considerată depășită pentru valori neadmisibile ale tasării (Fig. VI.17 b).

Pentru pământuri slabe de fundare, e.g. pământuri afânate sau de consistență redusă, suprafața de cedare nu se va limita în zona de sub fundație și nu se vor observa indicatori ale pierderii capacității portante la suprafața terenului, cedarea fiind considerată la depășirea tasărilor admisibile. În general, tipul de cedare întâlnit va depinde nu doar de calitatea terenului de fundare, ci și de adâncimea de fundare, natura încărcării precum și ritmul de încărcare.



**Fig. VI.17: Tipuri de pierderi ale capacității portante a pământului sub o fundație continuă: a) cedare generală; b) cedare locală; c) cedare prin poansonare**

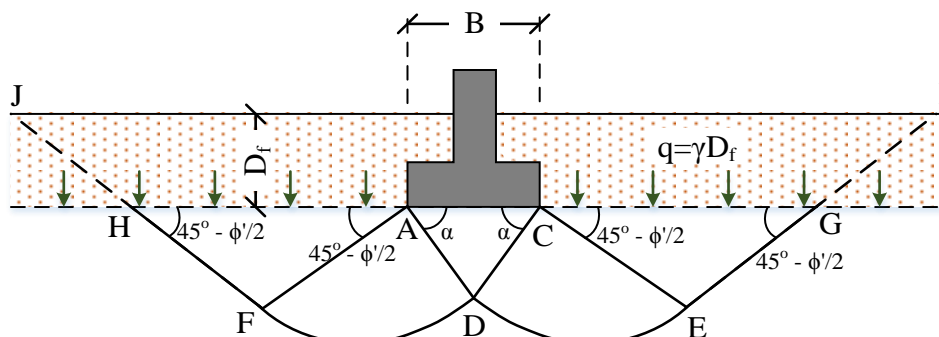
Numeroase lucrări au fost realizate pentru determinarea capacității portante a fundațiilor de suprafață. În general, metodele utilizate se încadrează în următoarele categorii:

- metoda echilibrului limită [194], [195], [92], [196];
- metoda liniei de lunecare (slip-line method) [197], [198], [199], [200], [201], [202];
- metoda analizei limită [203], [204], [205], [206], [207], [208], [209], [210], [211], [212], [213], [214], [215], [216];
- metode numerice continue [217], [218], [219], [220];
- metode numerice discrete [221];

Dintre acestea, metoda echilibrului limită a fost cel mai adesea utilizată, fiind relativ simplă și general acceptată în practica inginerescă. Prima teorie comprehensivă pentru evaluarea capacității portante ultime a fundațiilor de suprafață a fost prezentată de Terzaghi [92]. Conform acestei teorii, o fundație este considerată „de suprafață” dacă adâncimea de fundare,  $D_f$ , este mai mică sau egală decât lățimea fundației. Ulterior, s-a stabilit că o fundație poate fi considerată de suprafață dacă adâncimea ei este de 3÷4 ori mai mare decât lățimea.

Terzaghi a observat că cedarea pământului sub o fundație continuă poate fi caracterizată printr-o suprafață de cedare precum cea descrisă în Fig. VI.18 (cazul cedării generale). Efectul pământului situat deasupra adâncimii de fundare poate fi înlocuit cu o suprasarcină,  $q = \gamma D_f$ , unde  $\gamma$  este greutatea volumică a pământului. Zona delimitată de suprafața de cedare poate fi împărțită în trei părți:

- zona triunghiulară ACD, situată imediat sub fundație;
- zonele de forfecare radială ADF și CDE, delimitate de spirale logaritmice;
- zonele de rezistență pasivă AFH și CEG.



**Fig. VI.18: Cedarea generală a pământului sub o fundație continuă**

Utilizând metoda echilibrului limită, Terzaghi a exprimat capacitatea portantă a fundației continue astfel:

$$p_{cr} = c'N_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \quad (\text{VI.6})$$

unde:

- $p_{cr}$  – capacitatea portantă a fundației;
- $c'$  – coeziunea efectivă a pământului de sub talpa fundației;
- $q$  – suprasarcina la nivelul tălpii fundației;
- $\gamma$  – greutatea volumică a pământului de sub talpa fundației;
- $B$  – lățimea fundației;
- $N_c, N_q, N_\gamma$  – factori adimensionali de capacitate portantă, ce depind de unghiul de frecare internă al pământului

În practică, factorii de capacitate portantă sunt furnizați sub formă tabelară în standarde și normative referitoare la proiectarea fundațiilor de suprafață. Cu toate acestea, există numeroase relații obținute pe baza a diferite studii, ce descriu variația factorilor de capacitate portantă în funcție de unghiul de frecare internă a pământului. Însă până de curând, doar termenul  $N_q$ , care se obține în condițiile în care se presupune că pământul are greutate volumică nulă, se cunoștea cu precizie suficientă, fiind descris prin relația introdusă de Reissner [222]:

$$N_q = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} e^{\pi \tan \phi} \quad (\text{VI.7})$$

sau

$$N_q = K_p e^{\pi \tan \phi} \quad (\text{VI.8})$$

unde  $K_p$  este coeficientul împingerii pământului în stare pasivă.

Pentru factorul de capacitate portantă  $N_\gamma$  există numeroase relații pe baza cărora se poate determina, descrise în continuare, în ordine cronologică:

$$N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1.4\phi) \quad \text{conform Meyerhof (1951) [194]} \quad (\text{VI.9})$$

$$N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \phi \quad \text{conform Caquot și Kerisel (1953) [223]} \quad (\text{VI.10})$$

$$N_\gamma = \frac{6\phi}{40 - \phi} \quad \text{conform Krizek (1965) [224], pentru } \phi \leq 35^\circ \quad (\text{VI.11})$$

$$N_\gamma = 1.5(N_q - 1) \tan \phi \quad \text{conform Hansen (1969) [225]} \quad (\text{VI.12})$$

$$N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1.32\phi) \quad \text{conform Salgado (2008) [226]} \quad (\text{VI.13})$$

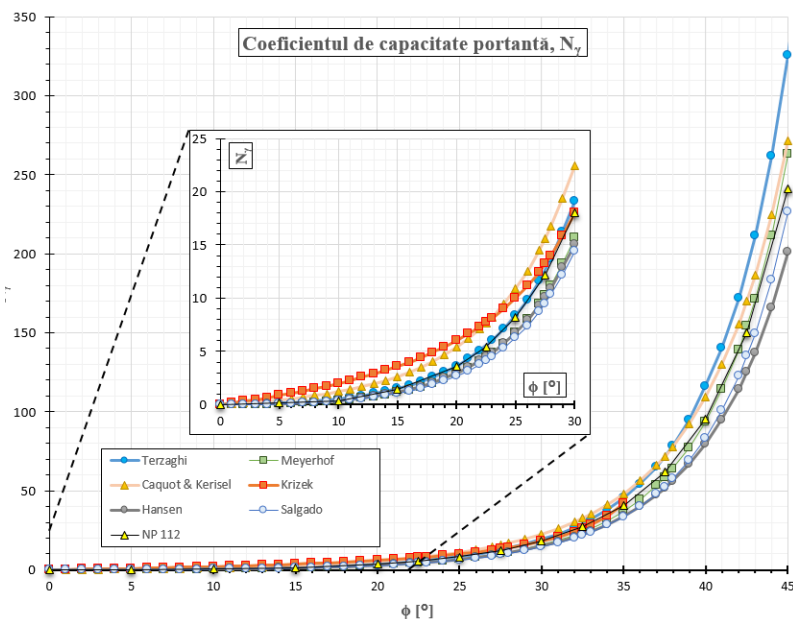
Iar conform studiilor realizate de Terzaghi, factorii de capacitate portantă  $N_q$  și  $N_\gamma$  sunt descriși în Tab. VI.3.

**Tab. VI.3: Factorii de capacitate portantă  $N_q$  și  $N_\gamma$  după Terzaghi**

$\phi$ [°]	$N_q$	$N_\gamma$	$\phi$ [°]	$N_q$	$N_\gamma$
0	1	0	26	14.21	9.84
1	1.1	0.01	27	16.9	11.6

$\phi$ [°]	$N_q$	$N_\gamma$	$\phi$ [°]	$N_q$	$N_\gamma$
2	1.22	0.04	28	17.81	13.7
3	1.35	0.06	29	19.98	16.18
4	1.49	0.1	30	22.46	19.13
5	1.64	0.14	31	25.28	22.65
6	1.81	0.2	32	28.52	26.87
7	2	0.27	33	32.23	31.94
8	2.21	0.35	34	36.5	38.04
9	2.44	0.44	35	41.44	45.41
10	2.69	0.56	36	47.16	54.36
11	2.98	0.69	37	53.8	65.27
12	3.29	0.85	38	61.55	78.61
13	3.63	1.04	39	70.61	95.03
14	4.02	1.26	40	81.27	116.31
16	4.45	1.52	41	93.85	140.51
16	4.92	1.82	42	108.75	171.99
17	5.45	2.18	43	126.5	211.56
18	6.04	2.59	44	147.74	261.6
19	6.7	3.07	45	173.28	325.34
20	7.44	3.64	46	204.19	407.11
21	8.26	4.31	47	241.8	512.84
22	9.19	5.09	48	287.85	650.67
23	10.23	6	49	344.63	831.99
24	11.4	7.08	50	416.14	1072.8
25	12.72	8.34			

Variația grafică a factorului de capacitate portantă  $N_\gamma$  cu unghiul de frecare internă, conform relațiilor întâlnite în literatură, este sintetizată în Fig. VI.19.



**Fig. VI.19: Variația factorului de capacitate portantă  $N_\gamma$  pentru fundații continue, conform literaturii de specialitate**

### VI.3.3 Lucrări experimentale

Acest capitol prezintă realizarea unui model experimental pentru urmărirea unui material granular sintetic, supus unor solicitări sub o placă de încărcare. Modelul simulează o încărcare aplicată sub o fundație continuă și este dispus astfel încât rezultatele obținute să poată fi replicate prin modelare numerică la scară 1:1. Geometria modelului (Fig. VI.20) și materialele folosite sunt alese astfel încât să se considere o stare plană de deformății ușor de reprodus numeric, folosind în același timp un buget cât mai restrâns. Astfel, dimensiunile în secțiune ale modelului sunt 20x40cm, cu o grosime de 2.0cm, iar materialele folosite sunt sticla și lemnul.

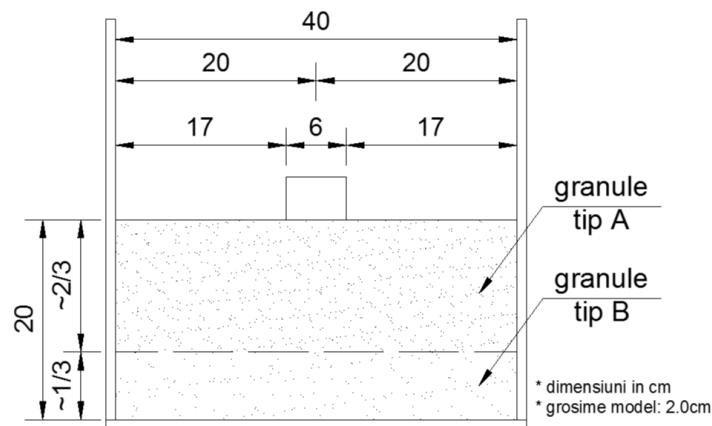
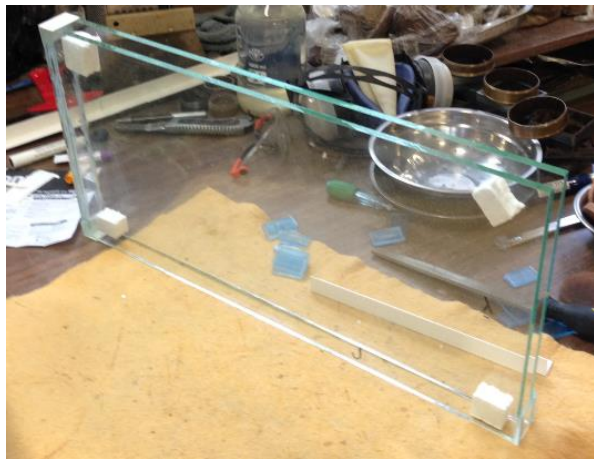
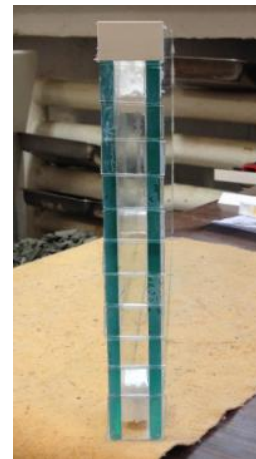


Fig. VI.20: Modelul conceptual

Modelul a fost realizat într-un container din sticlă (Fig. VI.21) de dimensiuni exterioare 55x26cm. Limitele modelului pe direcția normală au fost realizate din sticlă, pentru a păstra interacțiuni similare cu materialul granular (acesta fiind de asemenea din sticlă), iar pentru obținerea dimensiunilor interioare ale modelului efectiv (40x20cm) s-au utilizat piese distanțiere din material lemnos (Fig. VI.22).

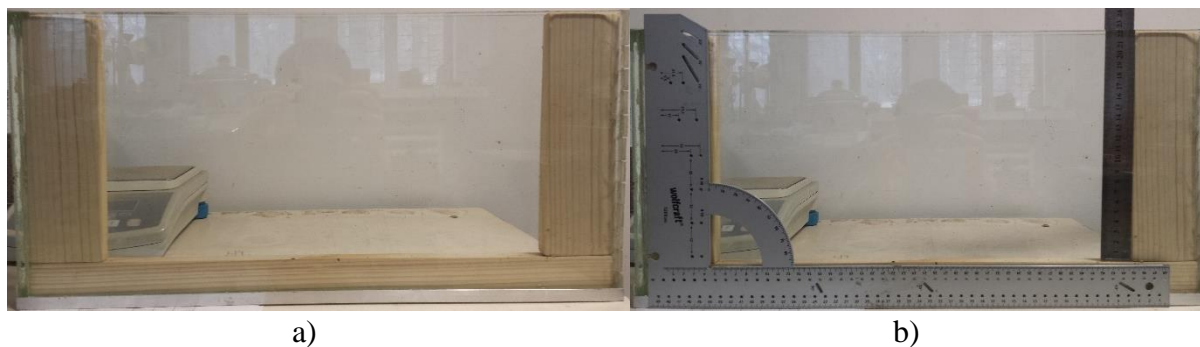


a)



b)

Fig. VI.21: Construirea modelului fizic: a) perspectivă; b) lateral



a)

b)

**Fig. VI.22: Configurația finală a modelului**

Materialul folosit pentru realizarea mediului discret este sticla, având două tipuri distincte de elemente (Fig. VI.23): particule sferice (Fig. VI.23 a) cu diametrul de 6.0mm, respectiv particule cvasi-cubice (Fig. VI.23 b) cu latura de 4.0mm.



a)

b)

**Fig. VI.23: Materialele folosite pentru crearea mediului discret: a) sfere; b) cuburi**

Deoarece materialul folosit pentru crearea mediului discret nu este special realizat pentru aceste lucrări experimentale, ci este achiziționat din comerț, particulele nu au secțiunea plină, prezentând o porozitate intra-clastică semnificativă. Se consideră că această porozitate nu influențează comportamentul modelului, deoarece materialul este folosit în condiții uscate, fără a modela prezența apei. Singura consecință a lipsei unei secțiuni pline a particulelor este scăderea densității. Astfel, s-a considerat în mod echivalent că particulele au secțiune omogenă iar densitatea s-a determinat prin raportarea la volumul total al acestora.

Pentru realizarea încercărilor s-a utilizat cadrul unui aparat de compresiune triaxială în care a fost așezat modelul (Fig. VI.24). Acesta are o bază mobilă ce se poate deplasa pe direcție verticală cu viteză constantă. Modelul a fost simplu rezemat pe baza aparatului, iar la suprafața stratului granular a fost așezată o placă pentru simularea fundației. La partea superioară, în contact cu placa de încărcare, a fost instrumentat un ansamblu pentru măsurarea forței verticale de reacțiune (Fig. VI.27).

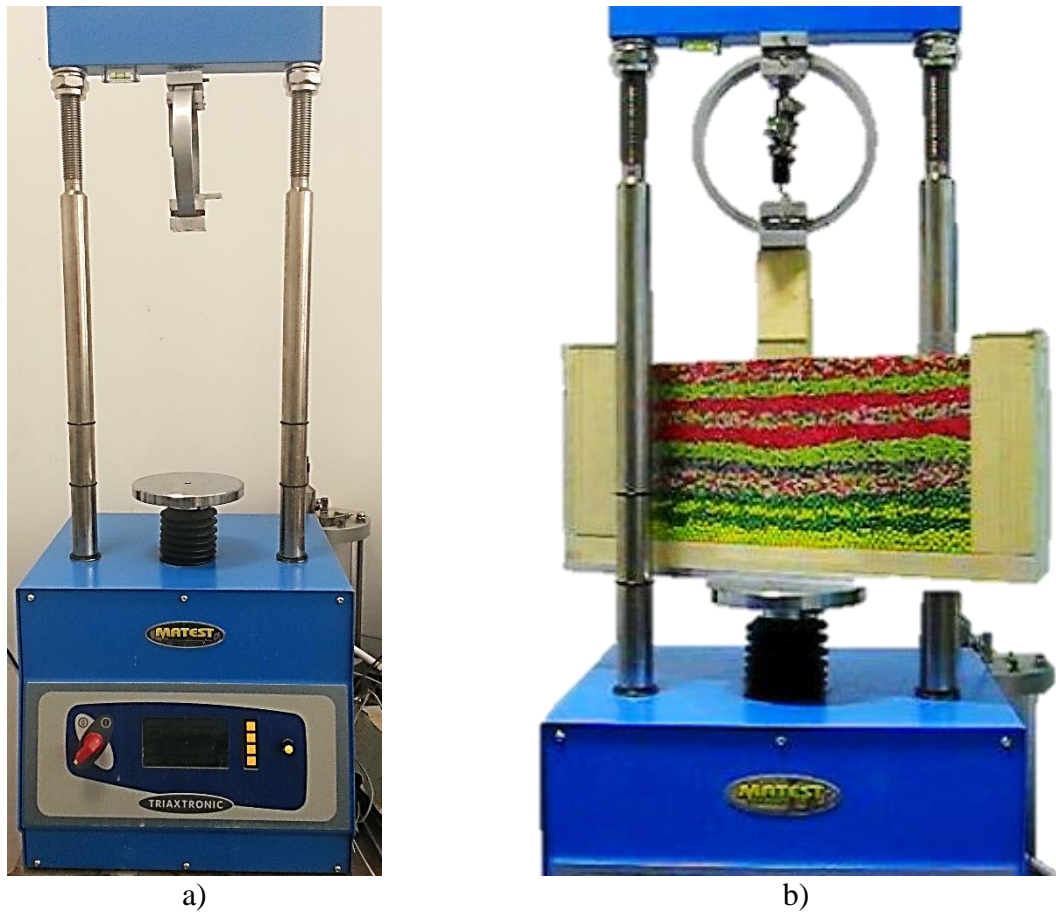


Fig. VI.24: Așezarea modelului pe aparatul de compresiune: a) cadru de compresiune; b) modelul așezat în aparat, înainte de începerea încercărilor

Ansamblul de măsurare al forței (Fig. VI.25) este alcătuit dintr-un inel dinamometric, un micro-comparator digital (LVDT), un set de cleme pentru fixarea micro-comparatorului și un reper distanțier așezat la baza inelului dinamometric pentru măsurarea deformațiilor.

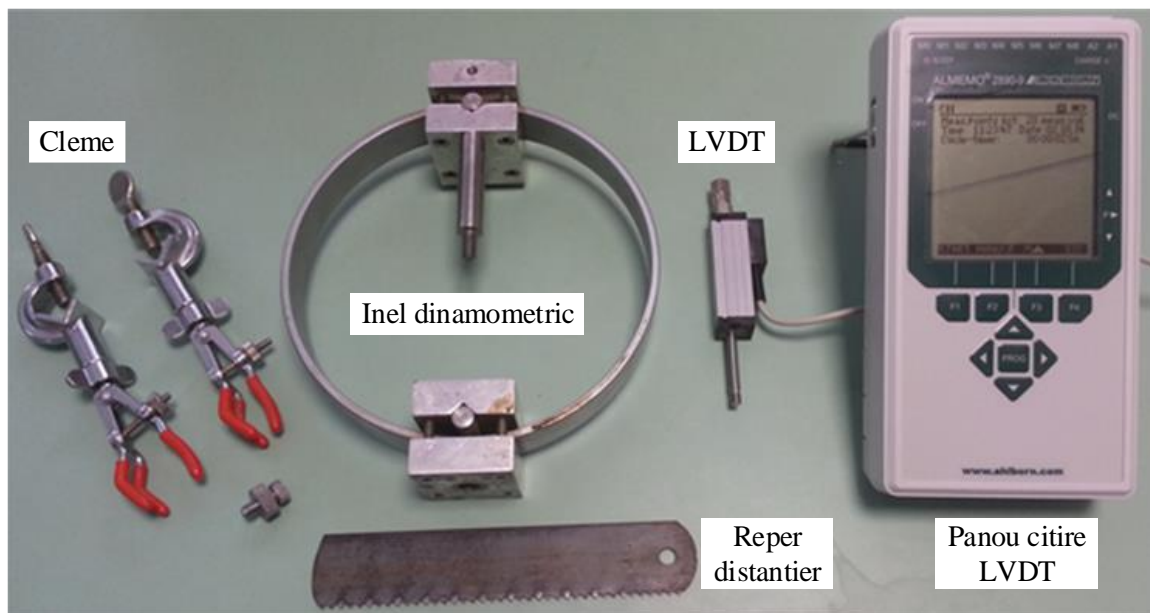
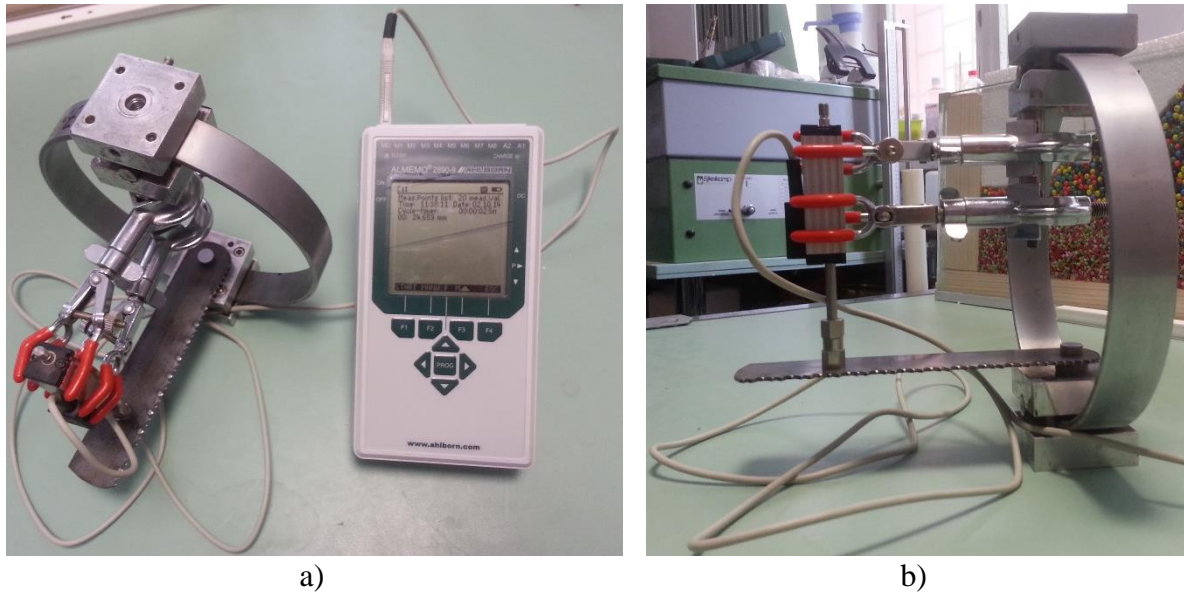


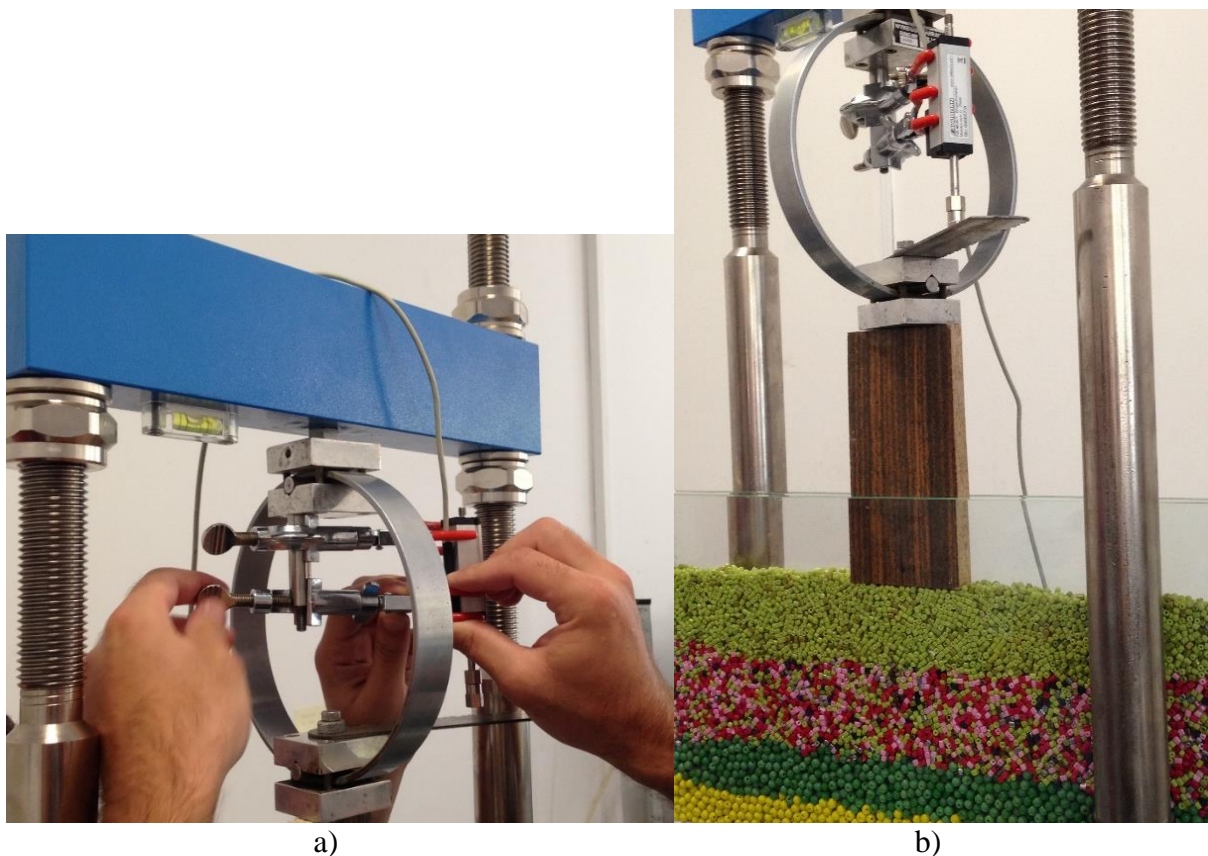
Fig. VI.25: Aparatură instrumentare pentru citirea forței





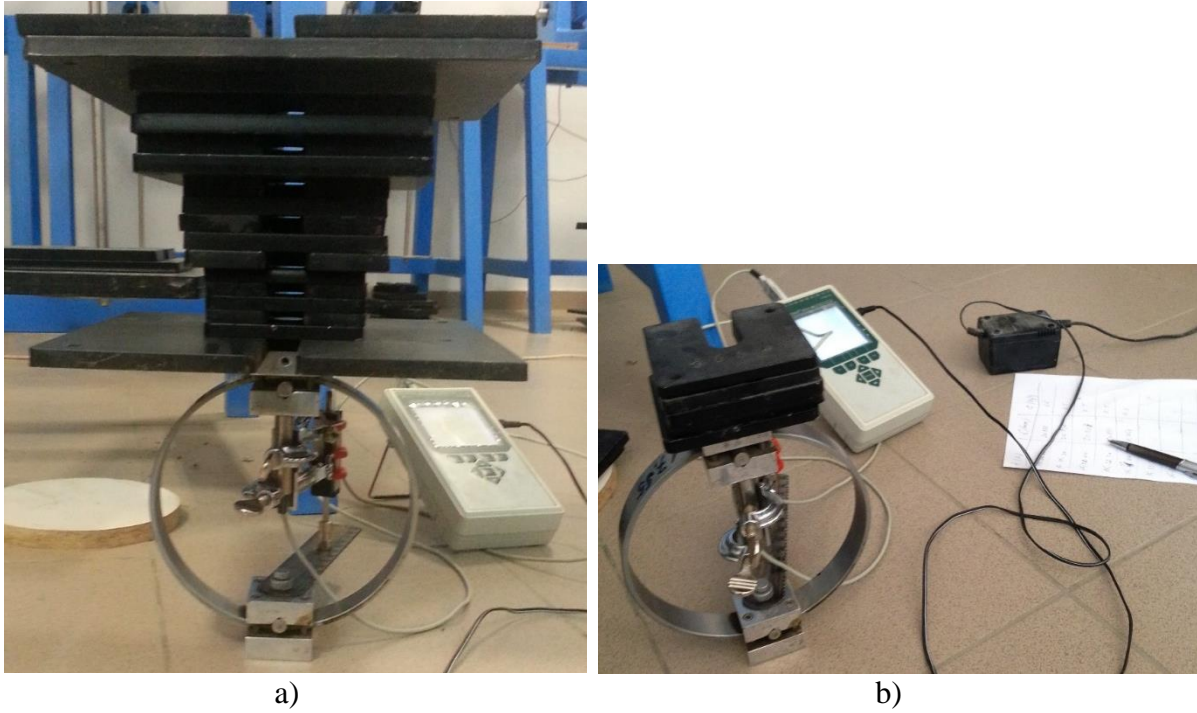
**Fig. VI.26: Ansamblul de măsurare a forței**

Fig. VI.26 prezintă ansamblul de măsurare a forței, după montarea componentelor. Sistemul astfel obținut a fost fixat la partea superioară a cadrului de încărcare (Fig. VI.27).



**Fig. VI.27: Montarea echipamentului de măsurare a forței pe cadrul de compresiune**

Pentru măsurarea corectă a forței, a fost necesară calibrarea inelului dinamometric (Fig. VI.28). Calibrarea s-a realizat prin așezarea succesivă a unui set de greutăți pe inelul dinamometric și măsurarea deformației înregistrate de acesta.



a)

b)

Fig. VI.28: Calibrarea inelului dinamometric

Tab. VI.4: Rezultatele măsurătorilor de calibrare a inelului dinamometric

Increment de masă [kg]	Masă totală [kg]	Forță totală [N]	Citire LVDT [mm]	Deformație efectivă [mm]
0	0	0	20.83	0
0.5	0.5	4.905	20.812	0.018
0.5	1	9.81	20.804	0.026
0.5	1.5	14.715	20.788	0.042
0.5	2	19.62	20.772	0.058
0.5	2.5	24.525	20.749	0.081
1	3.5	34.335	20.708	0.122
1	4.5	44.145	20.671	0.159
1	5.5	53.955	20.63	0.2
1	6.5	63.765	20.599	0.231
1	7.5	73.575	20.559	0.271
2	9.5	93.195	20.503	0.327
2	11.5	112.815	20.402	0.428
2	13.5	132.435	20.362	0.468
2	15.5	152.055	20.245	0.585
2	17.5	171.675	20.175	0.655
5	22.5	220.725	19.981	0.849
5	27.5	269.775	19.7	1.13
5	32.5	318.825	19.496	1.334
5	37.5	367.875	19.277	1.553
5	42.5	416.925	19.018	1.812

Pe baza deformațiilor inelului dinamometric înregistrate pentru fiecare sarcină aplicată s-a construit o funcție de regresie pentru descrierea legii încărcare-deformație a inelului (Fig. VI.29). Funcția de regresie folosită este DR-Hill, având forma:

$$F(\delta) = \frac{\theta \delta^\eta}{\kappa^\eta + \delta^\eta} \quad (\text{VI.14})$$

unde  $F$  este forța măsurată în N,  $\delta$  este deformația, măsurată în mm, iar parametrii funcției sunt:

$$\begin{aligned} \theta &= 3693.896 \\ \eta &= 0.949 \\ \kappa &= 15.925 \end{aligned} \quad (\text{VI.15})$$

Coefficientul de determinare obținut pentru model este  $R^2=0.99$ .

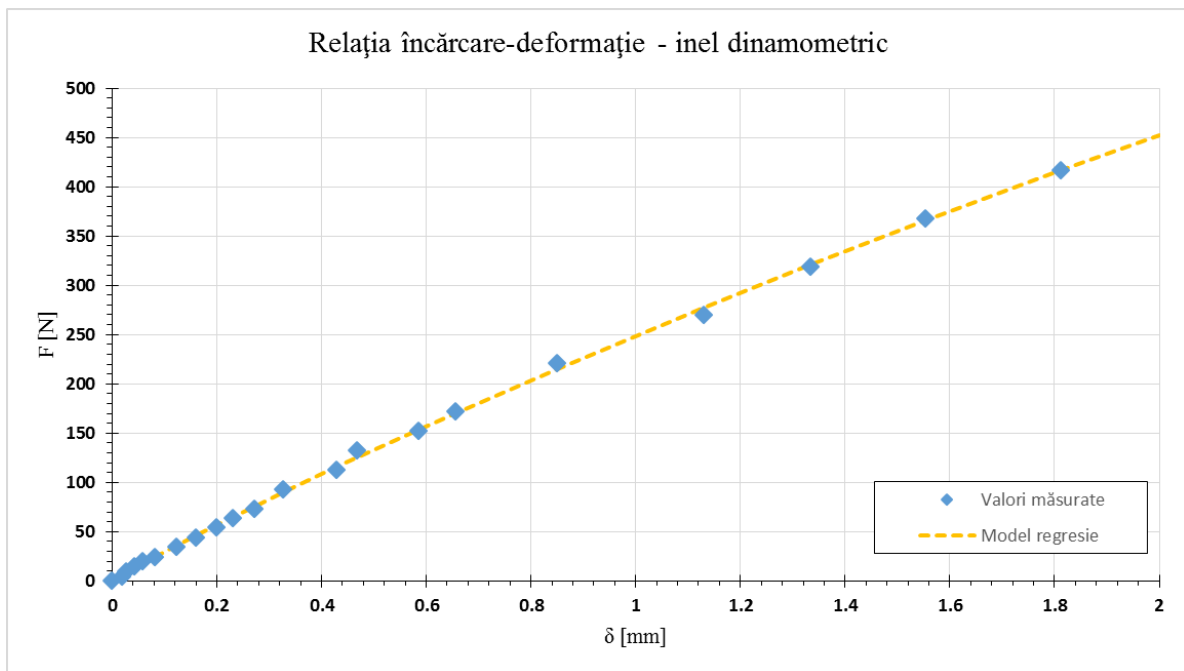


Fig. VI.29: Determinarea funcției încărcare-deformație a inelului dinamometric

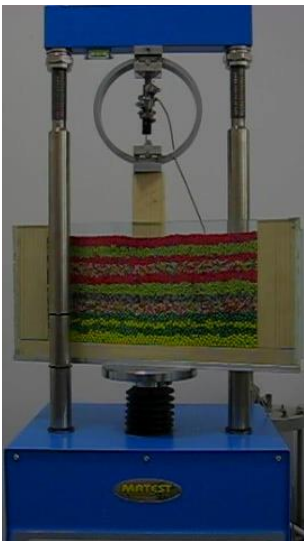
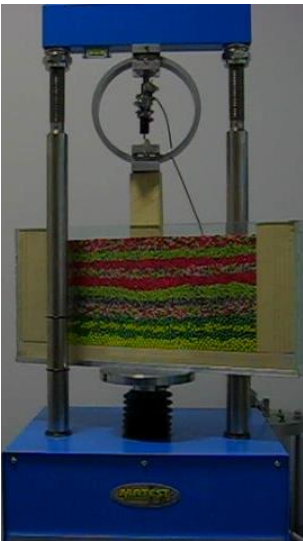
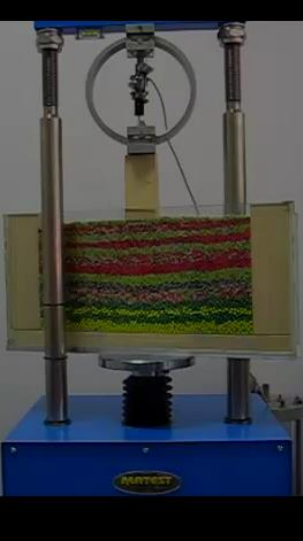
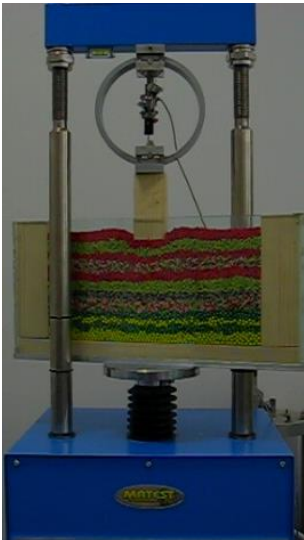
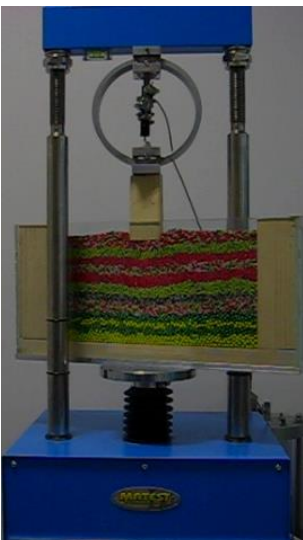
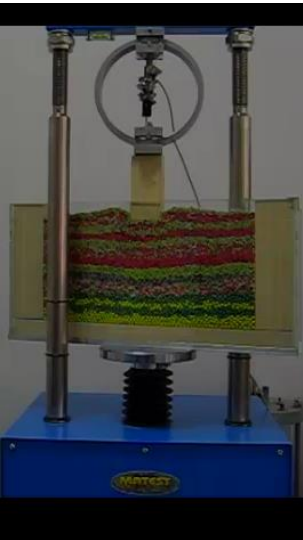
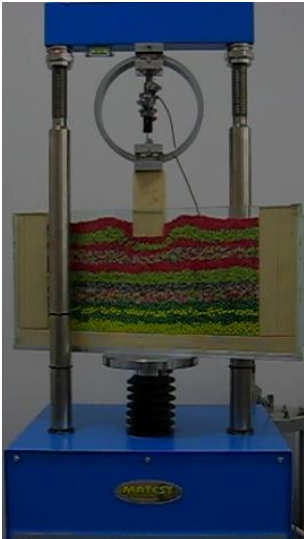
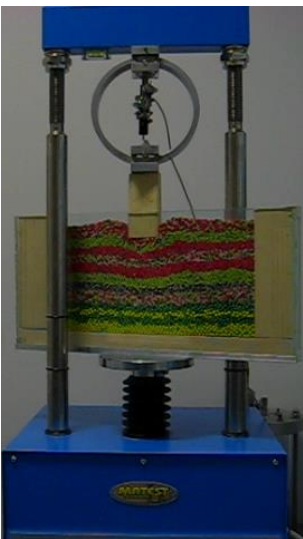

### VI.3.4 Rezultatele lucrărilor experimentale

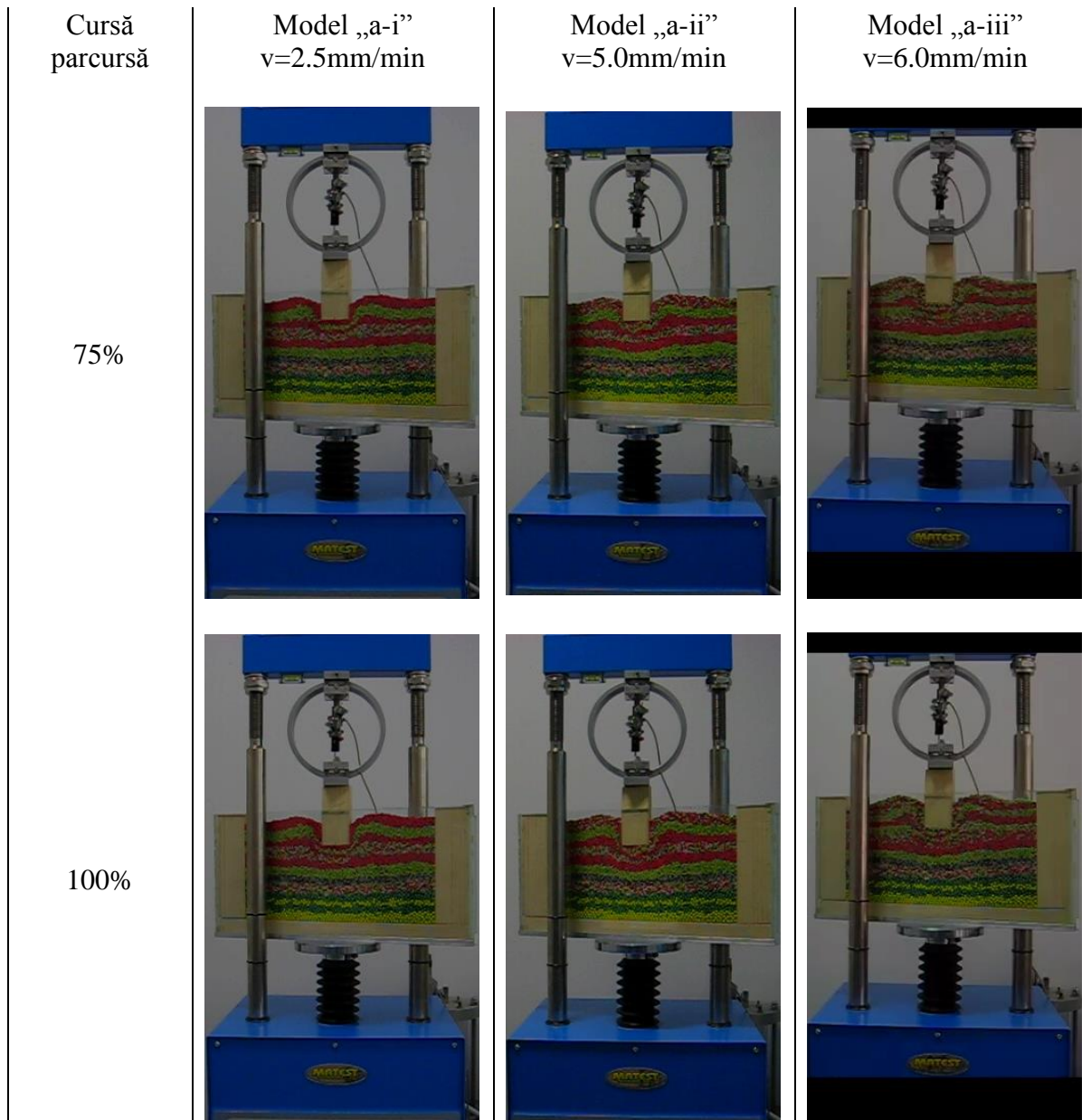
Lucrările experimentale s-au desfășurat așezând modelul pe cadrul aparatului de compresiune triaxială (Fig. VI.24) și deplasându-l cu viteză constantă pe o distanță totală de 50mm. Încercările au fost realizate pe baza a două configurații structurale, respectiv trei configurații mecanice:

- Configurații structurale (conform Fig. VI.20):
  - a) sfere în bază și cuburi în partea superioară;
  - b) cuburi în bază și sfere în partea superioară;
- Configurații mecanice, variind viteza de deplasare verticală a modelului:
  - i) viteza de încărcare 2.5mm/min;
  - ii) viteza de încărcare 5.0mm/min;
  - iii) viteza de încărcare 6.0mm/min.

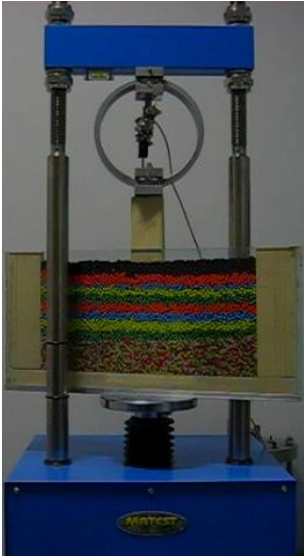
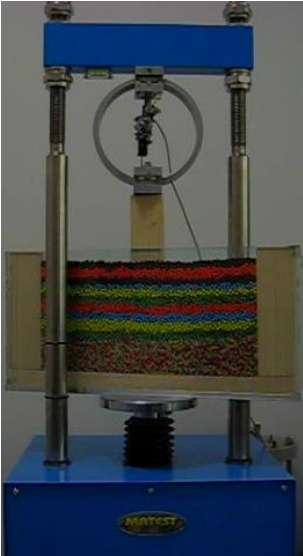
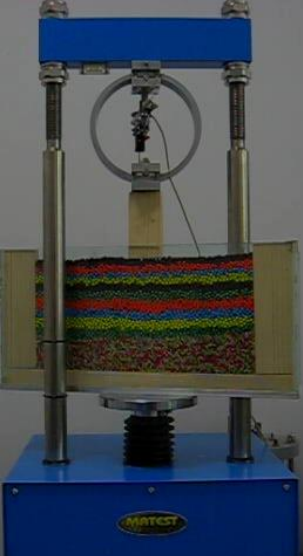
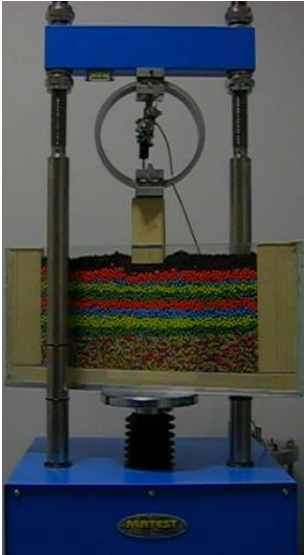
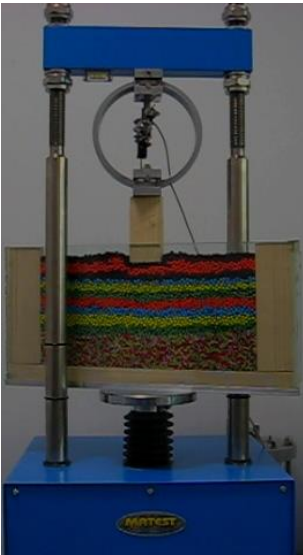
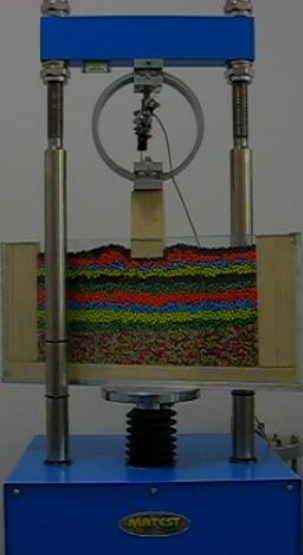
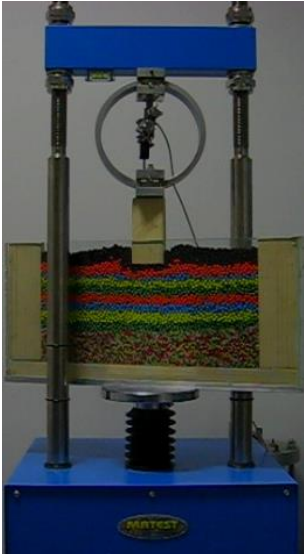
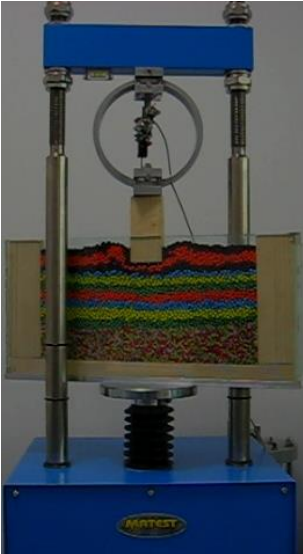
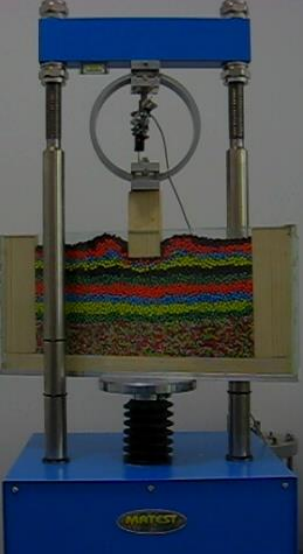
Pentru urmărirea calitativă a comportării modelelor realizate, Tab. VI.5 și Tab. VI.12 prezintă imagini din timpul rulajelor.

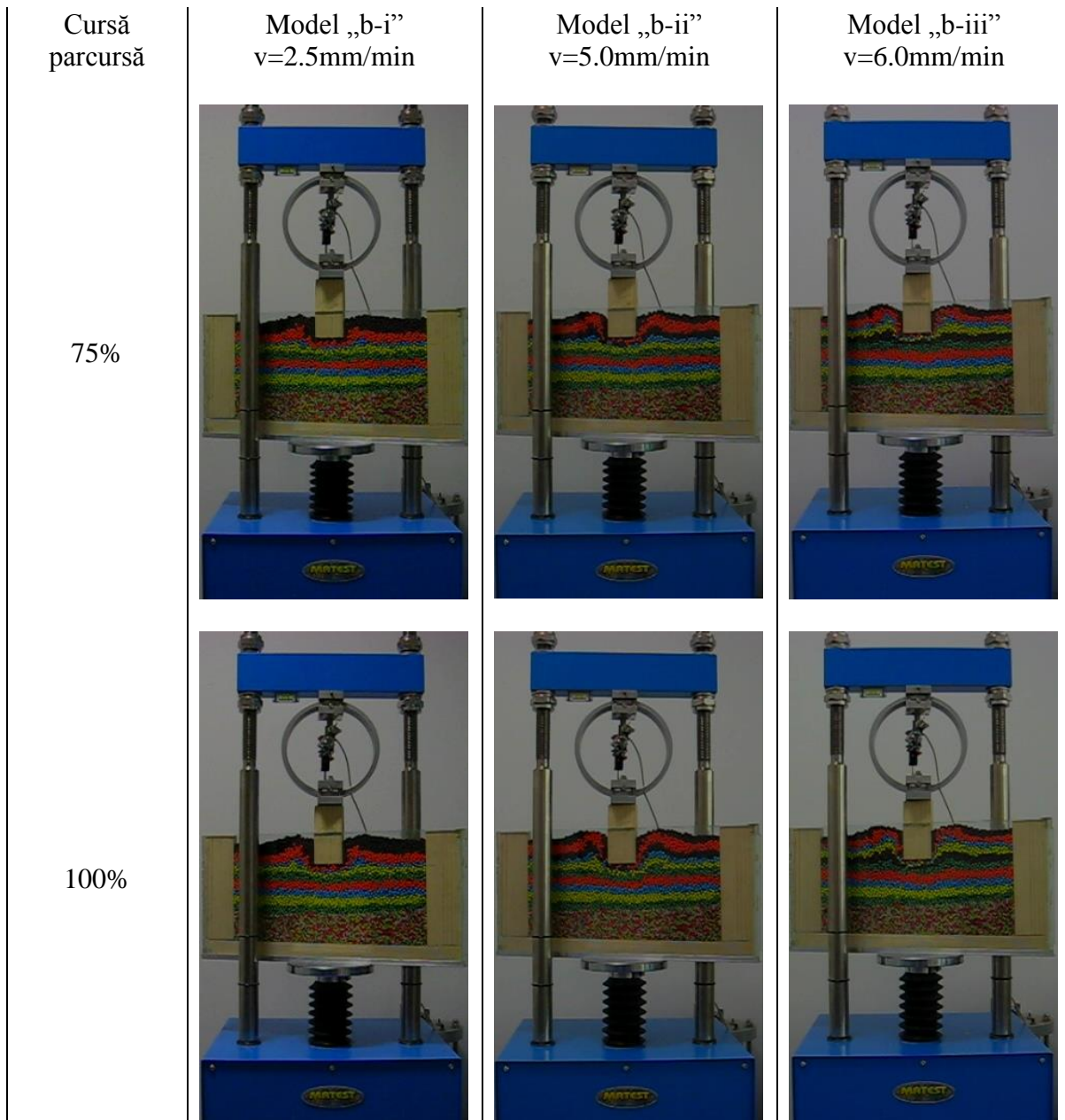
Tab. VI.5: Evoluția modelelor de tip „a” (sfere în bază și cuburi în partea superioară)

Cursă parcursă	Model „a-i” $v=2.5\text{mm/min}$	Model „a-ii” $v=5.0\text{mm/min}$	Model „a-iii” $v=6.0\text{mm/min}$
0%			
25%			
50%			



Tab. VI.6: Evoluția modelelor de tip „b” (cuburi în bază și sfere în partea superioară)

Cursă parcursă	Model „b-i” $v=2.5\text{mm/min}$	Model „b-ii” $v=5.0\text{mm/min}$	Model „b-iii” $v=6.0\text{mm/min}$
0%			
25%			
50%			



Pentru o corelare a rezultatelor calitative cu măsurătorile realizate, vor fi prezentate în continuare valorile înregistrate pentru fiecare model, exprimând diagramele de variație a forței axiale în timp și a presiunii calculate pe talpă cu deplasarea modelului (Fig. VI.30 ÷ Fig. VI.41). Pentru compararea rezultatelor, Fig. VI.42 descrie în paralel toate diagramele compresiune-tasare obținute. Se poate observa că, deși curbele nu urmează același traseu chiar și pentru configurații geometrice similare, valorile maxime ale presiunii calculate pe talpa poansonului sunt asemănătoare, variind aproximativ între 35kPa și 55kPa. Din rezultatele obținute nu se disting diferențe semnificative între modele, atât mecanismul de cedare cât și răspunsul mecanic al sistemelor fiind similare.

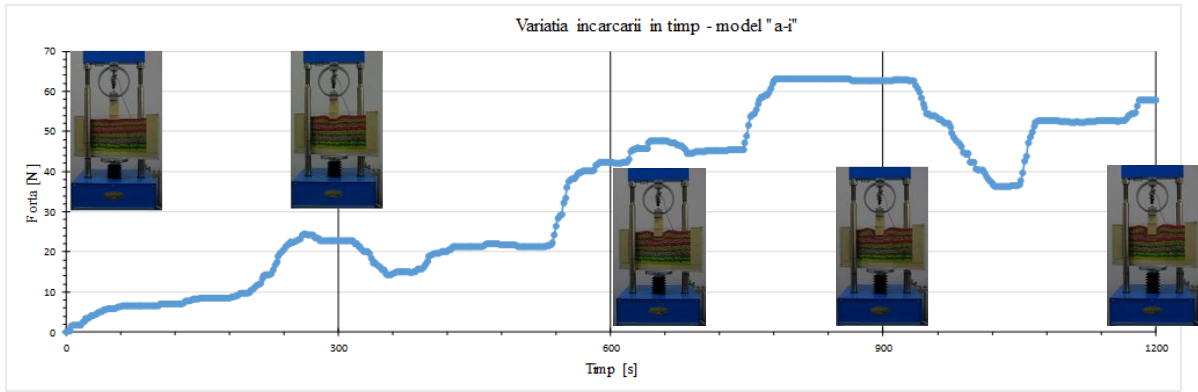


Fig. VI.30: Variația forței verticale în timp – model „a-i”

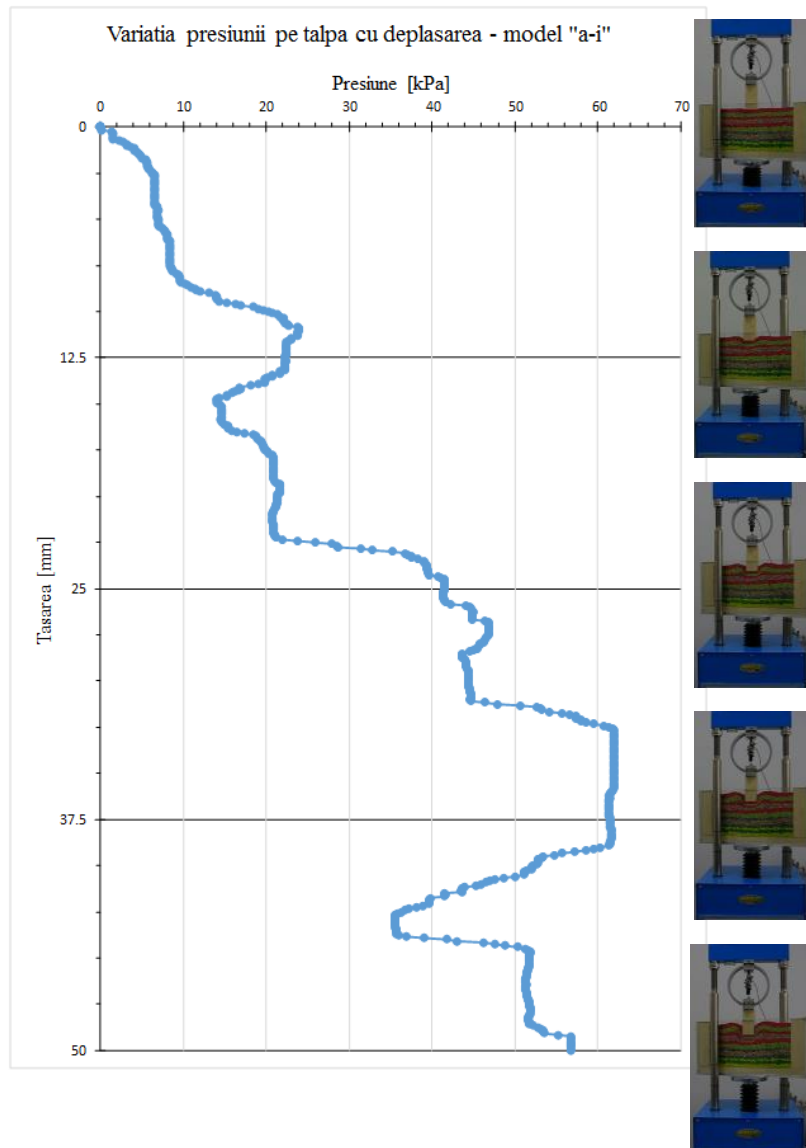


Fig. VI.31: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „a-i”



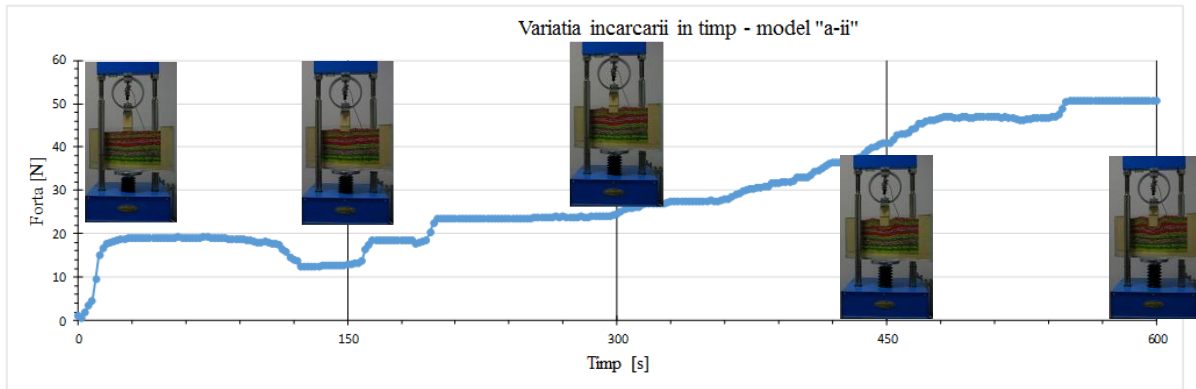


Fig. VI.32: Variația forței verticale în timp – model „a-ii”

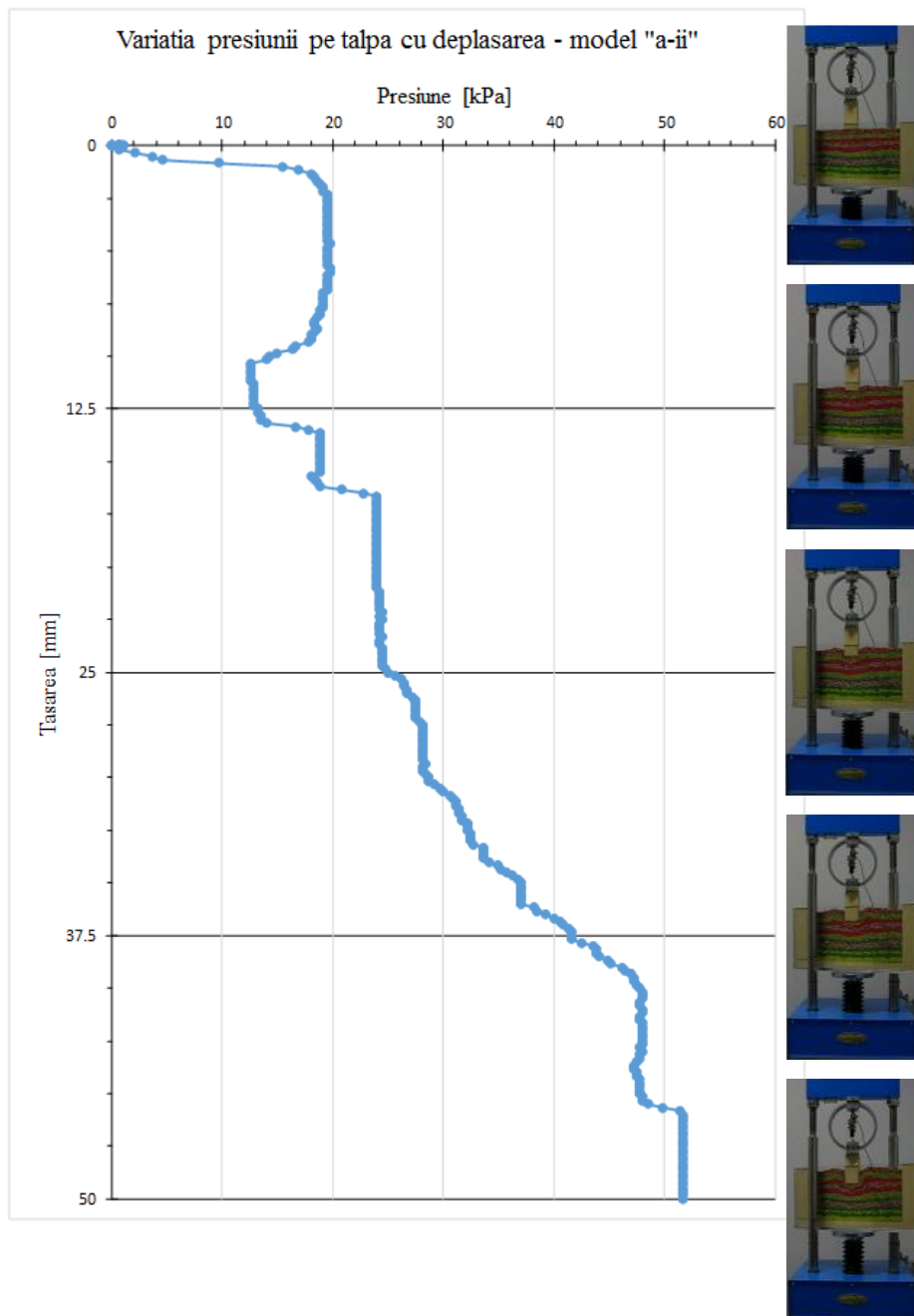


Fig. VI.33: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „a-ii”

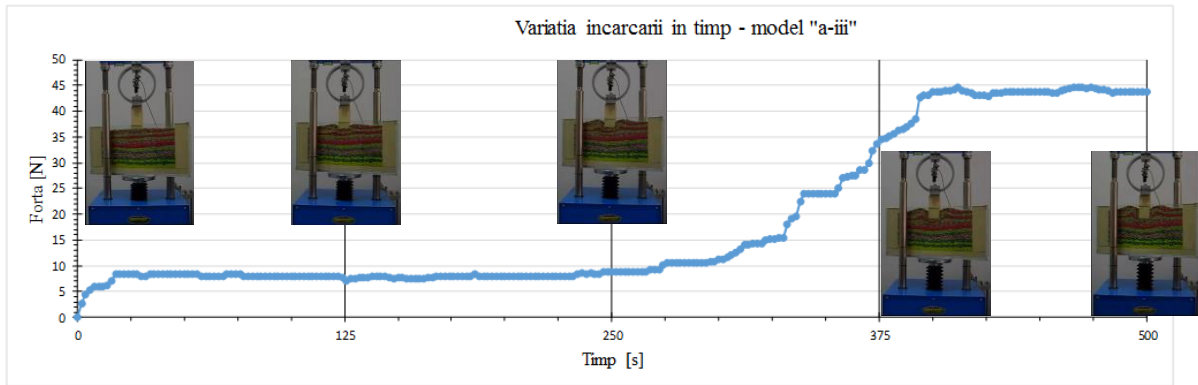


Fig. VI.34: Variația forței verticale în timp – model „a-iii”

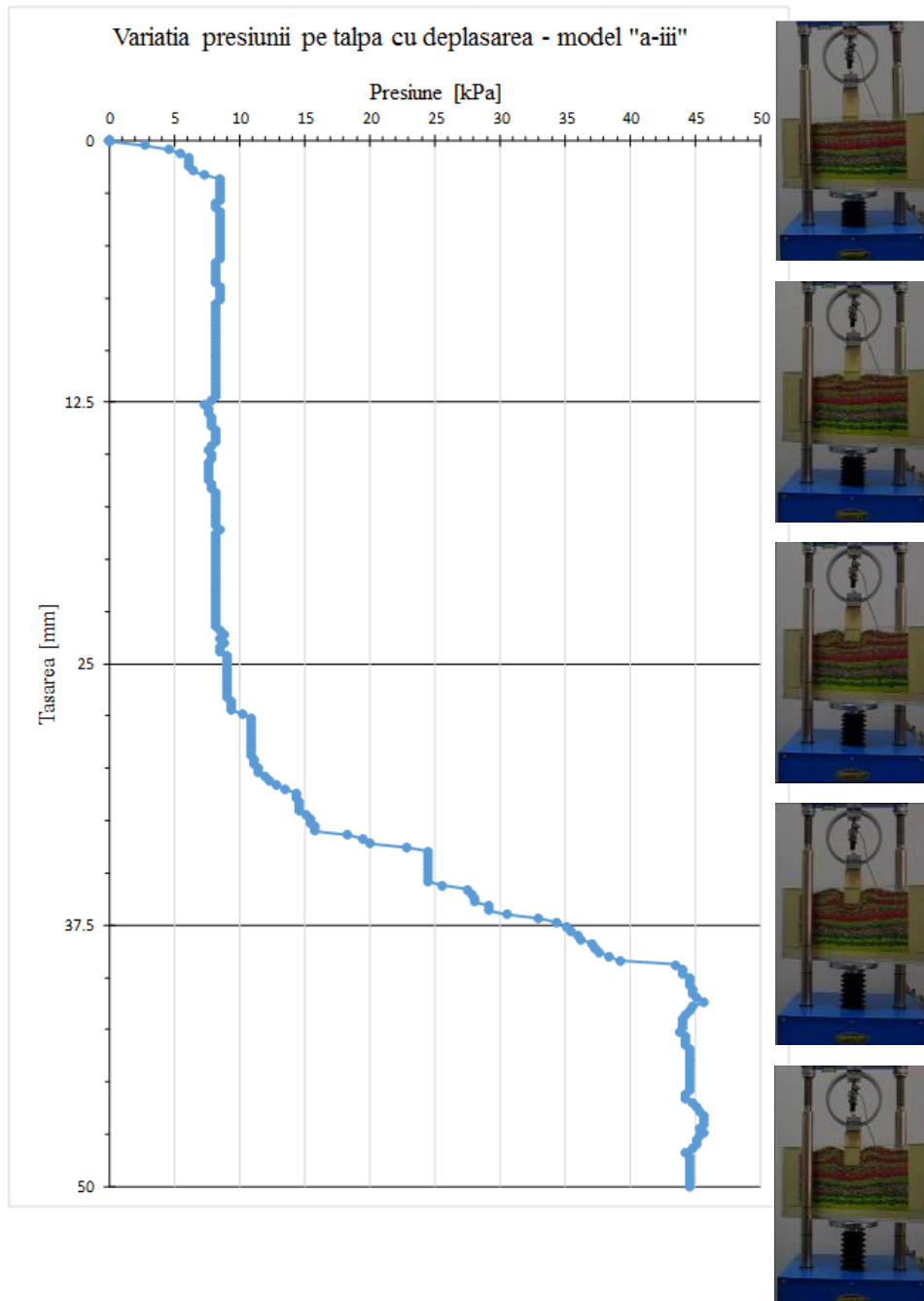


Fig. VI.35: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „a-iii”

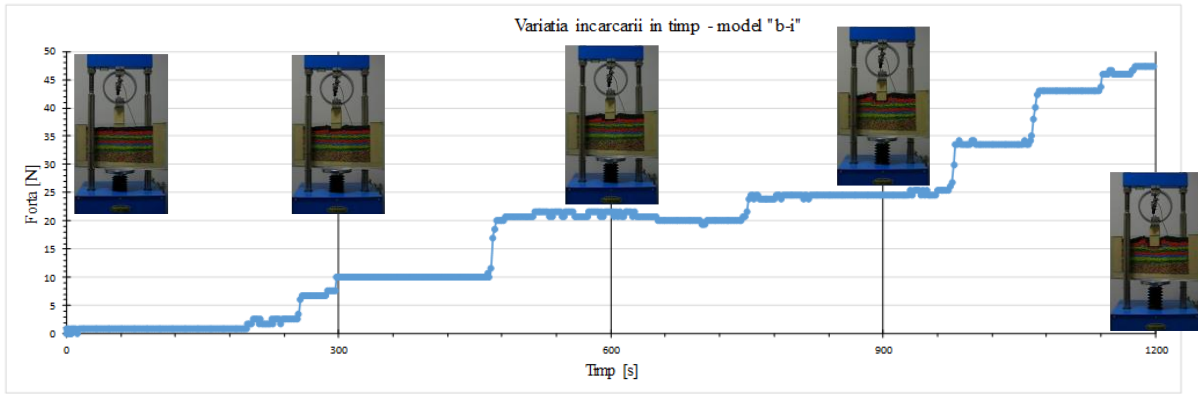


Fig. VI.36: Variația forței verticale în timp – model „b-i”

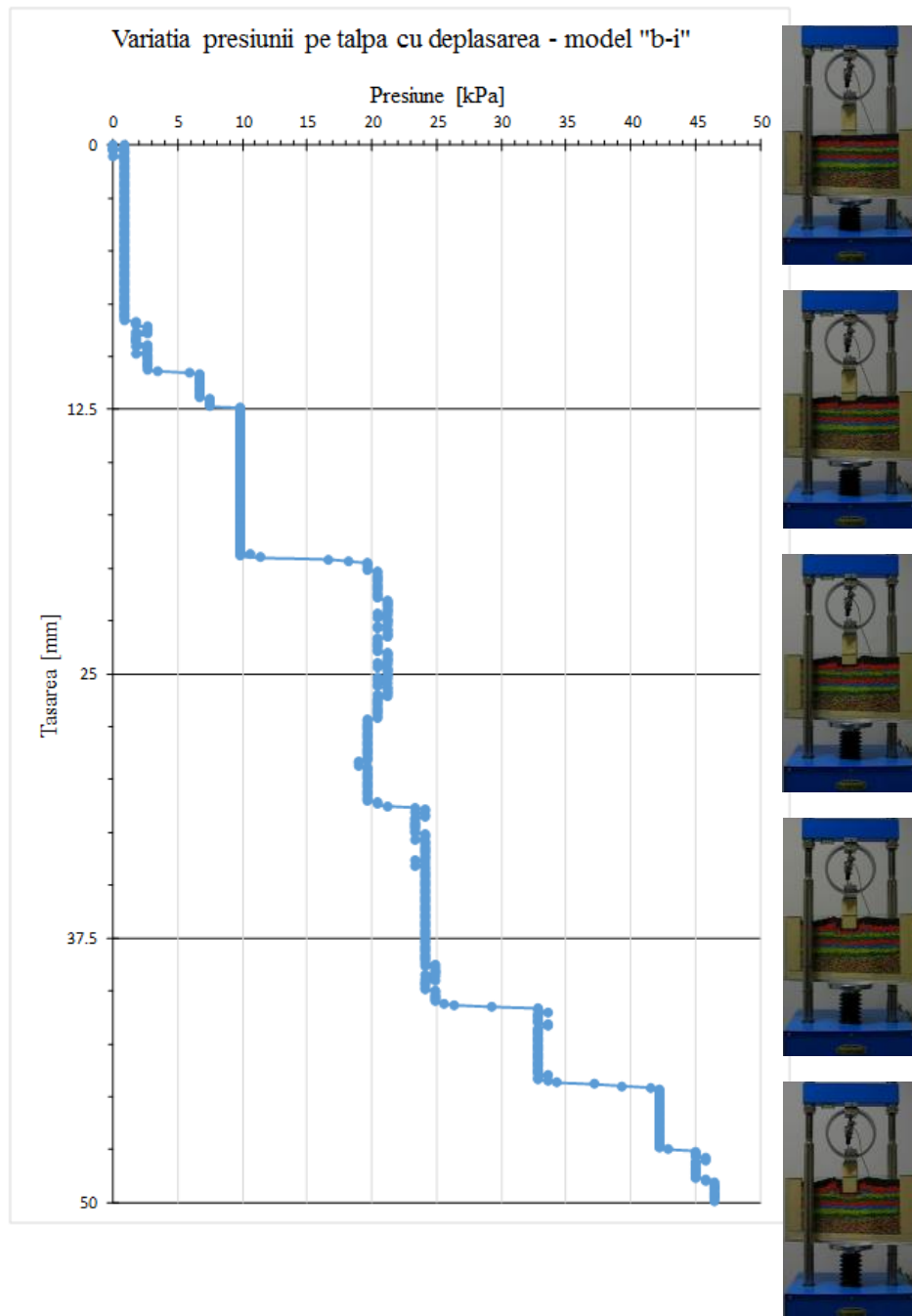


Fig. VI.37: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „b-i”

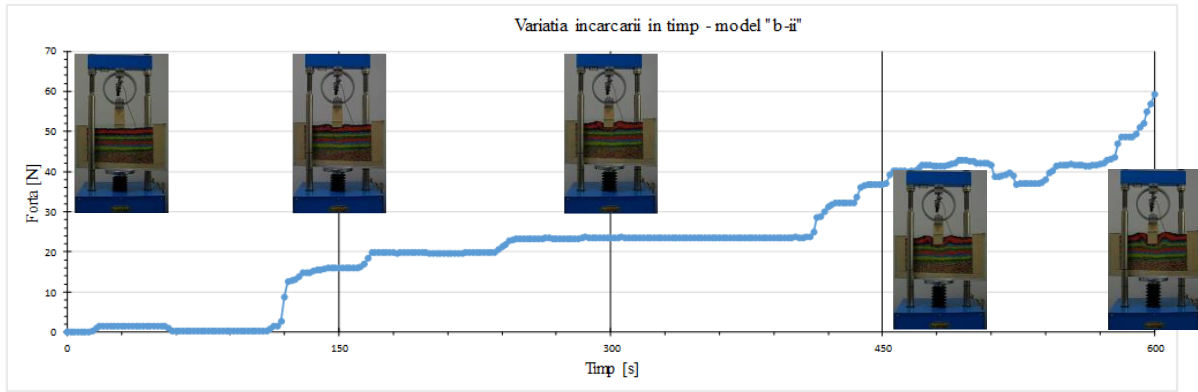


Fig. VI.38: Variația forței verticale în timp – model „b-ii”

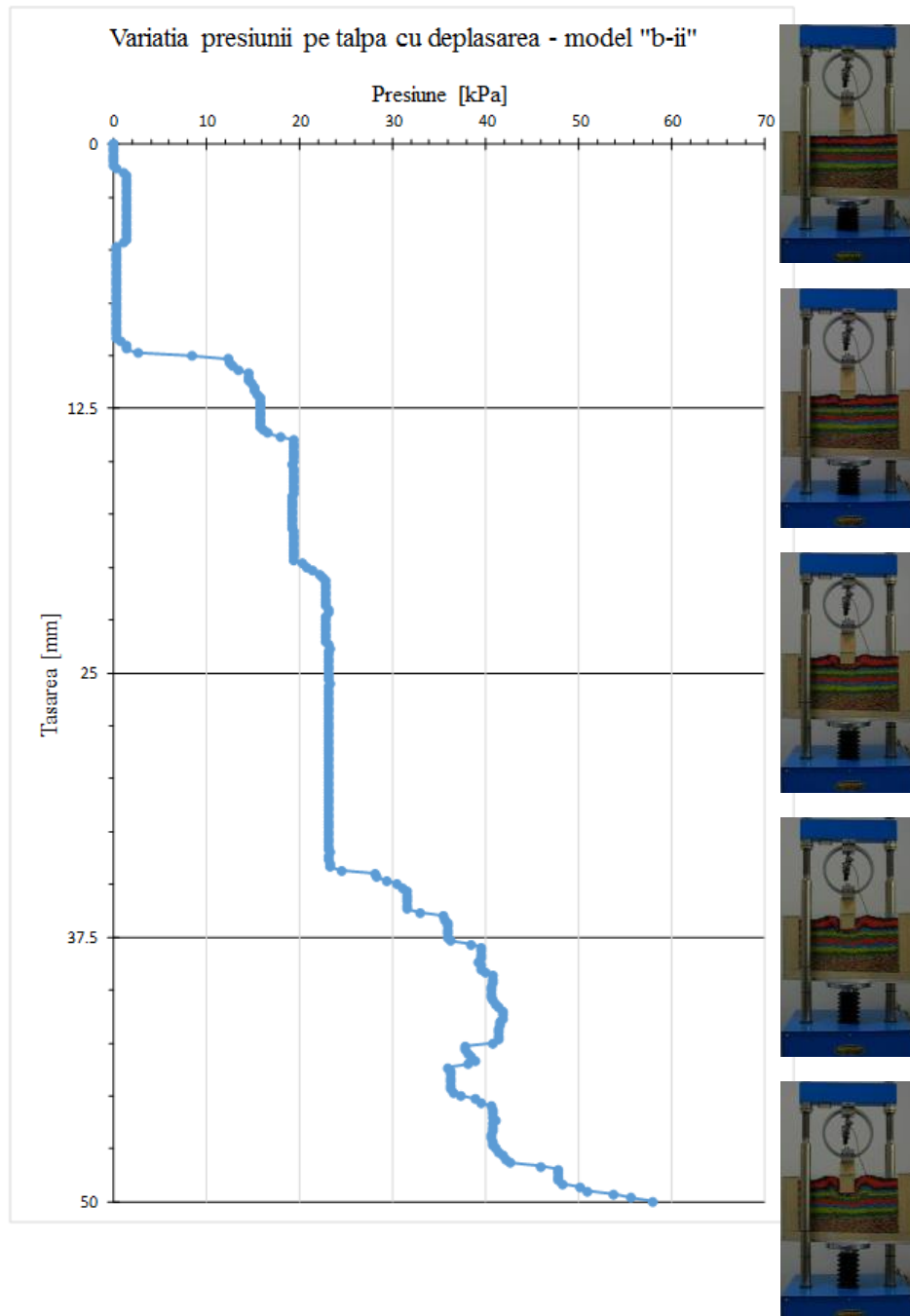


Fig. VI.39: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „b-ii”

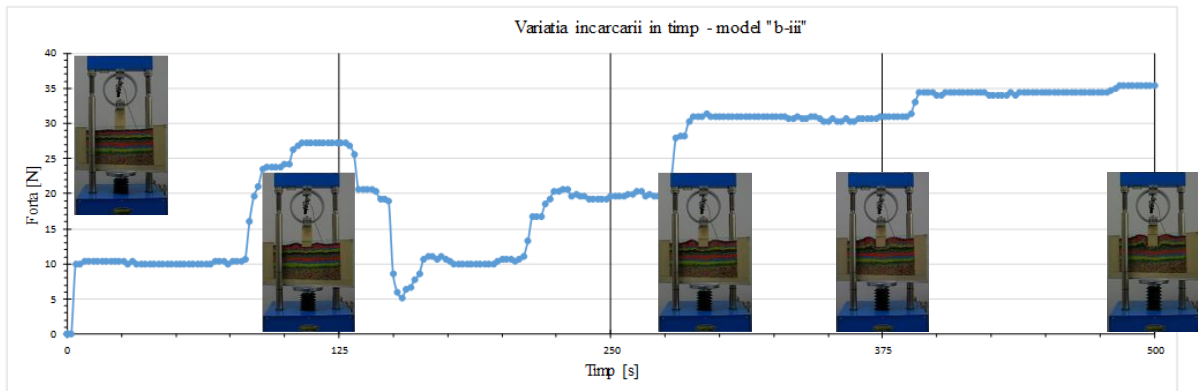


Fig. VI.40: Variația forței verticale în timp – model „b-iii”

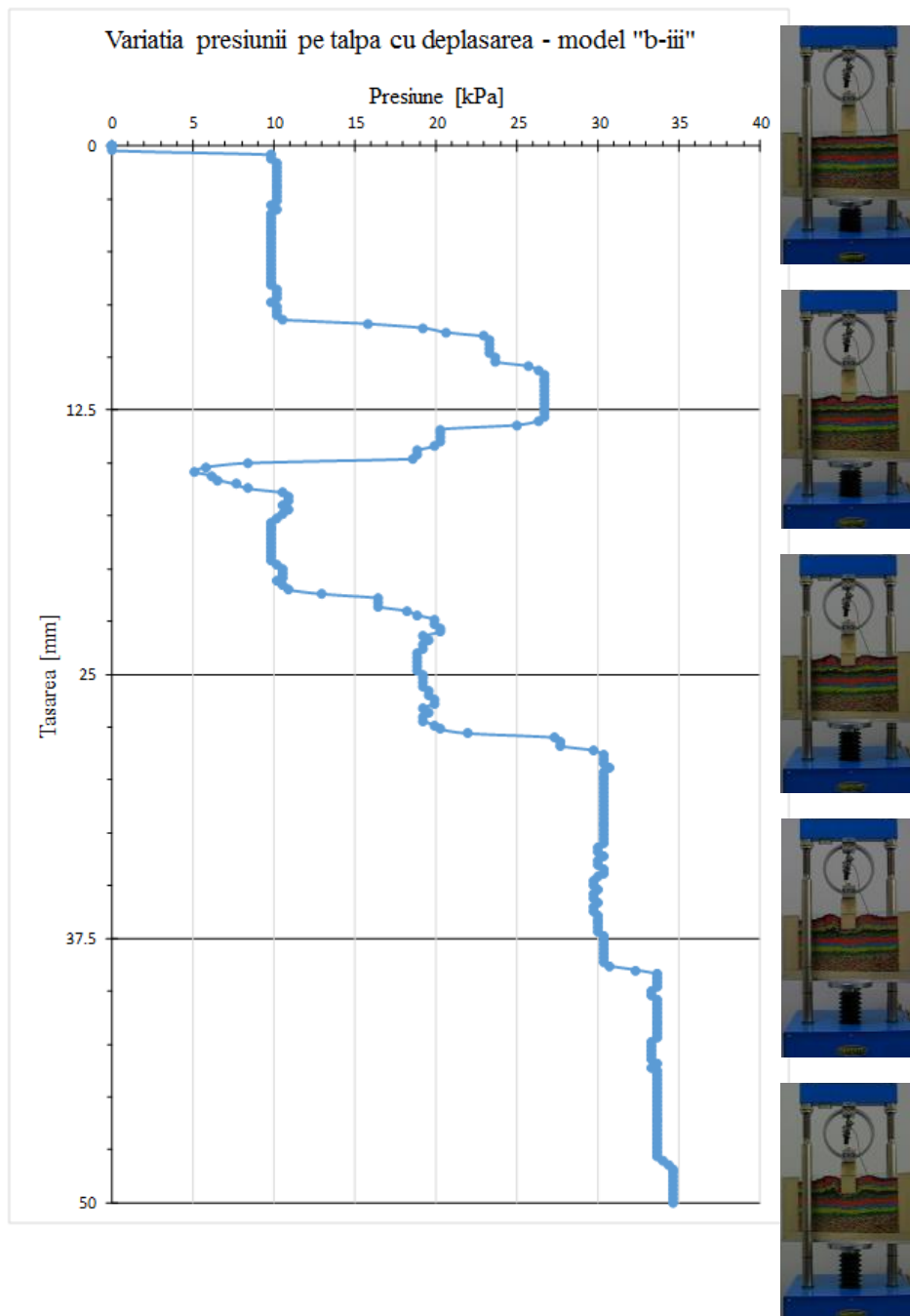


Fig. VI.41: Variația presiunii pe talpă cu deplasarea – model „b-iii”

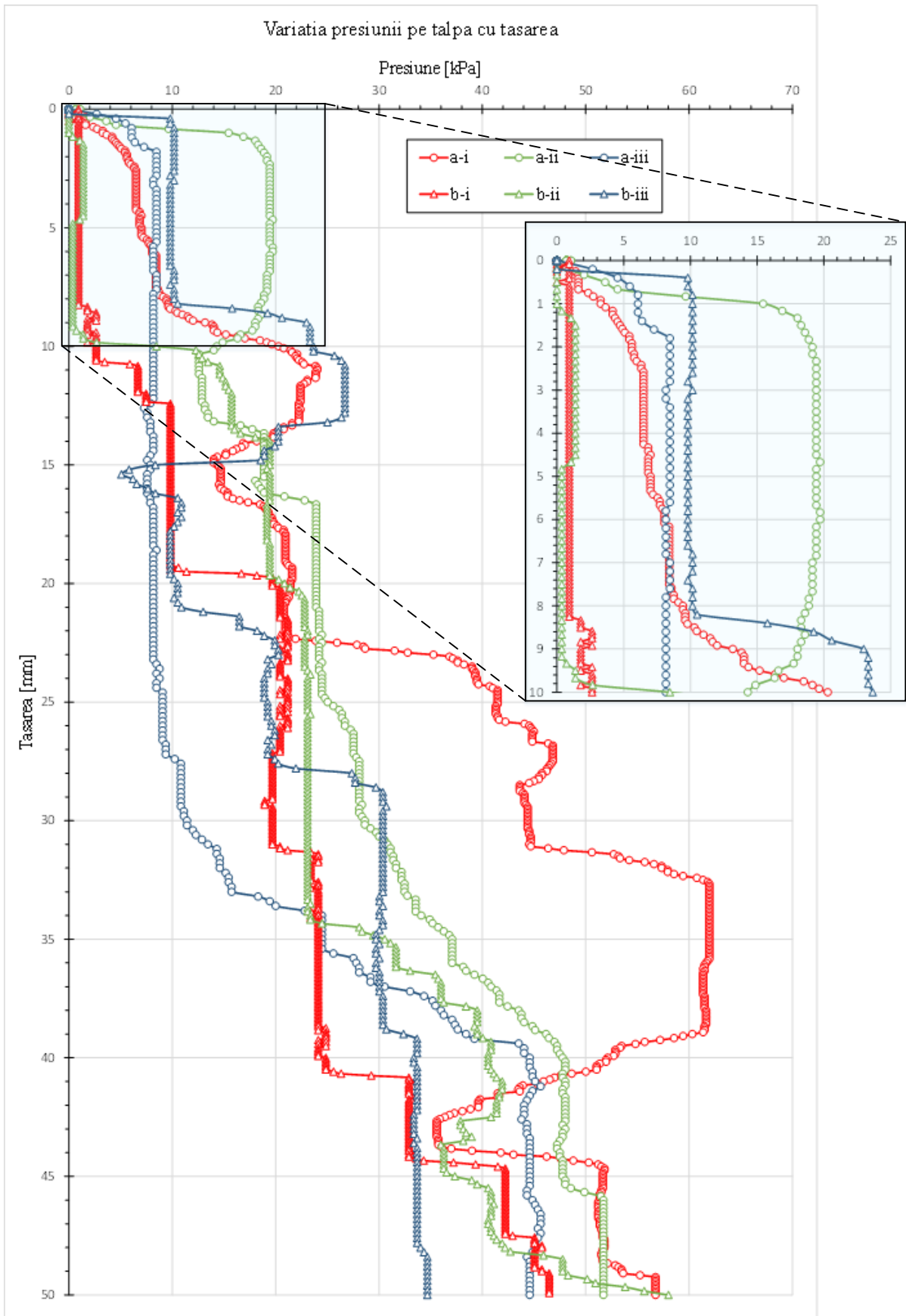


Fig. VI.42: Diagramele presiune-tasare

### VI.3.5 Modele numerice

### VI.3.6 Determinarea parametrilor de material

Modelele numerice realizate necesită diferiți parametri de material, în funcție de programul utilizat și metoda de calcul. Astfel, în metoda elementelor discrete sunt necesari parametri fizici ai unei particule (densitatea unei particule) și parametri micro-mecanici (coeficientul de frecare dintre două particule și rigiditatea contactului dintre două particule), în timp ce pentru metoda elementelor finite sunt necesari parametri fizici globali (densitatea aparentă a materialului) și parametri macro-mecanici (unghiul de frecare internă și coeziunea materialului precum și modulul de deformare liniară).

#### Parametrii fizici

Pentru determinarea densității echivalente a unei particule și a porozității probabile a materialului obținut (considerând particulele cu secțiune plină), s-au efectuat o serie de încercări. Densitatea particulelor a fost determinată prin cântărirea unor grupuri de particule și raportarea masei acestora la volumul lor total. Pentru reducerea erorilor provenite din precizia balanței folosite, dar mai ales din defectele de producție ale particulelor, s-au cântărit simultan câte 10 sfere, respectiv câte 20 de cuburi. Încercarea a fost repetată de 20 de ori, iar rezultatul final a fost media valorilor obținute (Fig. VI.43).

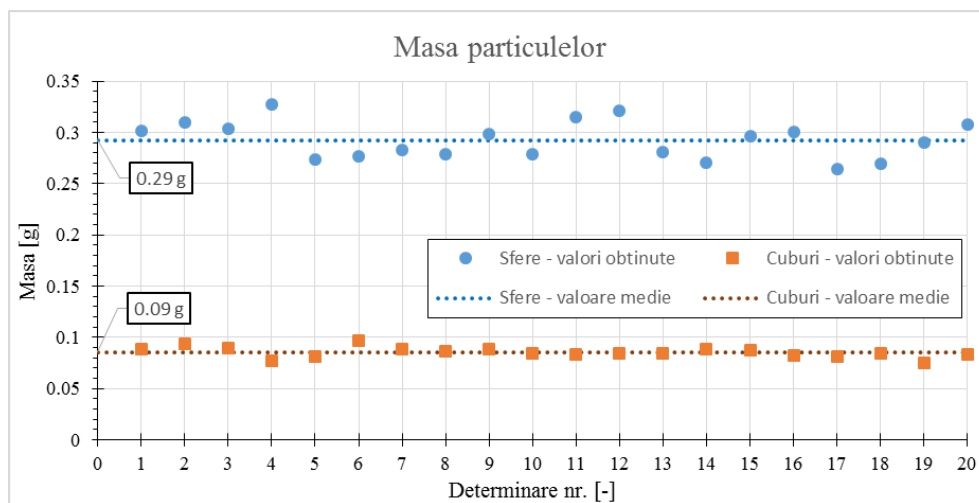


Fig. VI.43: Determinarea masei unei particule

Densitatea unei particule a fost determinată considerând o formă ideală (sferă, respectiv cub) pentru particule, acestea având volume teoretice:

$$V_{sferă} = \frac{4 \cdot \pi \cdot (0.3 \text{ cm})^3}{3} = 0.113 \text{ cm}^3 \quad (\text{VI.16})$$

$$V_{cub} = (0.4 \text{ cm})^3 = 0.064 \text{ cm}^3 \quad (\text{VI.17})$$

Deoarece în modelele numerice realizate ulterior, particulele au secțiunea plină, este necesară determinarea densității acestora utilizând volumele totale ale particulelor, incluzând astfel și porozitatea internă a acestora. Valorile astfel obținute pentru densitățile particulelor sunt:

$$\rho_{sferă} = 2.58 \text{ g/cm}^3 \quad (\text{VI.18})$$

$$\rho_{cub} = 1.33 \text{ g/cm}^3 \quad (\text{VI.19})$$

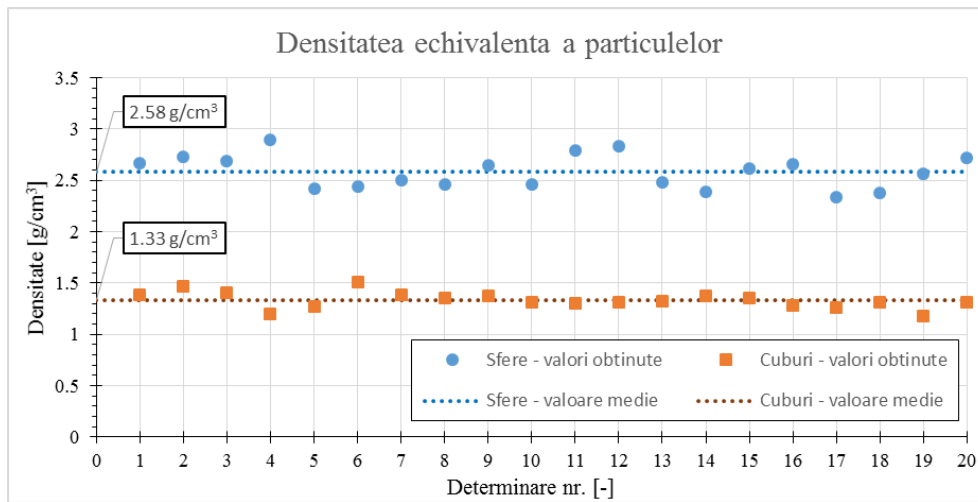


Fig. VI.44: Determinarea densității particulelor

Pe baza determinărilor de mai sus s-au calculat și porozități ale materialelor compuse din sfere, respectiv cuburi. Pentru determinarea porozității s-a pornit de la relația între indici:

$$\rho_d = \rho_s(1 - n/100) \quad (\text{VI.20})$$

unde:

- $\rho_d$  – densitate materialului uscat;
- $\rho_s$  – densitatea echivalentă a unei particule;
- $n$  – porozitatea materialului.

Astfel, porozitatea este determinată prin cântărirea unui volum cunoscut umplut cu sfere sau cuburi, utilizând relația:

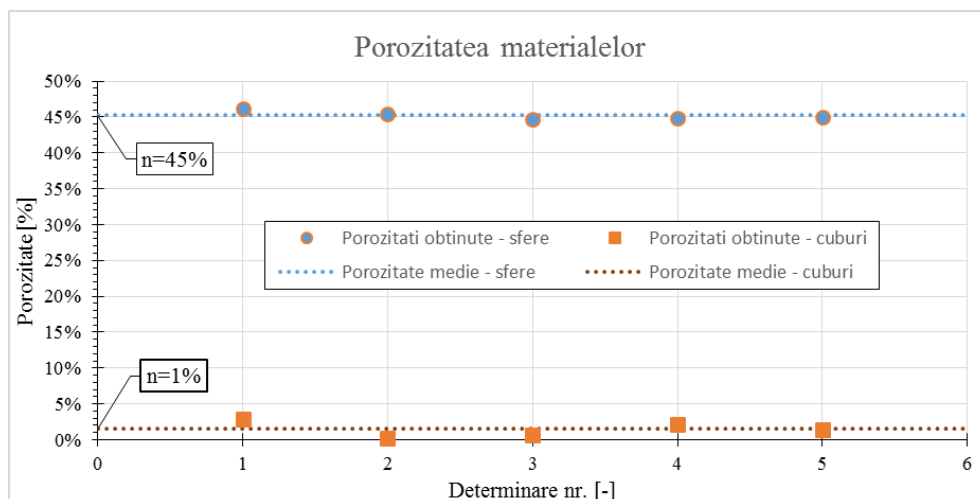
$$n = \left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_s}\right) 100 = \left(1 - \frac{m_d}{\rho_s \cdot V}\right) 100 \quad (\text{VI.21})$$

unde:

- $m_d$  – masa materialului uscat;
- $V$  – volumul total.

Valorile medii ale porozităților obținute (Fig. VI.45) pe baza a cinci încercări sunt 45% pentru sfere și 1% pentru cuburi. Teoretic, porozitatea materialului din cuburi egale poate fi 0%, dar numeric s-a obținut o porozitate minimă de 1%. După cum s-a arătat anterior, un material compus din sfere de egal diametru poate avea o porozitate minimă teoretică de 26%, iar practică de aproximativ 31%. În programul propriu, porozitățile obținute pentru sfere sunt între 37% și 42%, în funcție de coeficientul de frecare utilizat, în timp ce în programul PFC s-a reușit reproducerea porozității de 45% prin modificarea rigidității de contact.





**Fig. VI.45: Determinarea porozității materialelor**

Pentru modelarea utilizând medii continue (MEF) este necesară utilizarea densității (sau a greutateii volumice) în stare naturală a particulelor. În acest caz, starea naturală se referă la densitatea în stare uscată, aceasta fiind determinată în cadrul încercărilor pentru stabilirea porozității materialelor. Astfel, s-au obținut densități similare pentru cele două materiale:

$$\rho_{d\_sfere} = 1.41g/cm^3 \quad (VI.22)$$

$$\rho_{d\_cuburi} = 1.31g/cm^3 \quad (VI.23)$$

respectiv

$$\gamma_{d\_sfere} = 13.9kN/m^3 \quad (VI.24)$$

$$\gamma_{d\_cuburi} = 12.9kN/m^3 \quad (VI.25)$$

### Parametrii mecanici

În funcție de modelul numeric realizat, parametrii mecanici necesari pot fi diferiți. Pentru metoda elementelor discrete este nevoie de caracterizarea contactului dintre două particule prin parametri ce vor influența comportamentul global, iar determinarea parametrilor nu se face în mod obligatoriu prin încercări clasice de laborator. S-a ales o abordare prin care să se reproducă numeric comportamentul fizic al materialului, iar pe baza unui studiu parametric s-a determinat gradul în care parametrii numerici influențează comportamentul modelelor.

Un prim pas constă în determinarea unei legi de variație a coeficientului de frecare al materialului asociat particulelor cu unghiul de frecare internă obținut la nivel macro-mecanic. În plus, s-a determinat o lege de variație a gradului de îndesare cu parametrii de material. Lucrările numerice prezentate sunt realizate în programul propriu.

Pornind de la experimentele realizate de Jin et al. [227], pentru determinarea unghiului de taluz stabil, s-a construit o pâlnie pentru descărcarea particulelor pe o suprafață plană. Pâlnia are geometria descrisă în Fig. VI.46, și este realizată dintr-o serie de forme paralelipipedice având un material fără frecare. Inițial, pâlnia se umple cu particule, iar apoi este ridicată foarte încet până ce acestea se descarcă pe suprafața plană (Fig. VI.47). Planul de descărcare este caracterizat de același coeficient de frecare ca și particulele.

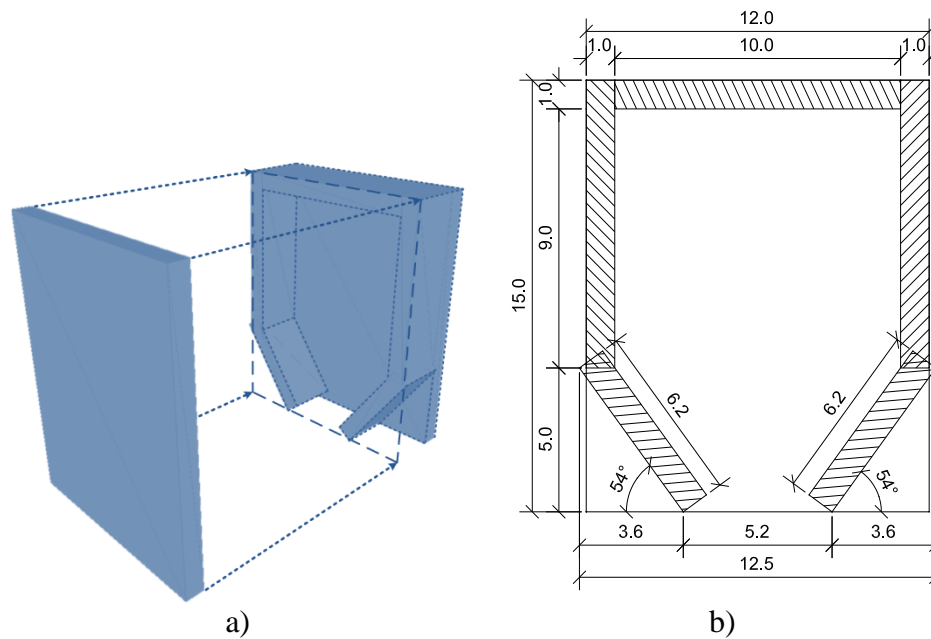


Fig. VI.46: Geometria pâlniei utilizate: a) vedere izometrică; b) dimensiunile acesteia (cm)

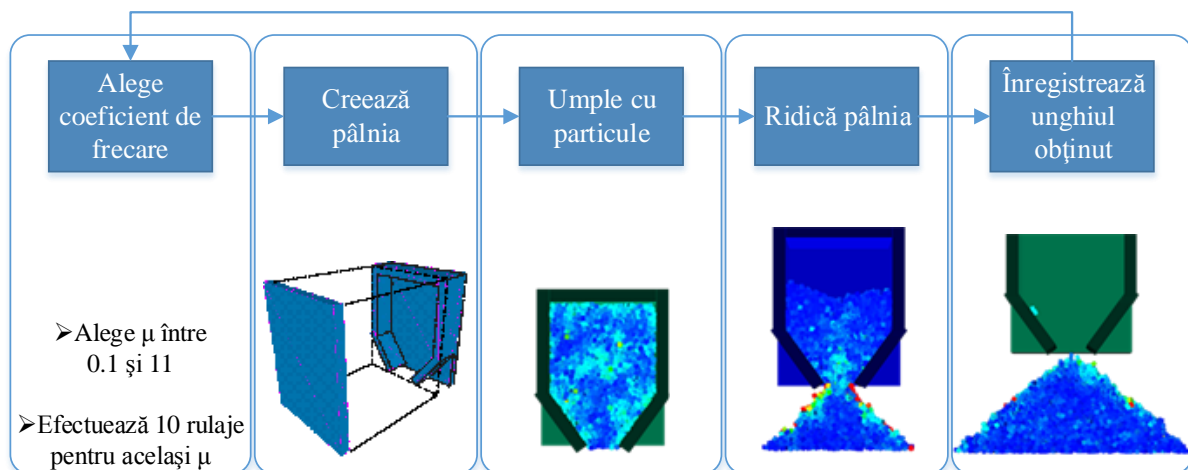


Fig. VI.47: Etape în determinarea unghiului de taluz stabil

Deoarece s-a observat că valoarea înregistrată nu se reproduce exact în două rulaje consecutive utilizând același coeficient de frecare, ca urmare a distribuției spațiale granulometrice și spațiale unice în fiecare rulaj, au fost efectuate câte 10 modele pentru fiecare valoare aleasă a coeficientului de frecare. În urma fiecărui model rezultă două unghiuri de taluz stabil, la stânga, respectiv la dreapta, obținând astfel câte 20 de valori pentru fiecare coeficient de frecare.

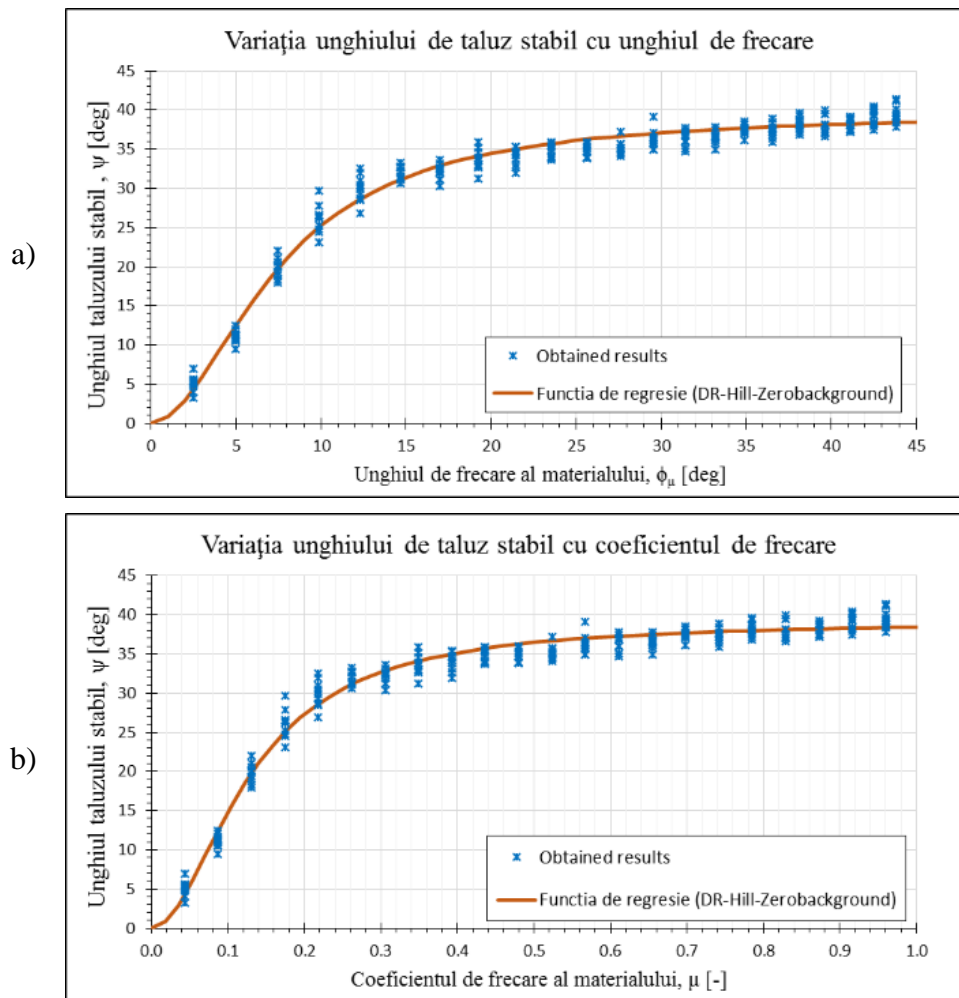


Fig. VI.48: Rezultatele analizei pentru determinarea variației unghiului de frecare taluz stabil cu: a) unghiul de frecare micro-mecanic și b) coeficientul de frecare micro-mecanic

Pe baza valorilor obținute, prezentate grafic în Fig. VI.48, s-a construit o funcție de regresie nelineară, urmărind modelul DR-Hill Zerobackground (de tip Dose-Response), pentru descrierea analitică a variației unghiului de taluz stabil cu unghiul de frecare. Ecuația modelului DR-Hill este exprimată astfel:

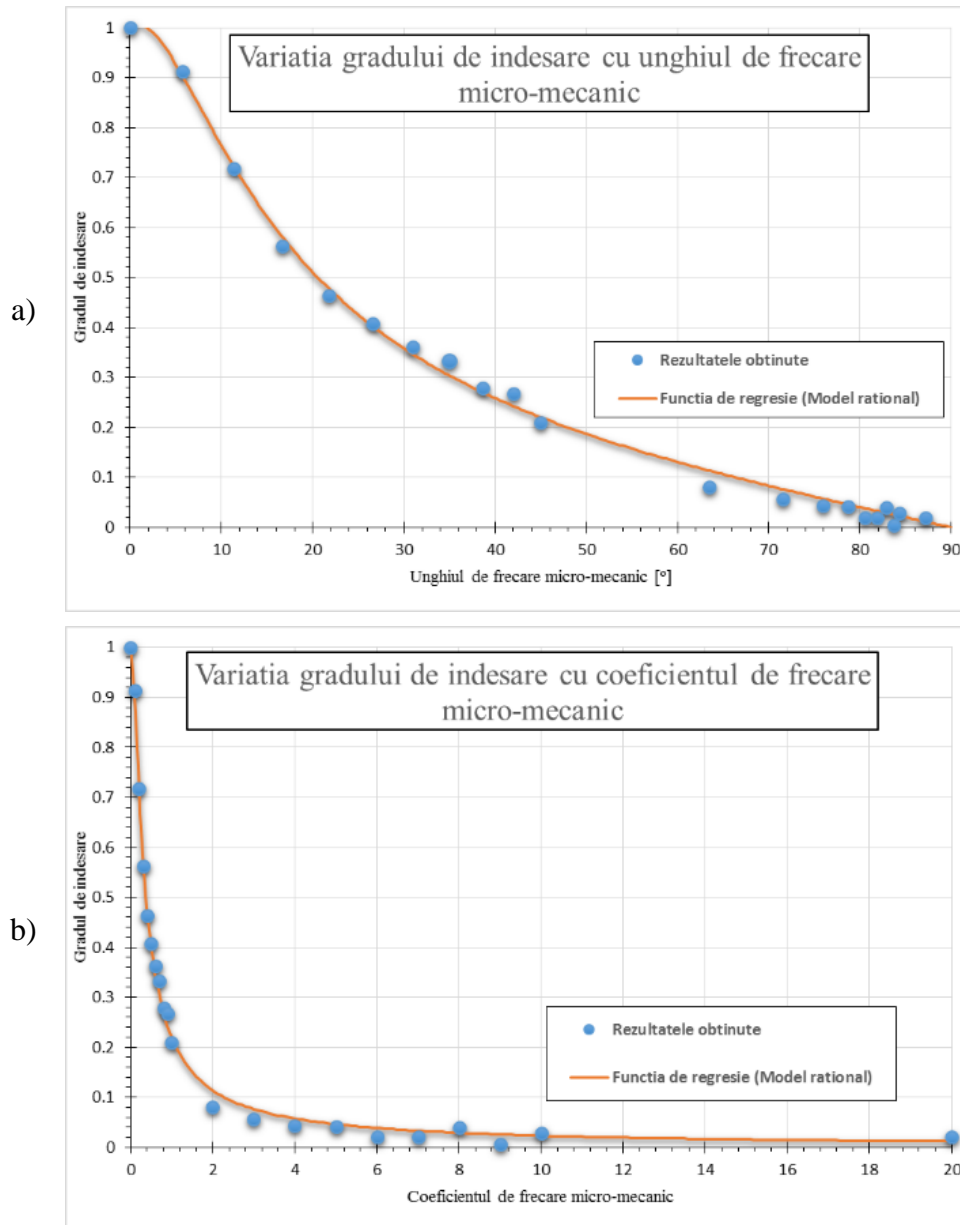
$$\psi(\phi) = \frac{\theta \cdot \phi^\eta}{\kappa^\eta + \phi^\eta} \quad (\text{VI.26})$$

unde parametrii funcției au fost determinați ca:

$$\begin{aligned} \theta &= 39.656 \\ \eta &= 1.922 \\ \kappa &= 7.469 \end{aligned} \quad (\text{VI.27})$$

iar coeficientul de determinare obținut pentru model este  $R^2=0.99$ .

Prin încercări succesive, s-a observat o variație a gradului de îndesare al materialului cu unghiul de frecare internă aplicat. Astfel, aplicând un unghi de frecare redus la început modelului, în etapa de așezare a particulelor, s-au obținut porozități foarte mici, particulele lunecând ușor unele peste celelalte, în schimb, aplicând un unghi de frecare mare în aceeași etapă, se obțin porozități ridicate. După finalizarea etapei de creare a masivului de pământ, unghiul de frecare se poate schimba în valoarea dorită, porozitatea rămânând aproximativ aceeași.



**Fig. VI.49: Rezultatele analizei pentru determinarea gradului de îndesare cu: a) unghiul de frecare micro-mecanic și b) coeficientul de frecare micro-mecanic**

Pe baza rezultatelor obținute, sintetizate în Fig. VI.49, s-a determinat prin regresie nelineară funcția de variație a gradului de îndesare față de coeficientul de frecare micro-mecanic. Modelul ce aproximează cel mai bine variația dintre cele două este o funcție rațională, având un coeficient de determinare  $R^2=0.99$ , de forma:

$$I_D(\mu) = \frac{a+b\mu}{1+c\mu+d\mu^2} \quad (\text{VI.28})$$

unde:

$$\begin{aligned} a &= 1.002 \\ b &= 5.422 \\ c &= 4.732 \\ d &= 23.426 \end{aligned} \quad (\text{VI.29})$$

Experimentul cu pâlnia a fost reprodus fizic pentru a determina unghiul de taluz al cuburilor și sferelor. Materialul a fost lăsat să cadă lent pe o suprafață de sticlă și s-a măsurat unghiul taluzului format.



a)



b)

**Fig. VI.50: Pregătirea încercării: a) materialele utilizate; b) începerea încercării**



a)



b)

**Fig. VI.51: Stivă formată din cuburi: a) perspectivă; b) lateral**



a)



b)

**Fig. VI.52: Stivă formată din sfere: a) perspectivă; b) lateral**

Stivele formate la finalul încercărilor au fost fotografiate din lateral (Fig. VI.51b și Fig. VI.52b) iar imaginile au fost procesate digital pentru a determina coordonatele conturului format. S-au analizat astfel ambele fețe ale stivei și s-au obținut câte două seturi de puncte ce descriu fiecare pantă a stivelor. S-a utilizat apoi o funcție de regresie lineară pentru a determina unghiul taluzului pentru fiecare față, iar valoarea de referință s-a obținut prin medierea valorilor (Fig. VI.53). În final, au rezultat unghiurile:  $\psi=20^\circ$  pentru sfere, respectiv  $\psi=27^\circ$  pentru cuburi.

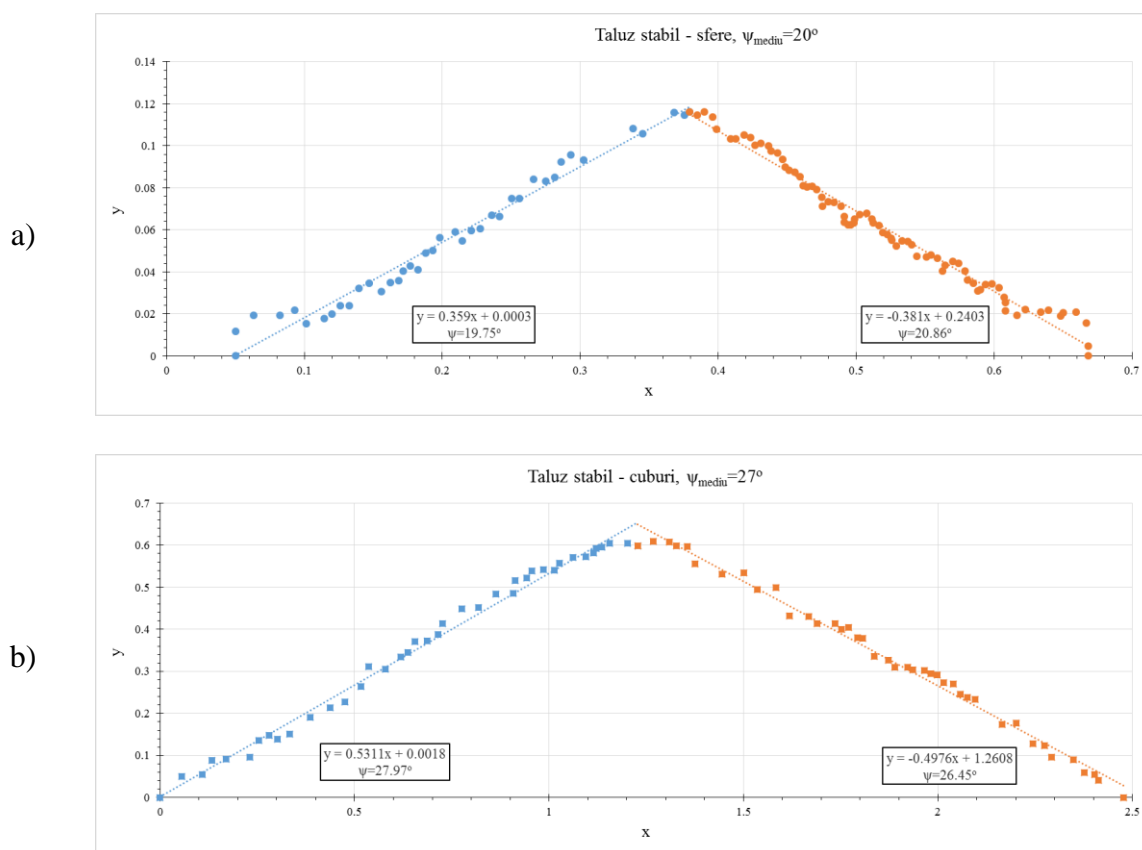


Fig. VI.53: Rezultatele testului cu pâlnia: a) sfere; b) cuburi

Pentru a determina unghiul de frecare dintre particule la nivel micro-mecanic, s-a efectuat un test cu plan înclinat, pe care s-au așezat particule și s-a măsurat unghiul de la care acestea încep să alunece pe planul înclinat. Deoarece particulele sunt confecționate din sticlă, planul înclinat a fost realizat din sticlă lisă, pentru a păstra un material similar. Lungimea planului înclinat este de 50cm, iar pentru determinarea unghiului de frecare s-a măsurat înălțimea până la care s-a ridicat capătul liber al planului în momentul alunecării particulelor (Fig. VI.54).

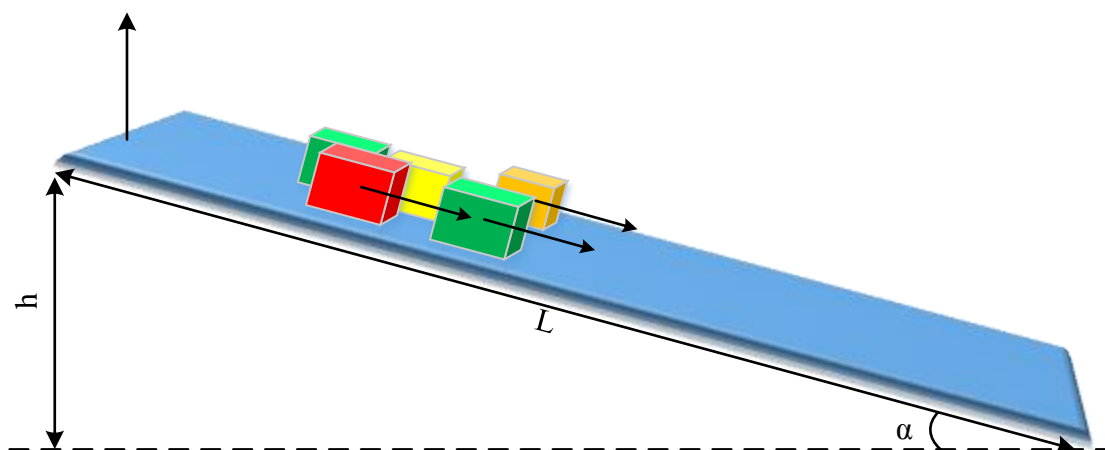


Fig. VI.54: Schema planului înclinat pentru determinarea unghiului de frecare al materialului folosit

Rezultatele determinărilor sunt sintetizate în Tab. VI.6. Valoarea medie a unghiului de frecare măsurat este  $\alpha=28^\circ$ , corespunzător unui coeficient de frecare  $\mu=0.53$ . Valoarea unghiului de frecare obținut este în concordanță cu unghiul taluzului determinat pentru cuburi prin metoda cu pâlnia. Deși sferile și cuburile sunt realizate din același material, având astfel același

coeficient de frecare, unghiul stivei obținut pentru sfere este mai mic deoarece forma acestora favorizează rotirea lor pe planul înclinat, în timp ce cuburile alunecă pe acesta. Astfel, pentru că rezistența la rotire a sferelor este mai redusă decât cea la alunecare, unghiul taluzului format este mai redus ( $20^\circ$ ).

**Tab. VI.6: Rezultatele determinării unghiului de frecare al materialului folosit**

L [cm]	h [cm]	$\alpha$ [ $^\circ$ ]	$\mu$ [-]
50	21.5	25.5	0.48
50	24	28.7	0.55
50	23.5	28.0	0.53
50	24.5	29.3	0.56
50	23	27.4	0.52
50	22	26.1	0.49
50	25	30.0	0.58

Pentru a realiza modelarea numerică utilizând metoda elementelor finite este necesară utilizarea unor parametri asociați unor modele constitutive corespunzătoare. Astfel că au fost efectuate încercări geotehnice de laborator pentru determinarea acestor parametri.



**Fig. VI.55: Proba după încercarea de compresiune edometrică**

Modulul de deformare lineară a fost determinat prin încercări de compresiune edometrică. Proba a fost constituită într-un inel cu diametrul de 7.1365cm și înălțimea de 20mm. Încercarea s-a realizat prin încărcare primară până la treapta de 1000kPa, urmată de cicluri de descărcare-reîncărcare. Rezultatele numerice sunt prezentate în Tab. VI.7÷Tab. VI.9, iar diagramele de compresiune-tasare obținute sunt descrise în Fig. VI.56.

**Tab. VI.7: Rezultate încercare de compresiune edometrică: încărcare primară și descărcare 1**

p	$\Delta h$	$\varepsilon$	M	p	$\Delta h$	$\varepsilon$	M
[kPa]	[*0.01mm]	[%]	[kPa]	[kPa]	[*0.01mm]	[%]	[kPa]
12.5	0	0.0%	-	1000	33.2	1.7%	-
25	1	0.1%	25000	800	32.8	1.6%	1000000
50	4	0.2%	16667	500	31.6	1.6%	500000

p	$\Delta h$	$\varepsilon$	M	p	$\Delta h$	$\varepsilon$	M
[kPa]	[*0.01mm]	[%]	[kPa]	[kPa]	[*0.01mm]	[%]	[kPa]
100	8	0.4%	25000	400	31	1.6%	333333
200	13	0.7%	40000	300	30.2	1.5%	250000
300	16	0.8%	66667	200	29.2	1.5%	200000
400	19	1.0%	66667	100	27.5	1.4%	117647
500	22	1.1%	66667	50	25.9	1.3%	62500
800	29.6	1.5%	78947	25	24	1.2%	26316
1000	33.2	1.7%	111111	12.5	21.8	1.1%	11364

Tab. VI.8: Rezultate încercare de compresiune edometrică: reîncărcare 1 și descărcare 2

p	$\Delta h$	$\varepsilon$	M	p	$\Delta h$	$\varepsilon$	M
[kPa]	[*0.01mm]	[%]	[kPa]	[kPa]	[*0.01mm]	[%]	[kPa]
12.5	21.8	1.1%	-	1000	35	1.8%	-
25	22.1	1.1%	83333	800	34.5	1.7%	800000
50	22.8	1.1%	71429	500	33.7	1.7%	750000
100	24	1.2%	83333	400	33.2	1.7%	400000
200	26.5	1.3%	80000	300	32.5	1.6%	285714
300	28	1.4%	133333	200	31.6	1.6%	222222
400	29.2	1.5%	166667	100	30	1.5%	125000
500	30.5	1.5%	153846	50	28.4	1.4%	62500
800	33.3	1.7%	214286	25	26.4	1.3%	25000
1000	35	1.8%	235294	12.5	24	1.2%	10417

Tab. VI.9: Rezultate încercare de compresiune edometrică: reîncărcare 2 și descărcare 3

p	$\Delta h$	$\varepsilon$	M	p	$\Delta h$	$\varepsilon$	M
[kPa]	[*0.01mm]	[%]	[kPa]	[kPa]	[*0.01mm]	[%]	[kPa]
12.5	24	1.2%	-	1000	36	1.8%	-
25	24.4	1.2%	62500	800	35.7	1.8%	1333333
50	25	1.3%	83333	500	35	1.8%	857143
100	26	1.3%	100000	400	34.5	1.7%	400000
200	28	1.4%	100000	300	34	1.7%	400000
300	29.2	1.5%	166667	200	33	1.7%	200000
400	30.6	1.5%	142857	100	31.5	1.6%	133333
500	32	1.6%	142857	50	29.7	1.5%	55556
800	34.8	1.7%	214286	25	27.5	1.4%	22727
1000	36	1.8%	333333	12.5	25	1.3%	10000



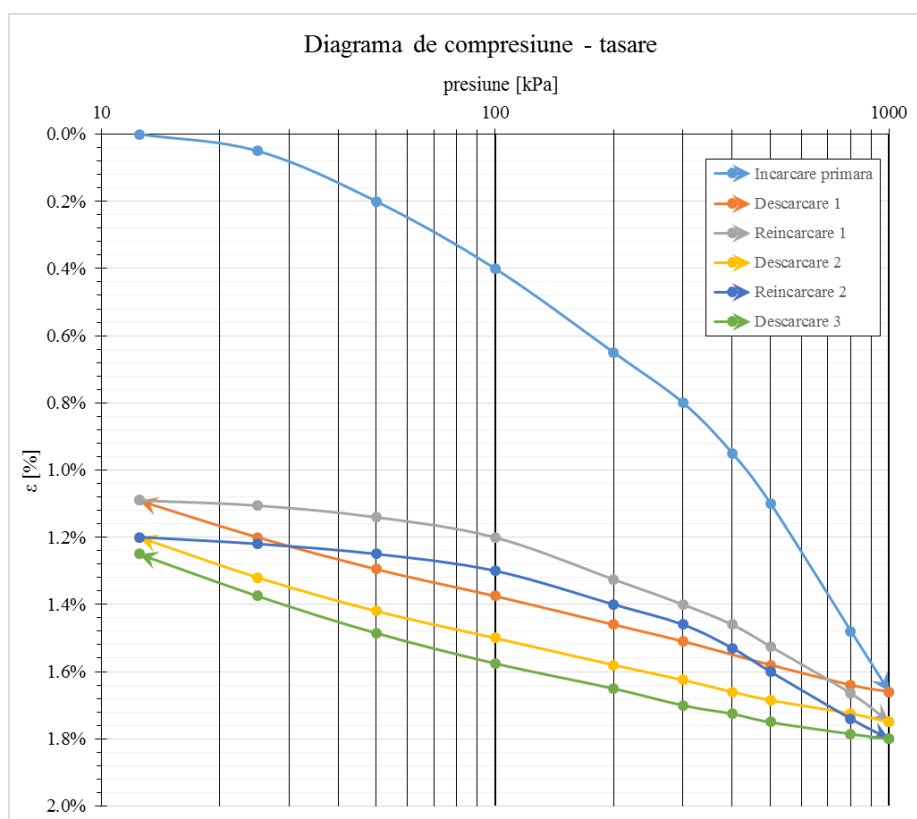
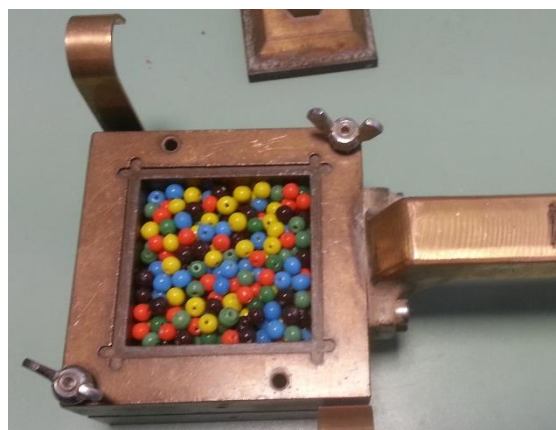


Fig. VI.56: Diagrama de compresiune-tasare obținută din încercarea de compresiune edometrică

Pentru determinarea parametrilor rezistenței la forfecare s-au realizat încercări de forfecare directă în caseta de 6x6cm. Pentru a îndeplini condiția ca înălțimea probei să fie de minimum șase ori mai mare decât diametrul maxim al particulelor, s-au înlăturat pietrele poroase ce se folosesc de obicei la baza, respectiv partea superioară a probei. Astfel, înălțimea probei obținute este aproximativ 4cm.



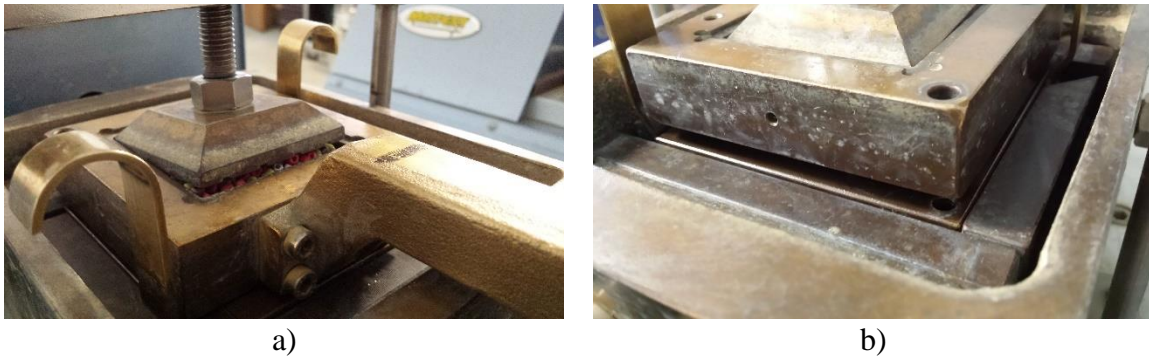
a)



b)

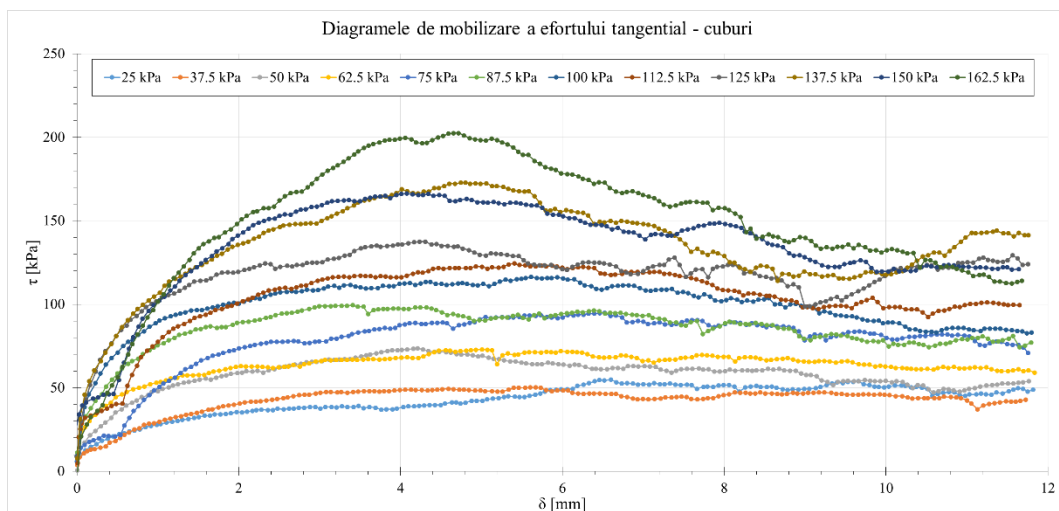
Fig. VI.57: Pregătirea probei de forfecare directă: a) înălțimea probei; b) dispunerea materialului

Viteza cu care s-au realizat încercările este de 1.0mm/min. Deoarece încărcările la care a fost supus materialul în timpul lucrărilor experimentale sunt sub 100kPa, s-au ales inițial trepte de forfecare relativ mici: 25kPa, 50kPa, 75kPa. S-a observat însă că probele se umflă foarte mult în timpul încercărilor (Fig. VI.58) astfel că s-a decis realizarea unui număr de 12.

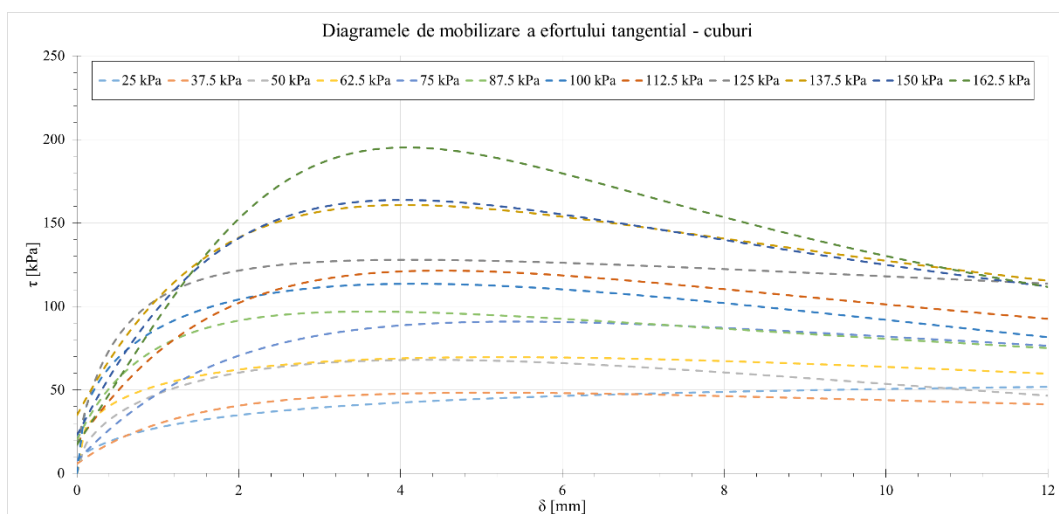


**Fig. VI.58: Umflări ale probelor în timpul încercărilor: a) înclinarea plăcii de presiune; b) ridicarea casetei superioare**

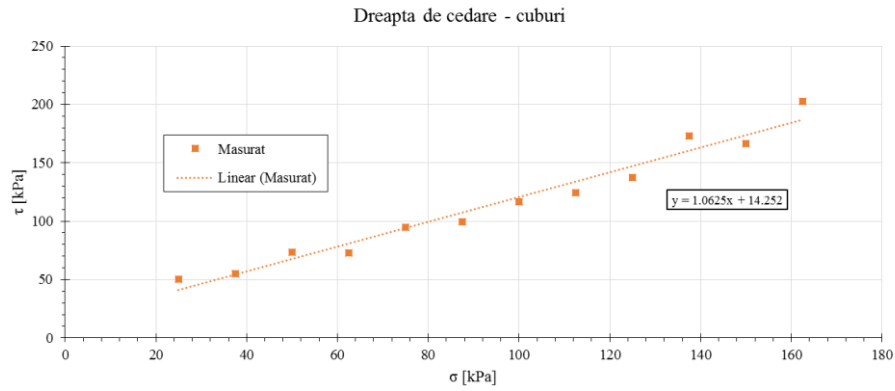
Pentru determinarea drepte de cedare s-au utilizat pe de-o parte curbe de mobilizare a efortului tangențial cu valorile măsurate (Fig. VI.59 și Fig. VI.63) și s-au extras eforturile tangențiale maxime, iar pe de altă parte s-au utilizat curbe de mobilizare obținute prin regresie non-lineară ale valorilor măsurate (Fig. VI.60 și Fig. VI.64). S-a observat însă că variațiile locale ale eforturilor tangențiale nu influențează major rezultatele obținute. Astfel, parametrii rezistenței la forfecare au fost aproximativ aceiași, determinați atât prin eforturile tangențiale maxime măsurate, cât și utilizând eforturile tangențiale maxime din curbele de regresie.



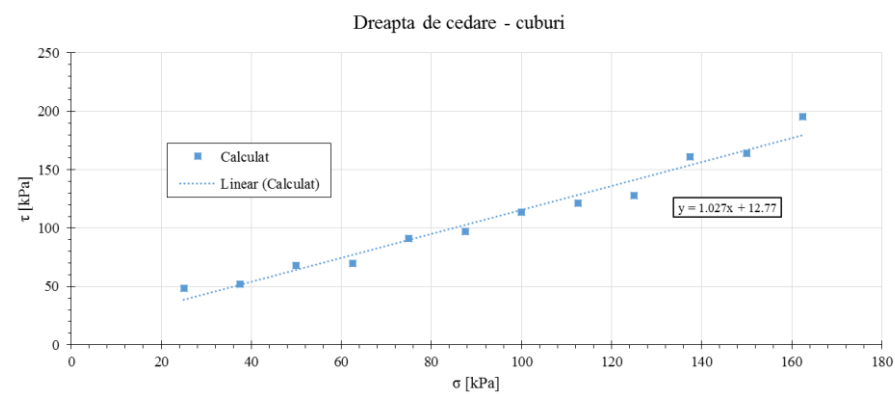
**Fig. VI.59: Diagramele de mobilizare a efortului tangențial măsurat pentru cuburi**



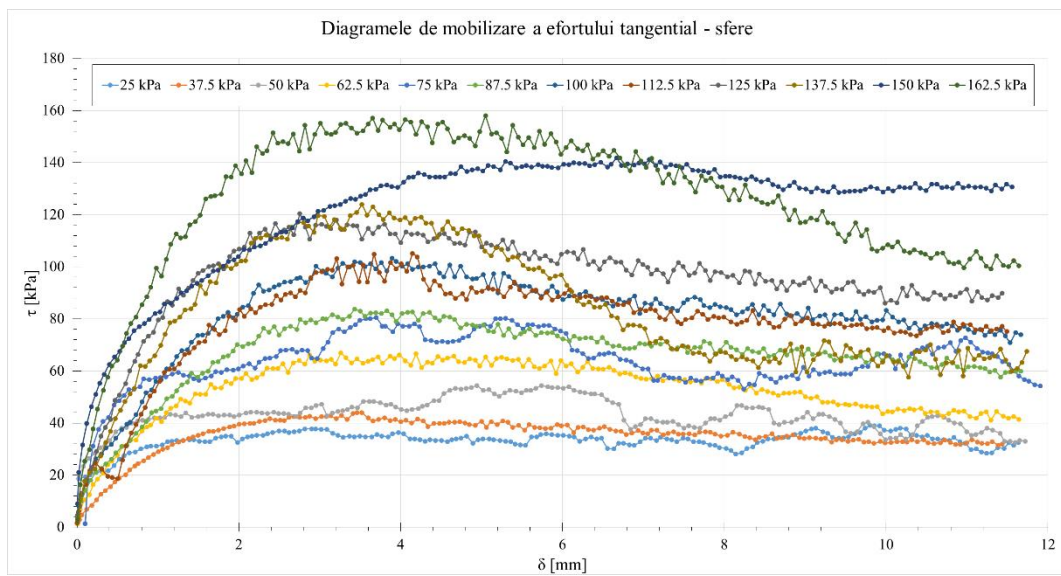
**Fig. VI.60: Diagramele de mobilizare a efortului tangențial pentru cuburi – obținute prin regresie**



**Fig. VI.61: Dreapta de cedare folosind valorile maxime măsurate ale efortului tangențial**



**Fig. VI.62: Dreapta de cedare folosind valorile maxime calculate prin regresie ale efortului tangențial**



**Fig. VI.63: Diagramele de mobilizare a efortului tangențial măsurat pentru sfere**

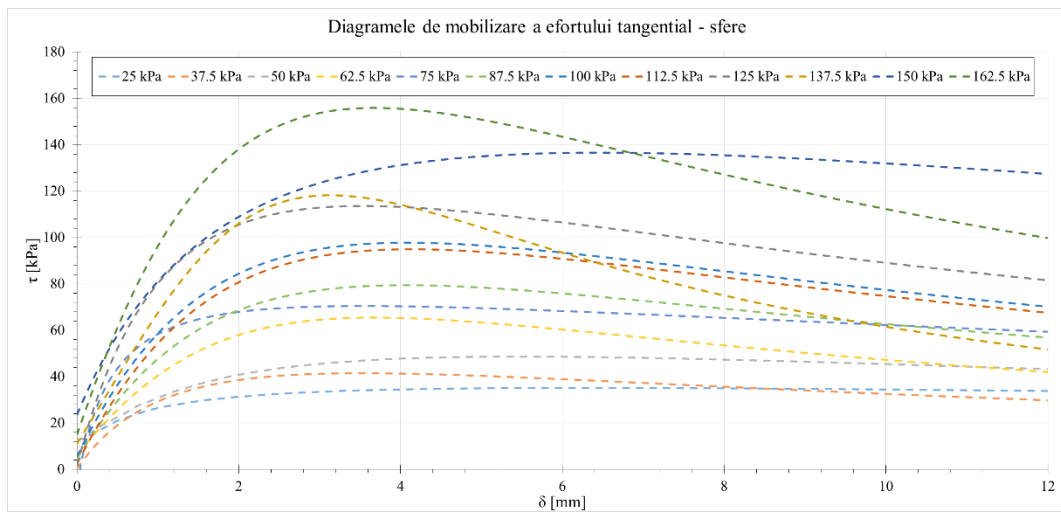
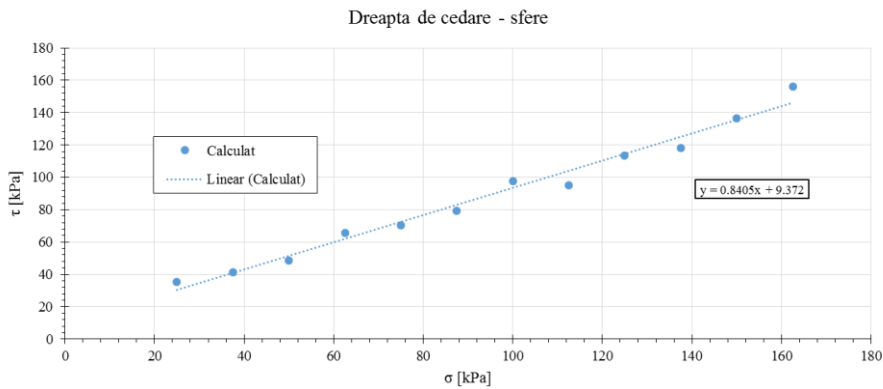
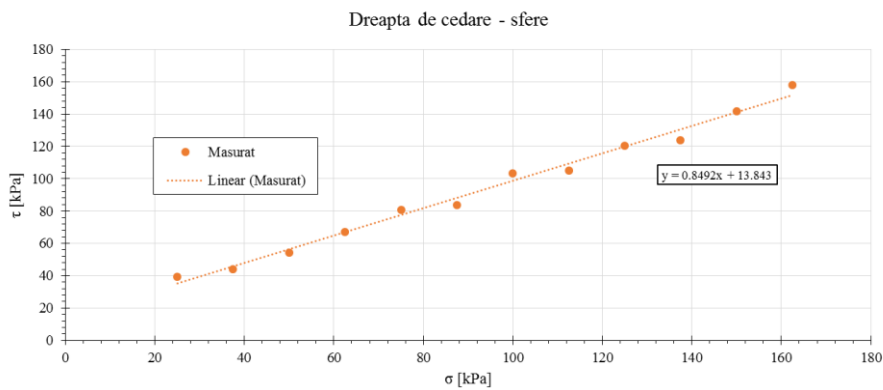


Fig. VI.64: Diagrame de mobilizare a efortului tangential pentru sfere – obținute prin regresie



Valorile parametrilor rezistenței la forfecare conform criteriului Mohr-Coulomb sunt descrise în Tab. VI.10.

Tab. VI.10: Parametrii rezistenței la forfecare obținuți din încercări de forfecare directă

Particule	Metodă	$\phi$ [°]	c [kPa]
cuburi	măsurători	46.7	14.3
	regresie	45.8	12.8
sfere	măsurători	40.3	13.8
	regresie	40.0	9.4

Deși materialul utilizat este unul granular și nu prezintă coeziune fizică, la nivel macro-mecanic parametrii rezistenței la forfecare indică o coeziune semnificativă și un unghi de frecare mult

mai mare decât cel micro-mecanic corespunzător frecării efective dintre particule. O posibilă explicație pentru coeziunea aparentă determinată prin încercări de laborator o constituie rezistența scăzută a particulelor în sine, existând o cantitate aparent ne semnificativă de particule avariate (Fig. VI.65). Deși cuantificarea exactă a procentului de particule sparte în timpul încercărilor este foarte dificilă, s-au efectuat câteva măsurători ce indică valori sub 1% de particule sparte în timpul încercărilor, exprimate în procente de masă (Tab. VI.11).



**Fig. VI.65: Exemplu de particule sparte în urma încercărilor de forfecare directă**

**Tab. VI.11: Procente de particule sparte în timpul încercărilor de forfecare directă**

Masa totală	Masa de particule sparte	Procentul de particule sparte
[g]	[g]	[%]
185.755	0.079	0.04%
189.023	0.27	0.14%
193.83	0.143	0.07%
185.559	0.8	0.43%
186.316	1.189	0.64%
176.469	0.582	0.33%

### VI.3.7 Modele numerice realizate în programul propriu

În programul de modelare dezvoltat s-au realizat mai multe modele pentru fundația directă. Astfel, s-a realizat inițial un studiu parametric pentru urmărirea mecanismului de cedare în funcție de parametrii de material, iar în final s-au făcut două modele pentru reproducerea lucrărilor experimentale.

Modelul numeric propus este construit la scară redusă, particulele având dimensiuni de 0.4cm și 0.56cm, iar dimensiunea lățimea fundației fiind de 8.0cm. Geometria completă a modelului este descrisă în Fig. VI.66. Grosimea acestuia aleasă este 1.5cm, suficient de mare pentru a permite deplasarea particulelor în planul modelului și suficient de mică pentru a limita numărul necesar de elemente.

Deoarece introducerea unui număr mare de particule implică reducerea pasului de timp necesar calculului, s-a ales ca în baza modelului să fie generate particule cu dimensiuni mai mari (0.56cm), iar în partea superioară s-a completat cu particule cu dimensiuni de 0.40cm. Deoarece modelul a fost creat la scară redusă (dimensiunile sunt în centimetri, iar masele în grame), s-a redus pasul de timp la 1/300s pentru a preveni pierderea contactelor.

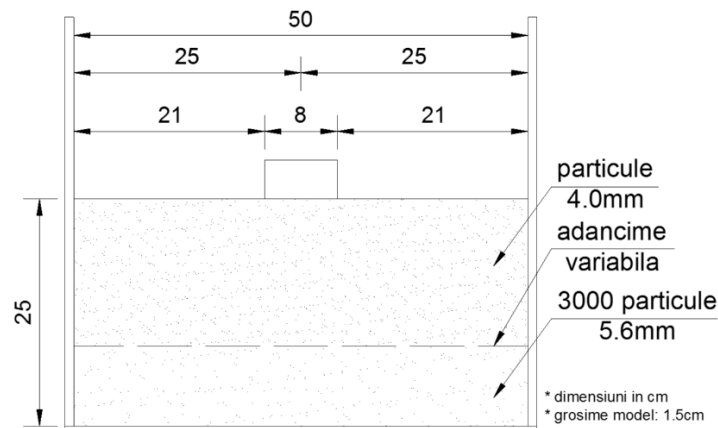


Fig. VI.66: Geometria modelului

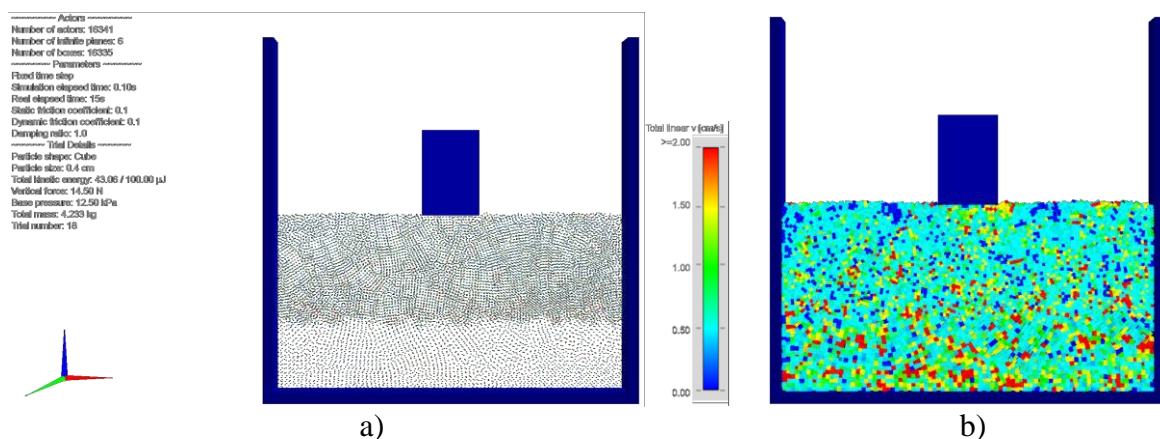


Fig. VI.67: Exemplu de model la începutul rulașului: a) sunt afișate centrele particulelor; b) sunt afișate particulele cu forma reală

În realizarea modelelor s-au parcurs următoarele etape:

- așezarea stratului inferior alcătuit din 3000 de particule de 5.6mm;
- așezarea stratului superior format din particule de 4.0mm, în etape de câte 1000 de particule, până la atingerea cotei superioare;

- crearea fundației, având blocate rotațiile pe toate direcțiile și deplasările în plan orizontal. În plus, fundația nu este afectată de gravitație;
- aplicarea încărcărilor asupra fundației și înregistrarea rezultatelor. Încărcările sunt aplicate treptat, pornind de la 14.5N, și crescând încărcarea cu 50% când tasările succesive ale acesteia sunt reduse.

Pentru o analiză exhaustivă a comportării pământului sub încărcarea fundației, s-a propus următorul plan ideal de modelare, ce ține cont de variația posibilă a mai multor factori:

**Tab. VI.12: Plan de modelare propus pentru a ține cont de variația tuturor factorilor**

Parametru	Metoda de variație
Modul de aplicare al încărcării - 3 ipoteze -	1. Încărcare incrementată la fiecare pas de timp
	2. Încărcare incrementată la stabilizarea tasărilor
	3. Încărcare cu deformație impusă
Adâncimea fundației - 4 ipoteze -	1. Fundație așezată la suprafața terenului
	2-4. Fundație așezată la diferite adâncimi: 1.0; 2.0; 3.0 cm
Parametru	Metoda de variație
Gradul de îndesare / porozitatea - 3 ipoteze -	1. Pământ afânat
	2. Pământ mediu îndesat
	3. Pământ îndesat
Unghiul de frecare al materialului - 15 ipoteze -	1-15. Unghiuri de frecare variabile între 5° și 40°
Forma particulelor - 4 ipoteze -	1. Cuburi
	2. Sfere
	3. Cuburi și sfere
	4. Forme complexe
Lățimea fundației - 10 ipoteze -	1-10. Lățimea fundației între 1.5cm și 10cm
Dimensiunile particulelor - 3 ipoteze -	1-3. Particule cu diferite grade de uniformitate ale particulelor
Total:	64800 de modele

Deoarece numărul mare de variabile conduce la 64800 de modele, urmărind un minim de ipoteze de variație, s-a decis ca doar influența variației unghiului de frecare internă să fie studiată. Astfel, s-a respectat următorul plan de modelare:

**Tab. VI.13: Planul de modelare respectat**

Parametru	Valorile alese
Modul de aplicare al încărcării	Încărcare incrementată la stabilizarea tasărilor
Adâncimea fundației	Fundație așezată la suprafața terenului
Gradul de îndesare / porozitatea - 4 ipoteze -	Pământ îndesat:
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- valoare constantă a gradului de îndesare pentru diferite unghiuri de frecare;</li> <li>- 3 modele în plus pentru <math>\phi=10^\circ</math>, cu modificarea gradului de îndesare</li> </ul>

Parametru	Valorile alese
Unghiul de frecare al materialului - 16 ipoteze -	1-16. Unghiuri de frecare variabile între $5^\circ$ și $39^\circ$
Forma particulelor	Cuburi
Lățimea fundației	8cm
Dimensiunile particulelor	0.56cm în bază și 0.40cm în zona superioară
Total:	19 de modele

### VI.3.8 Rezultate

Pentru fiecare rulaj efectuat, s-au extras diagramele de variație a tasării cu încărcarea, precum și exprimarea acestora în timp, alături de variația energiei cinetice totale a modelului. Totodată, pentru urmărirea mecanismului de cedare, s-au realizat grafice cu vectorii de deplasare a particulelor între diferiți pași de timp. Pentru acestea, s-a utilizat o scară de culori în funcție de deplasarea totală a fiecărei particule, de la roșu, însemnând deplasare maximă, către albastru, însemnând deplasare minimă.

#### Model 1. $I_D=0.9$ , $n=9\%$ , $\phi=5.0^\circ$

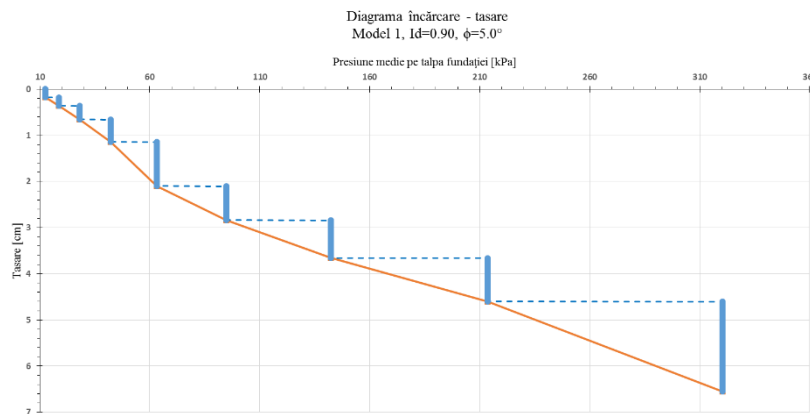


Fig. VI.68: Diagrama încărcare-tasare

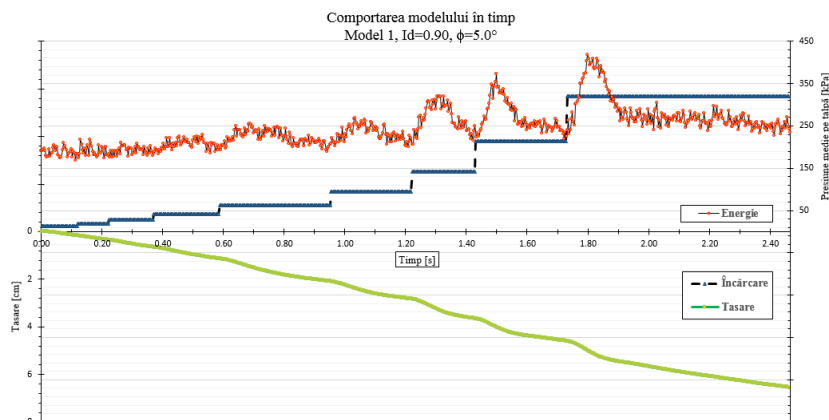
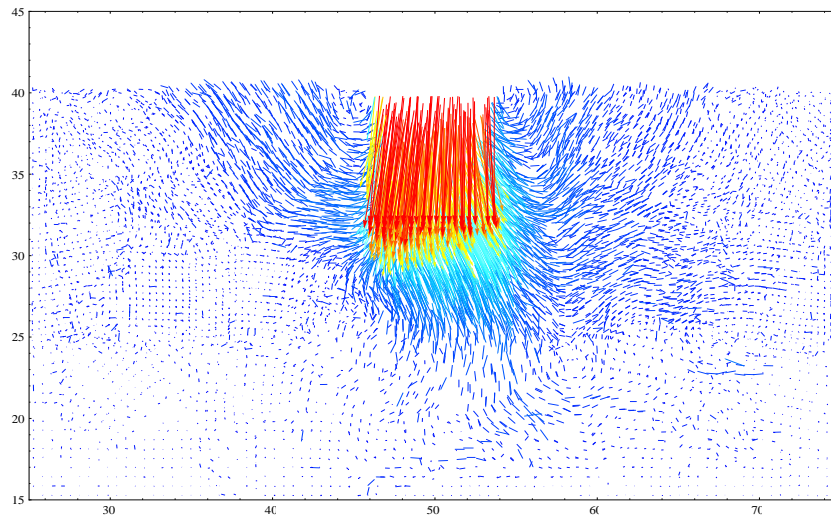
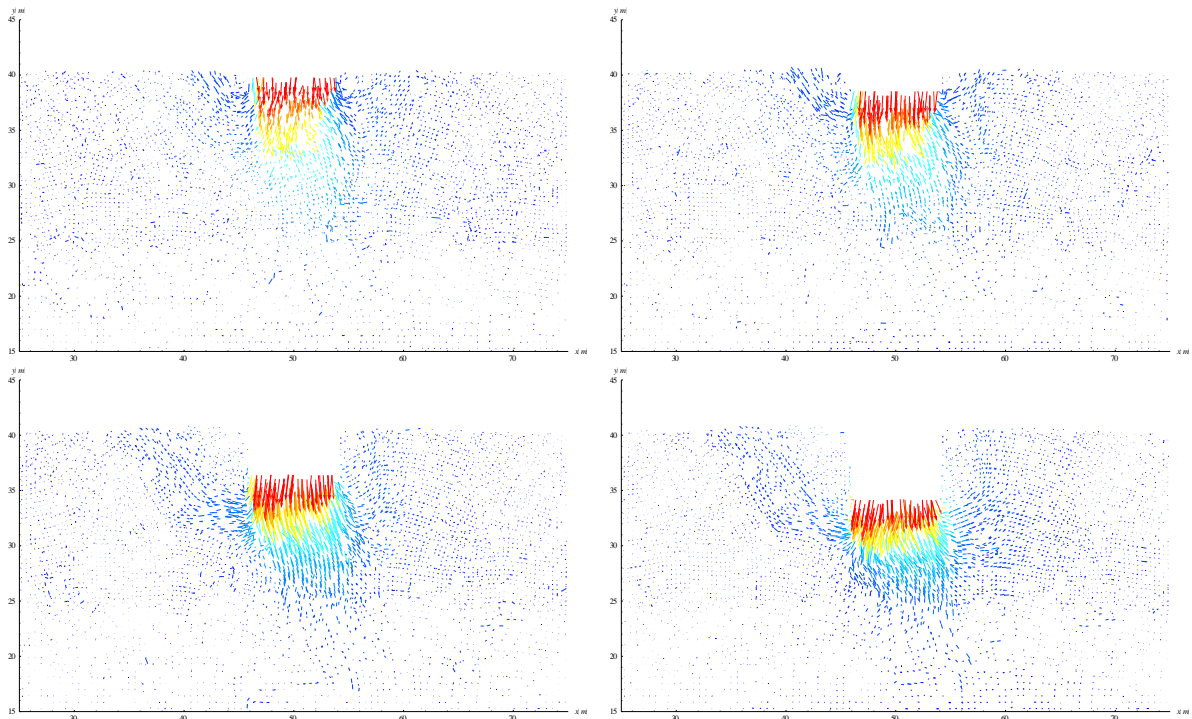


Fig. VI.69: Comportarea în timp a modelului



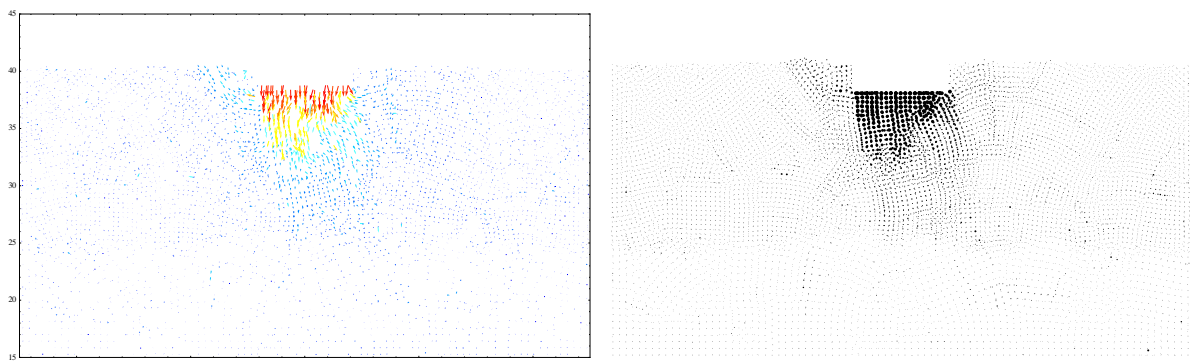


**Fig. VI.70: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**

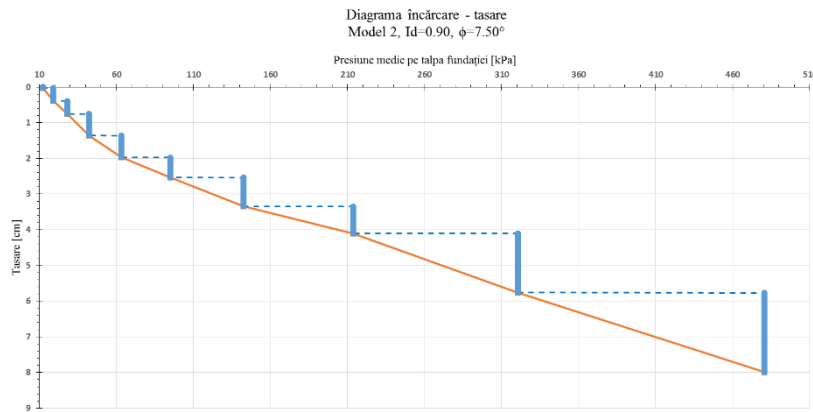
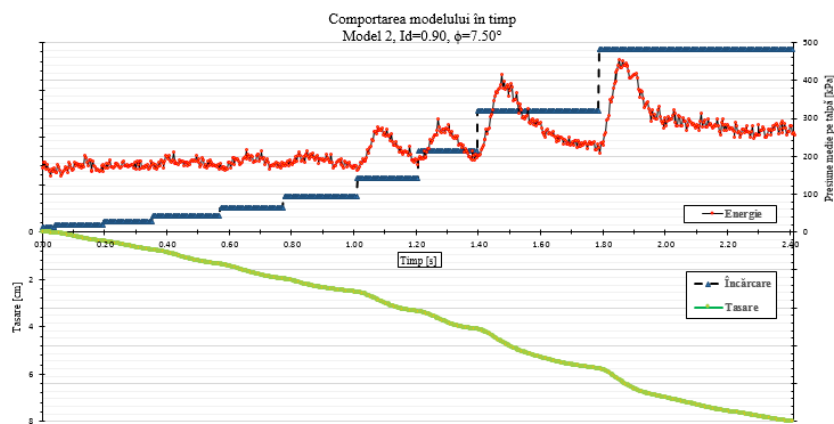
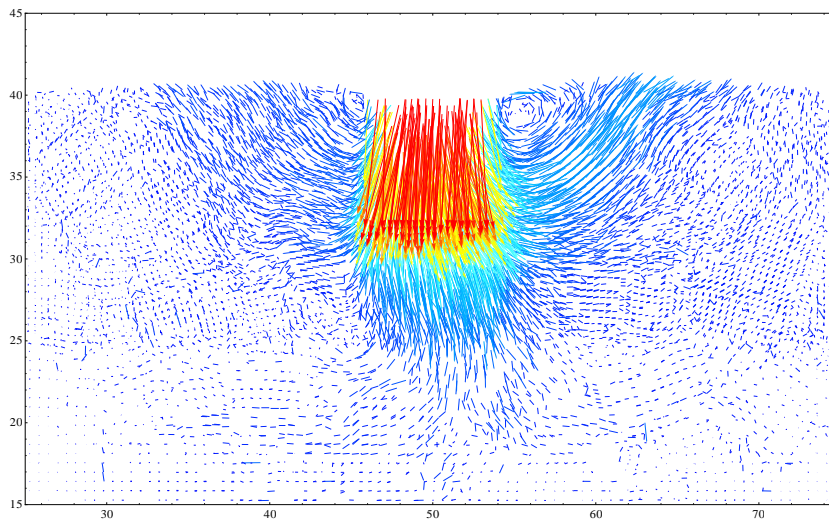


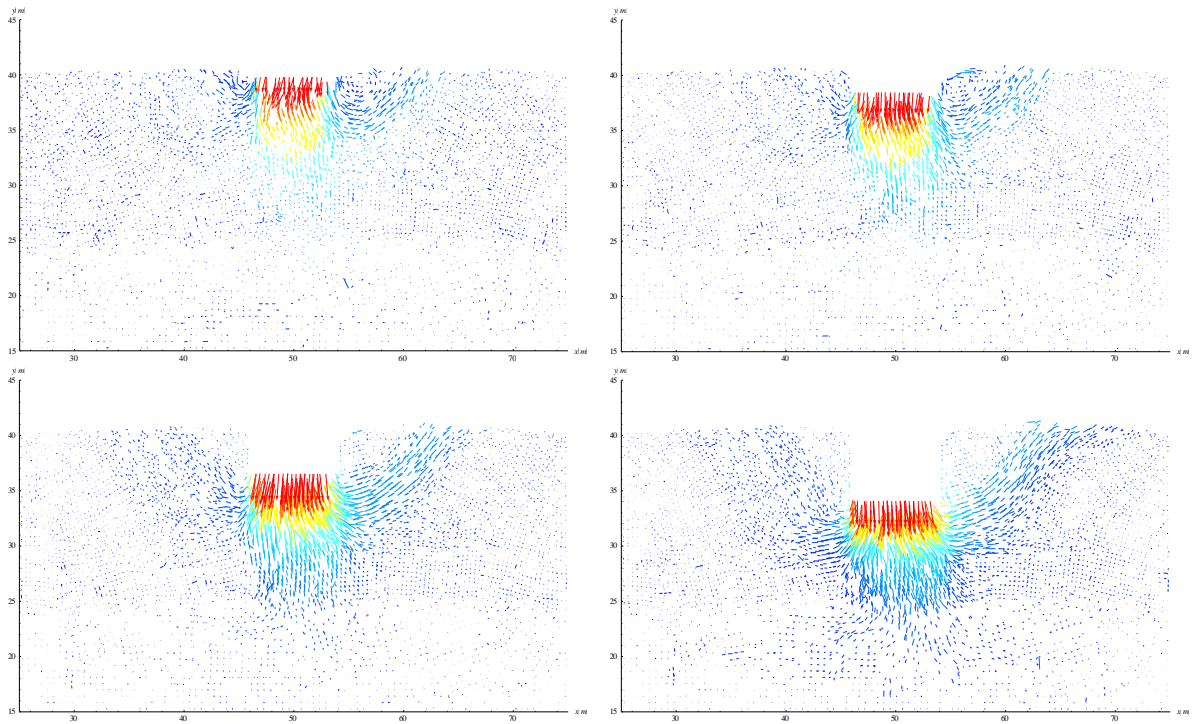
**Fig. VI.71: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare**

În acest model se observă o cedare prin poansonare în etapa aplicării sarcinii de 42kPa.



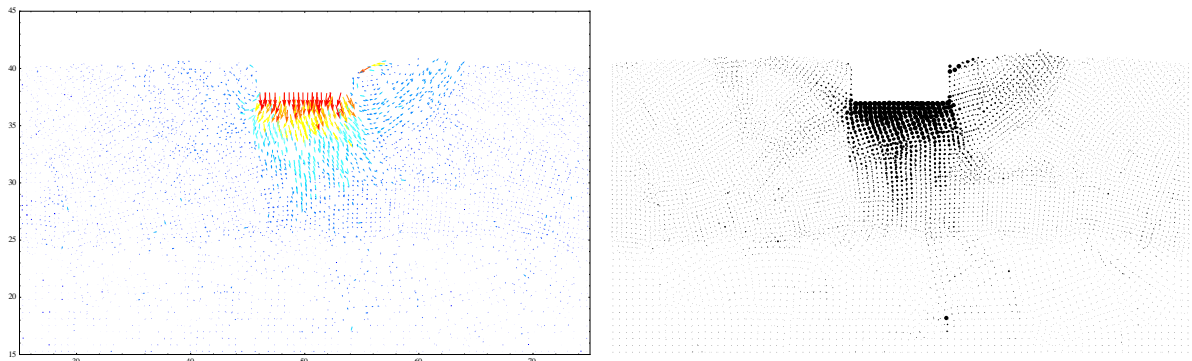
**Fig. VI.72: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea**

**Model 2.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=7.5^\circ$** **Fig. VI.73: Diagrama încărcare-tasare****Fig. VI.74: Comportarea în timp a modelului****Fig. VI.75: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**



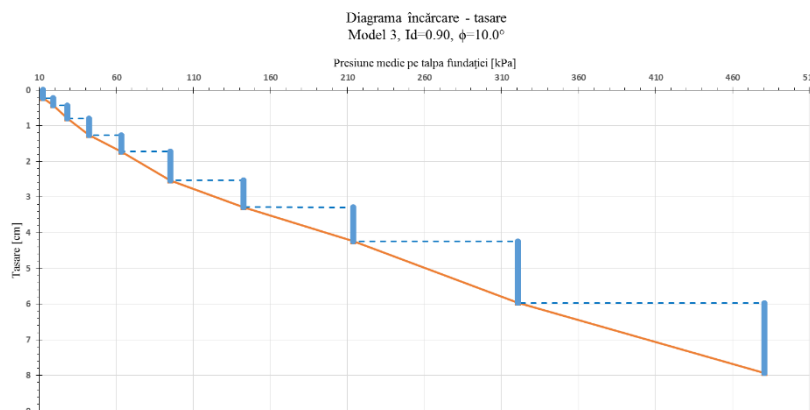
**Fig. VI.76: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare**

În acest model se observă o cedare inițială prin poansonare, în dreptul încărcării de 63kPa, continuată printr-o cedare de tip local sub încărcarea de 213kPa.

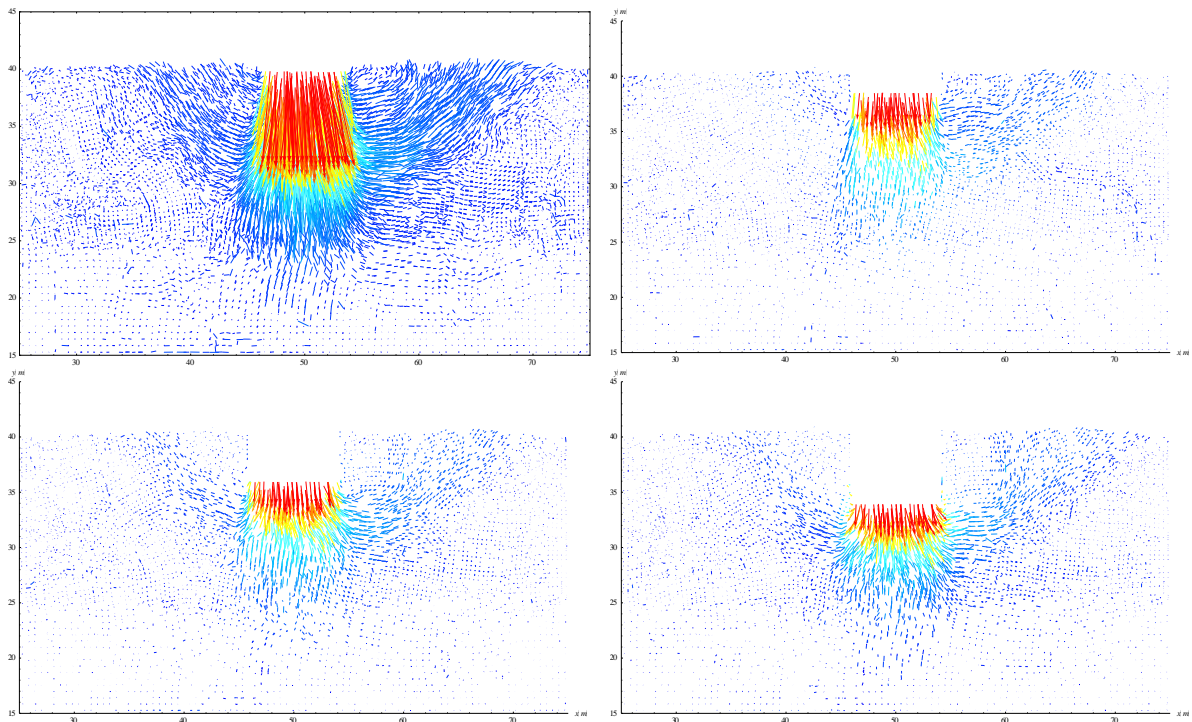
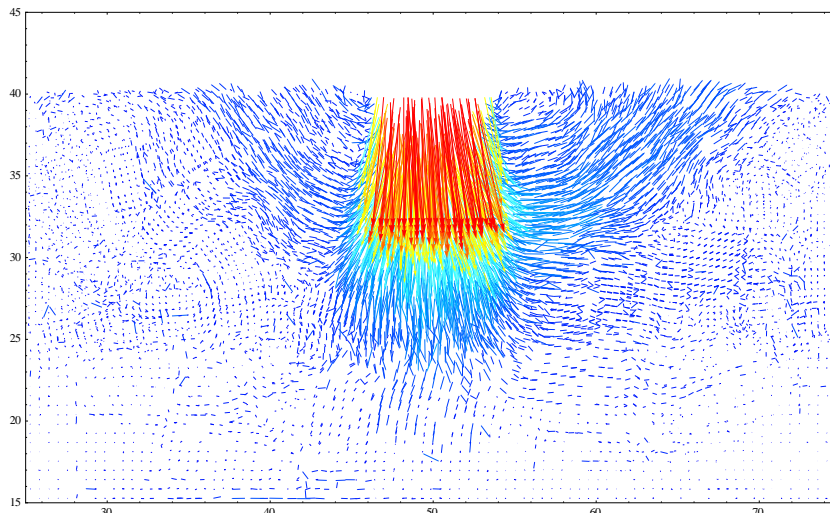
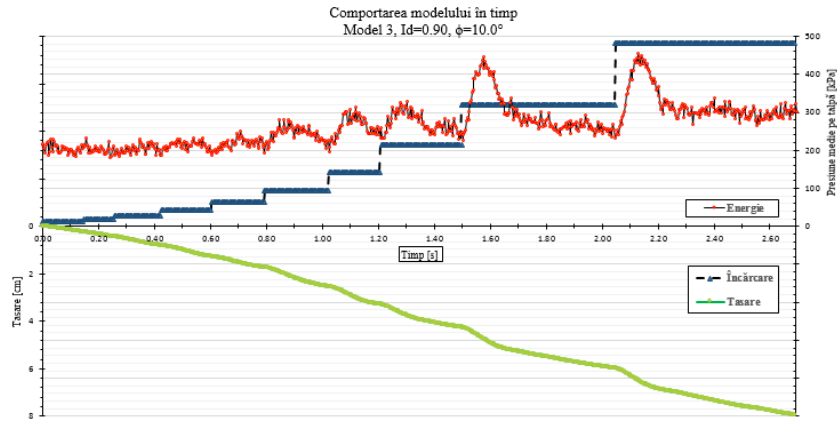


**Fig. VI.77: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea**

**Model 3.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=10.0^\circ$**



**Fig. VI.78: Diagrama încărcare-tasare**



În acest mode, cedarea are loc prin poansonare, sub treapta de 63kPa.

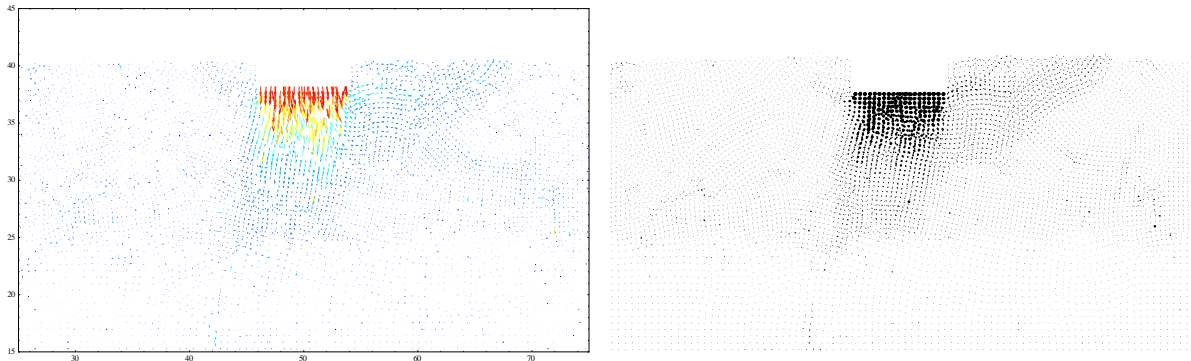


Fig. VI.82: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea

*Model 4.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=12.5^\circ$*

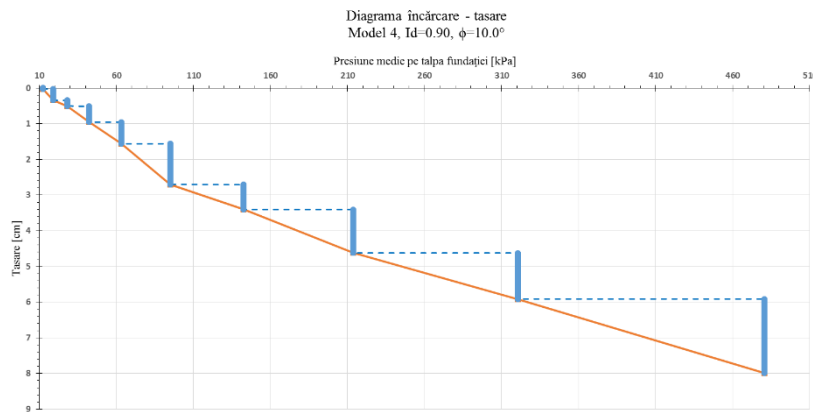


Fig. VI.83: Diagrama încărcare-tasare

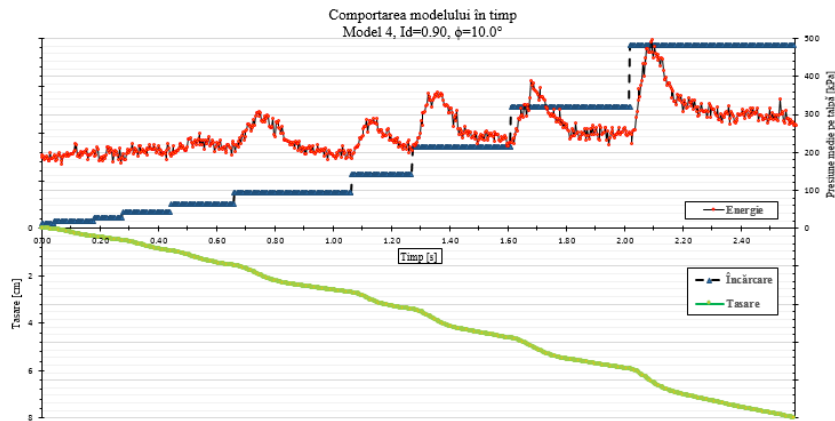
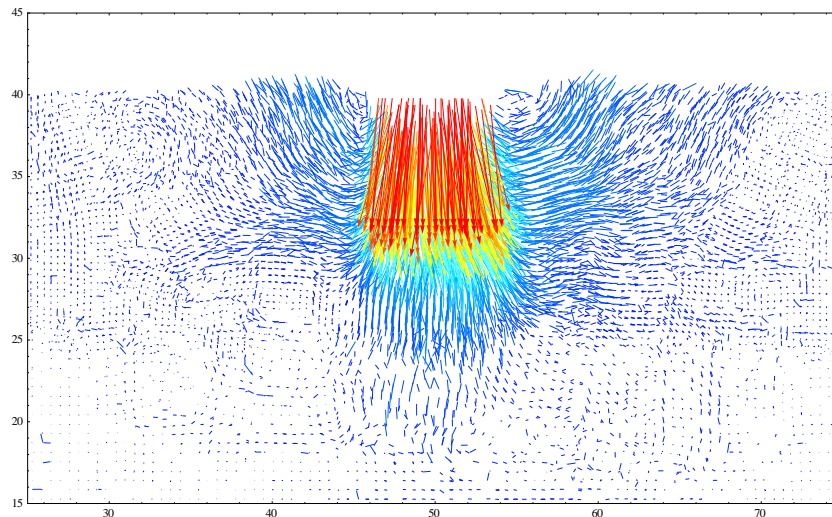
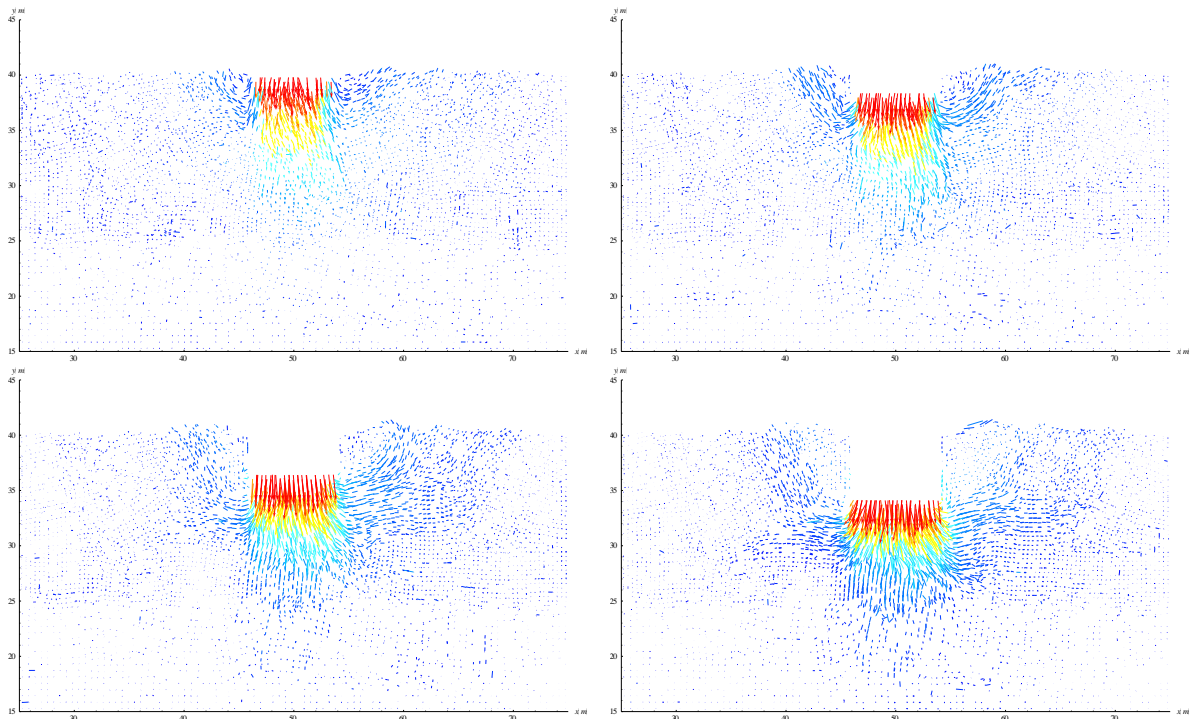


Fig. VI.84: Comportarea în timp a modelului

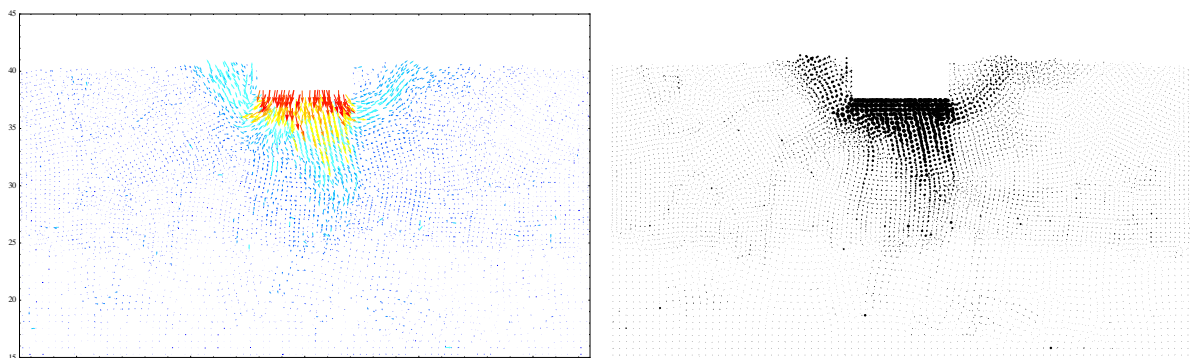


**Fig. VI.85: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**

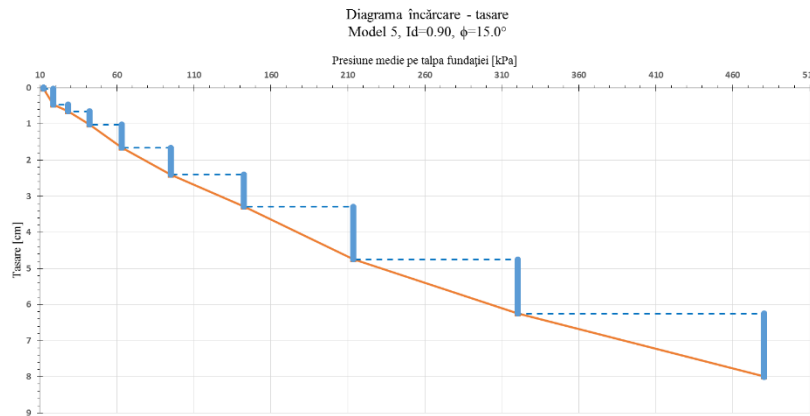
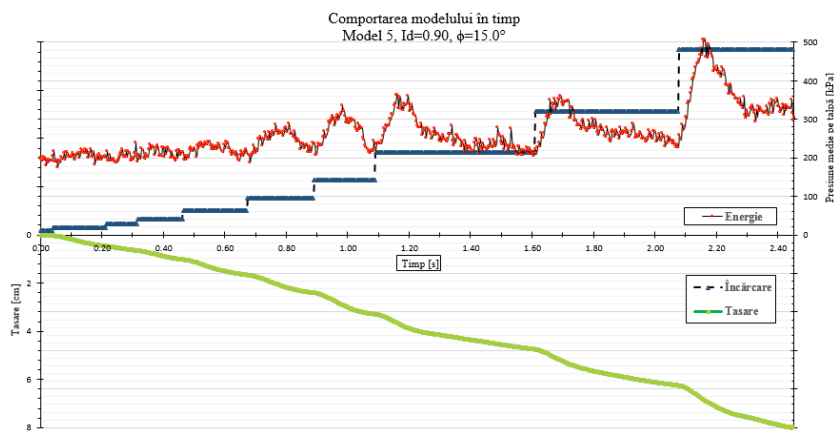
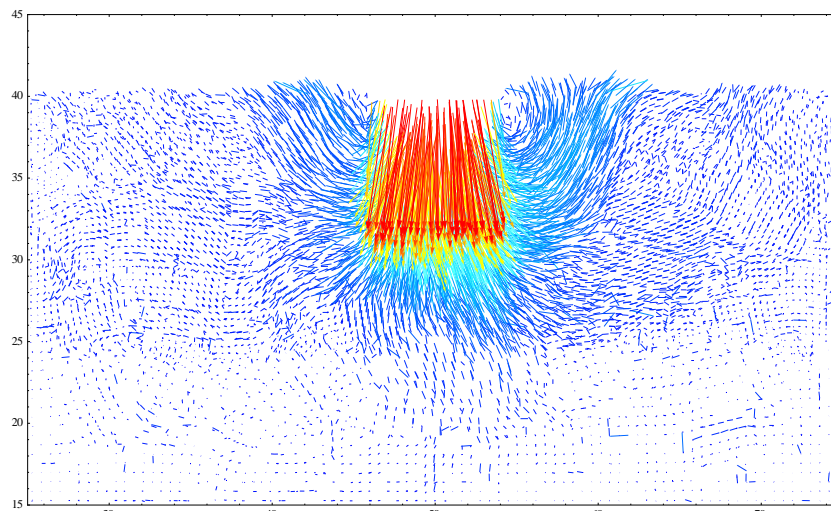


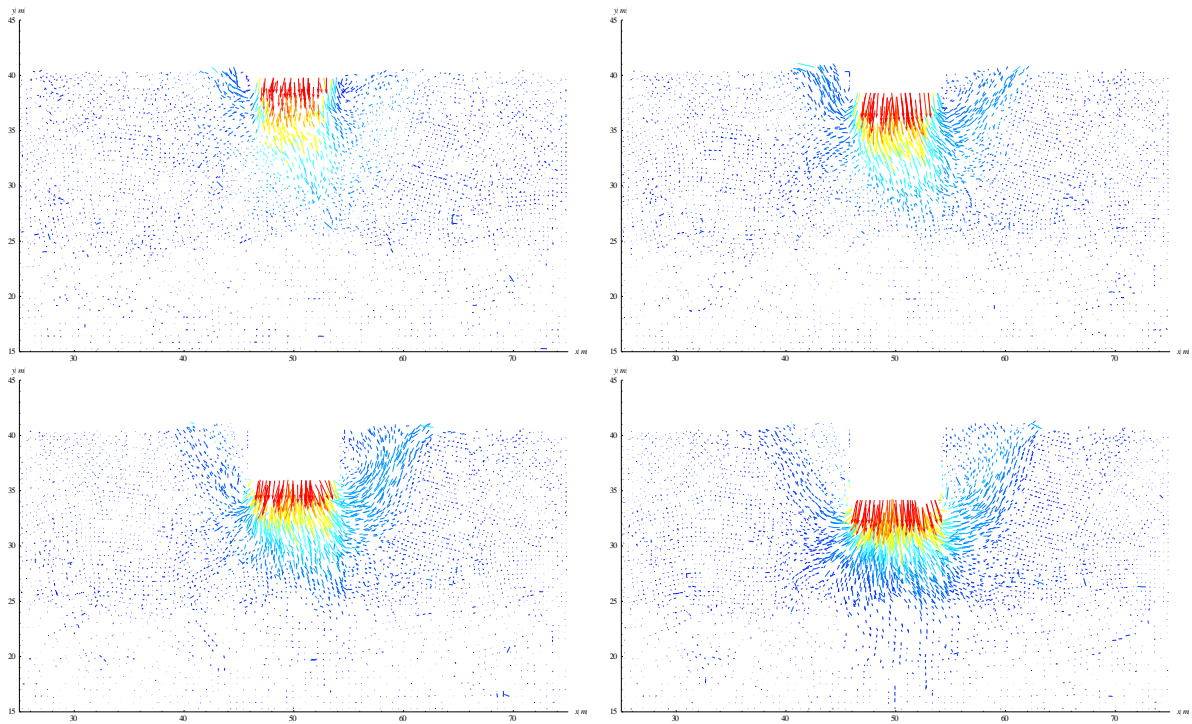
**Fig. VI.86: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare**

În acest model se observă o cedare de tip general sub treapta de 63kPa.



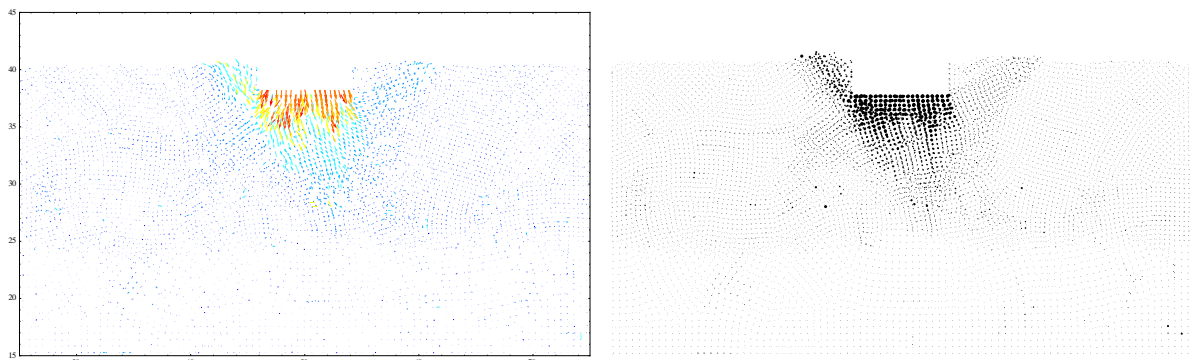
**Fig. VI.87: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea**

**Model 5.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=15.0^\circ$** **Fig. VI.88: Diagrama încărcare-tasare****Fig. VI.89: Comportarea în timp a modelului****Fig. VI.90: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**



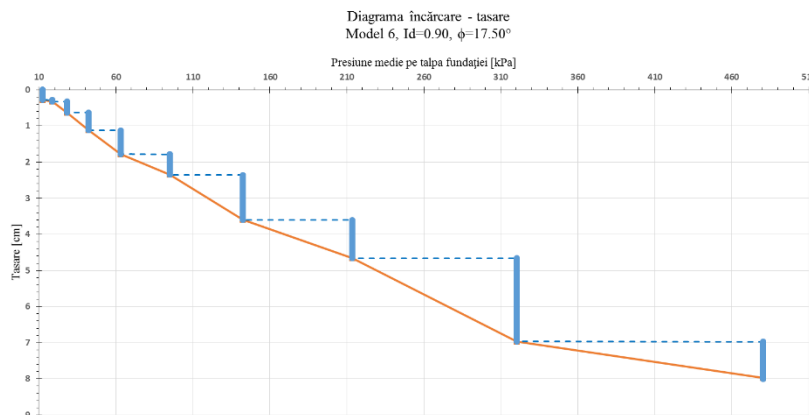
**Fig. VI.91: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare**

În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 63kPa.



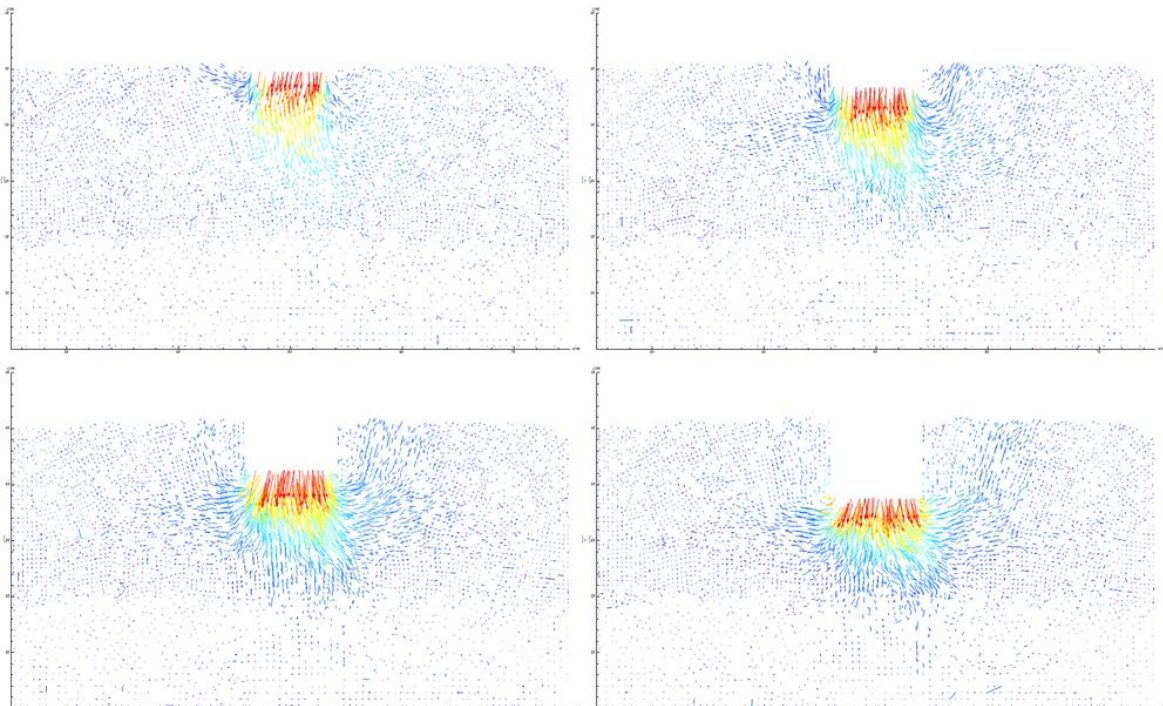
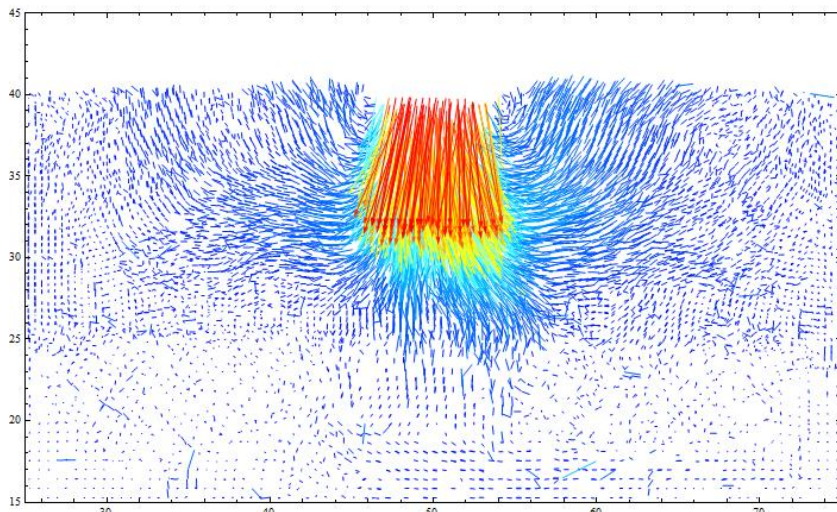
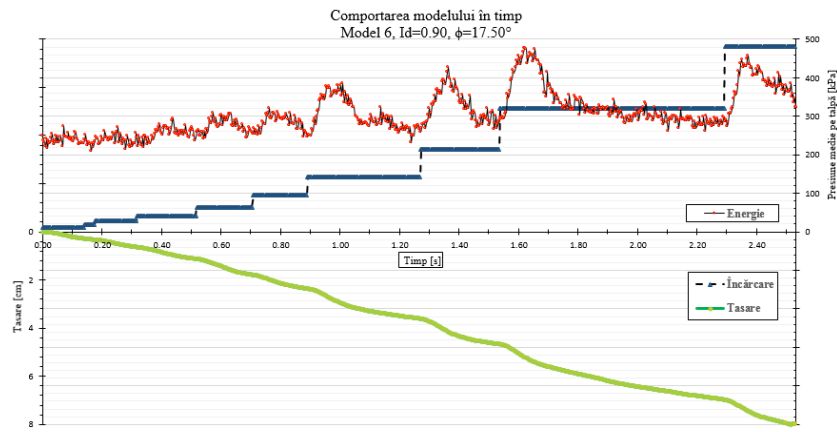
**Fig. VI.92: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea**

**Model 6.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=17.5^\circ$**



**Fig. VI.93: Diagrama încărcare-tasare**





În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 63kPa.

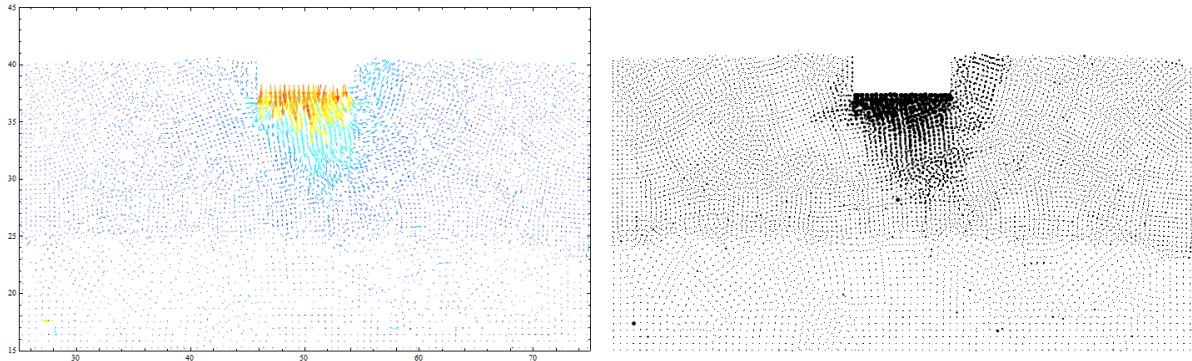


Fig. VI.97: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea

*Model 7.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=20.0^\circ$*

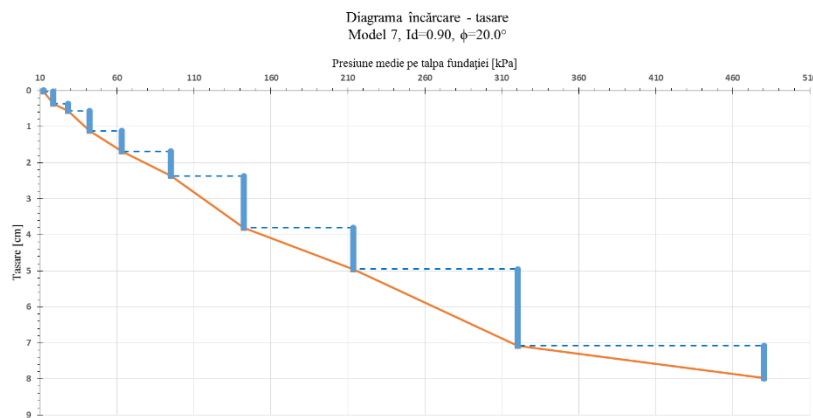


Fig. VI.98: Diagrama încărcare-tasare

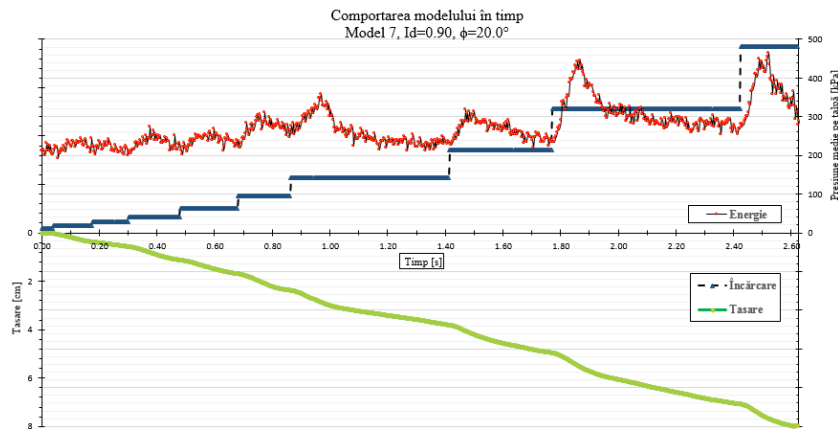
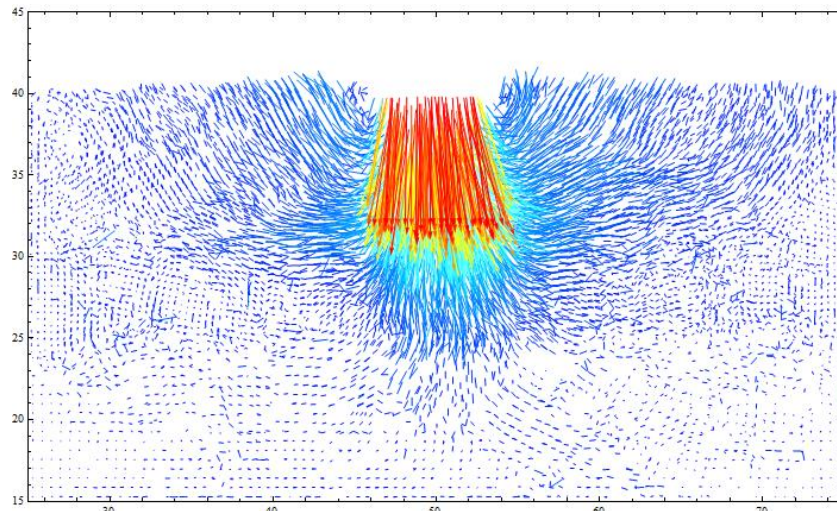
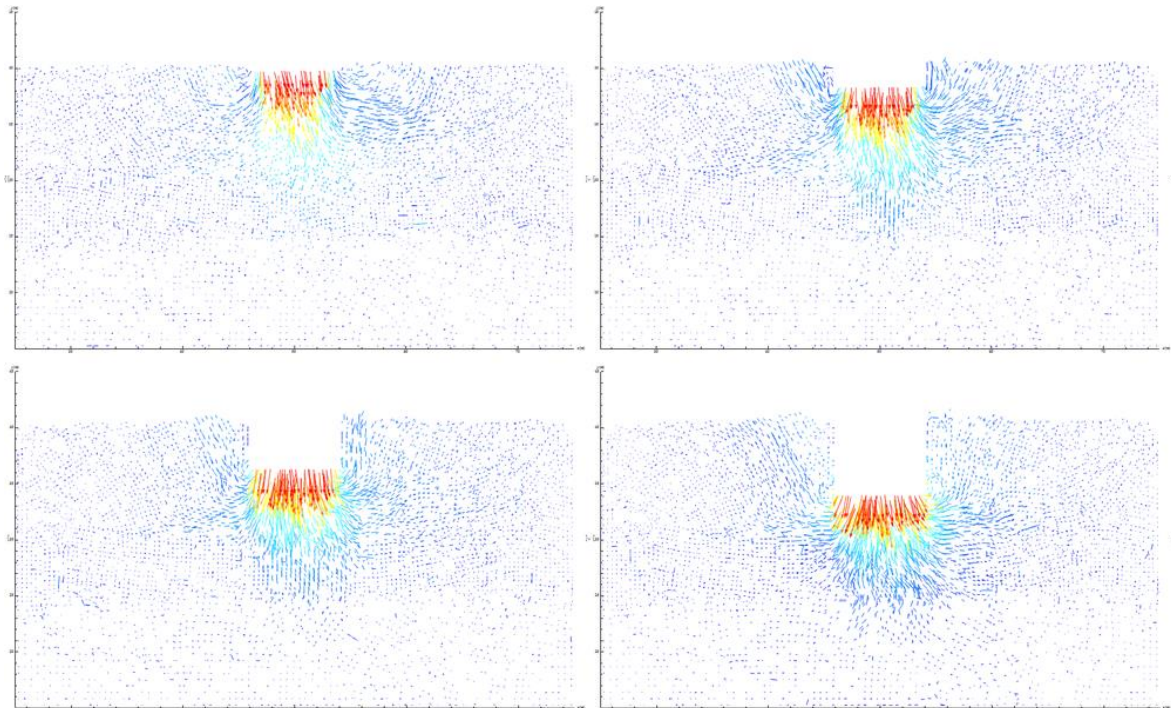


Fig. VI.99: Comportarea în timp a modelului

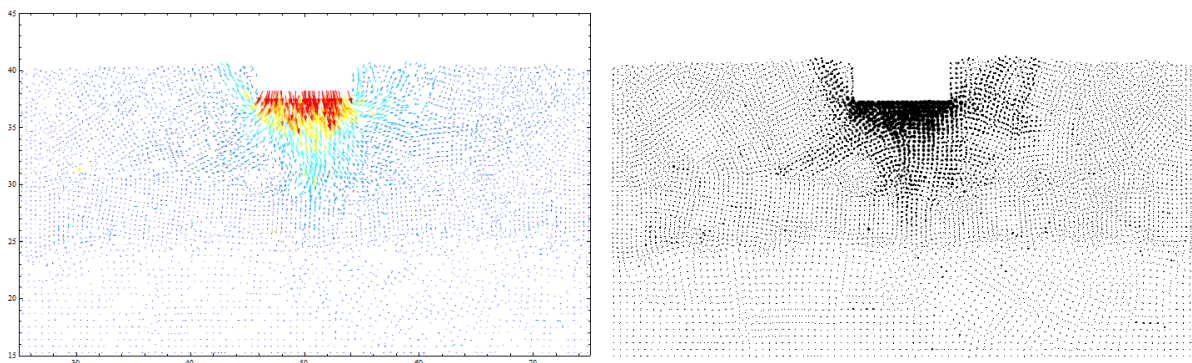


**Fig. VI.100: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**

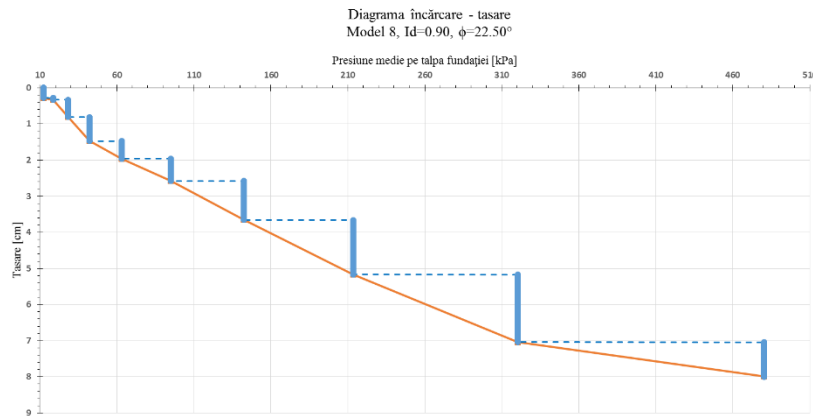
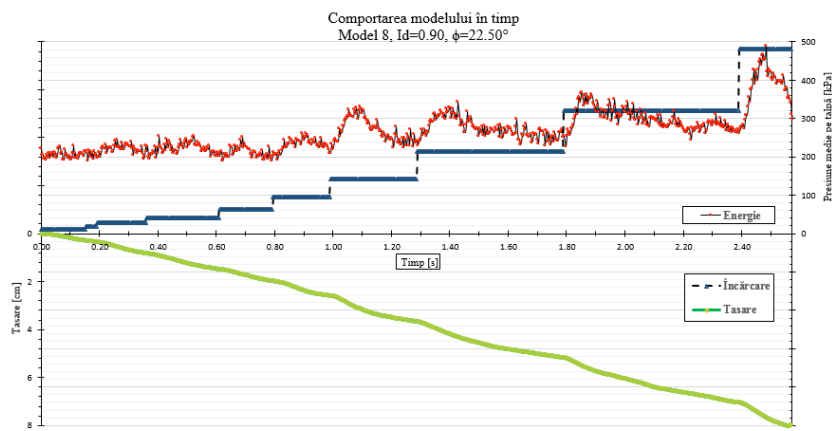
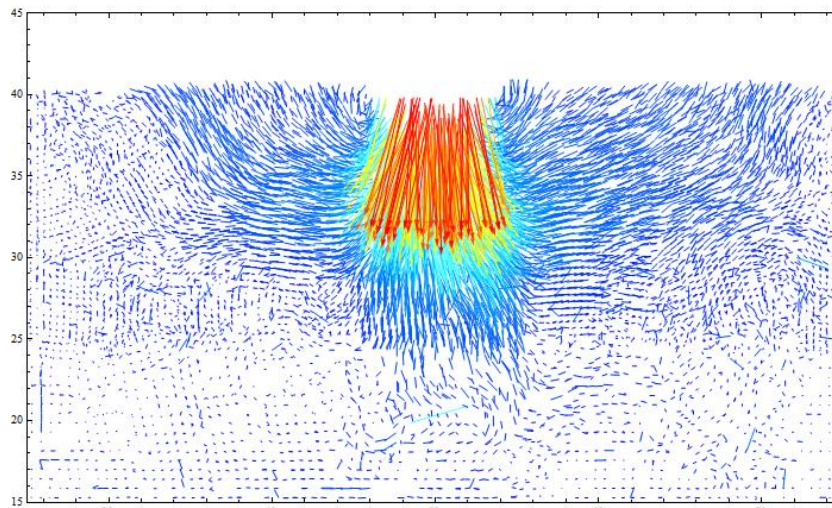


**Fig. VI.101: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare**

În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 63kPa.



**Fig. VI.102: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea**

**Model 8.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=22.5^\circ$** **Fig. VI.103: Diagrama încărcare-tasare****Fig. VI.104: Comportarea în timp a modelului****Fig. VI.105: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**

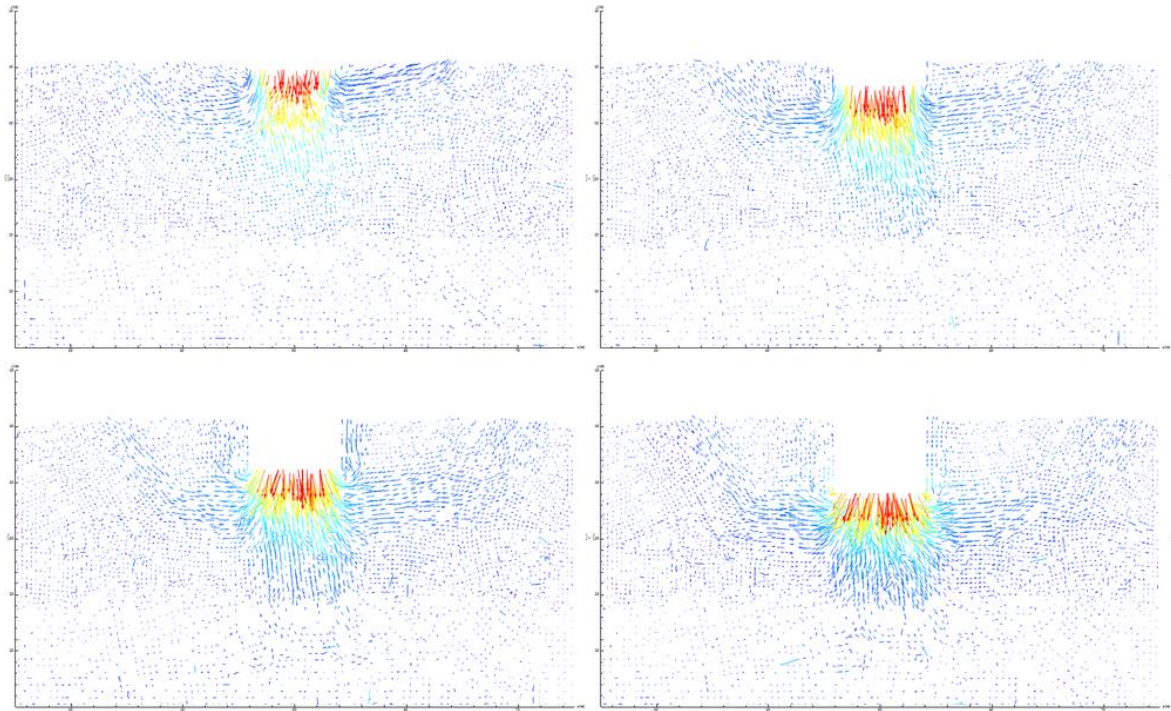


Fig. VI.106: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare

În acest model se observă o cedare prin poansonare în etapa aplicării sarcinii de 63kPa.

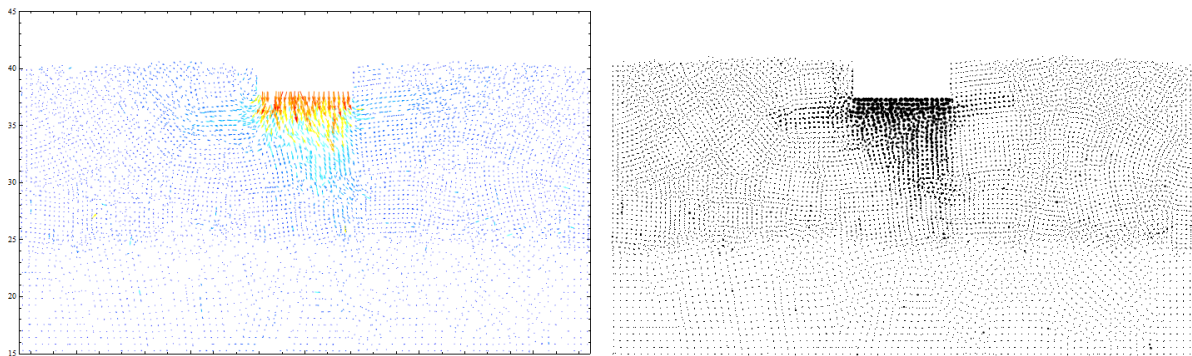


Fig. VI.107: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea

**Model 9.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=25.0^\circ$**

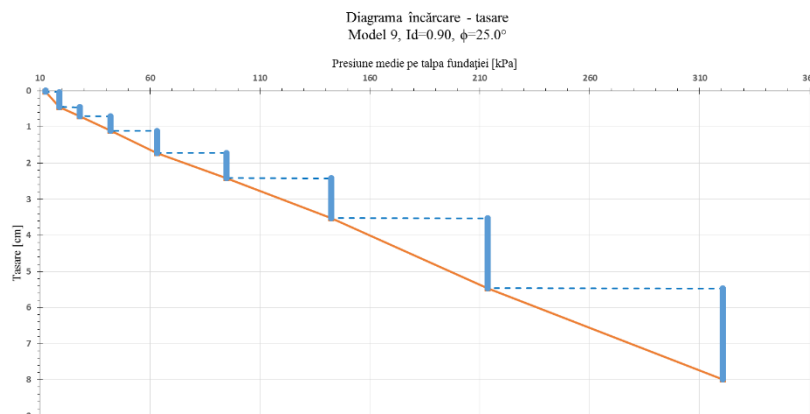
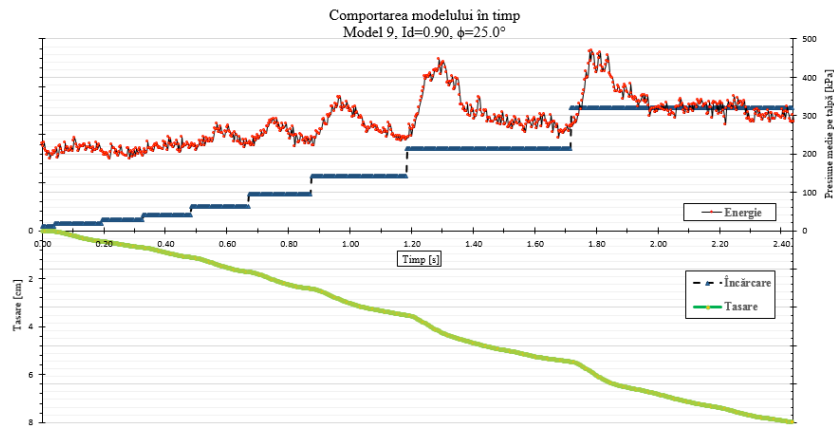
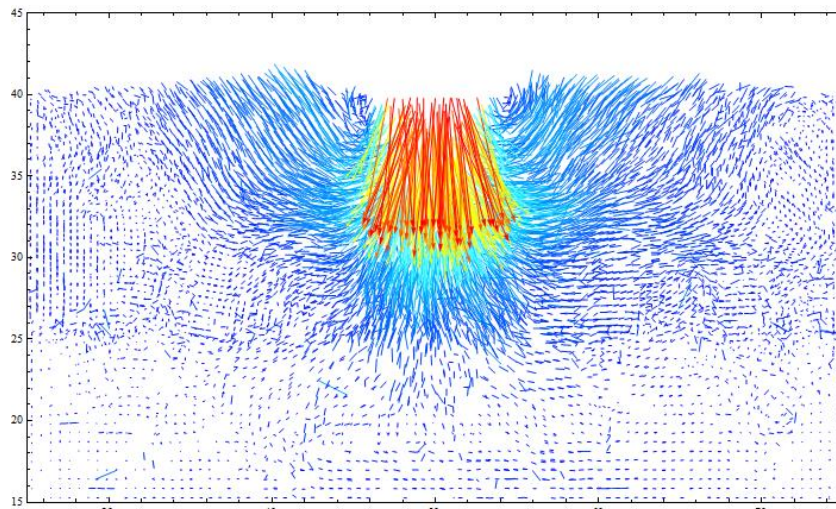


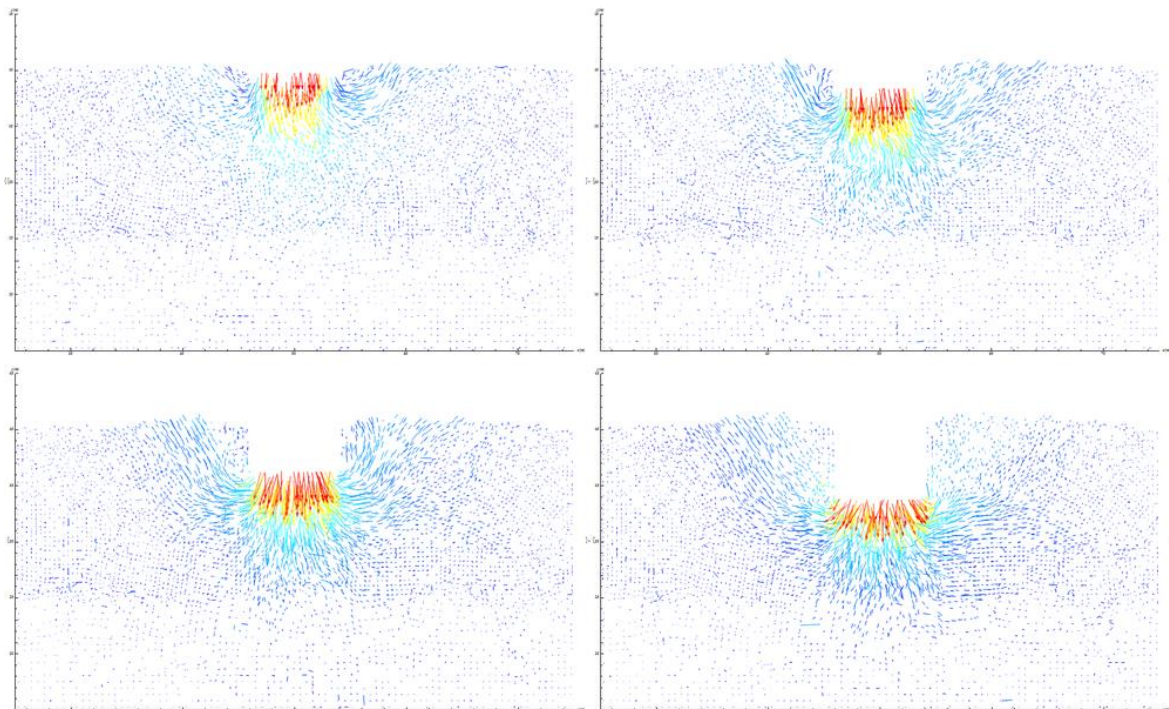
Fig. VI.108: Diagrama încărcare-tasare



**Fig. VI.109: Comportarea în timp a modelului**



**Fig. VI.110: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**



**Fig. VI.111: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare**

În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 63kPa.

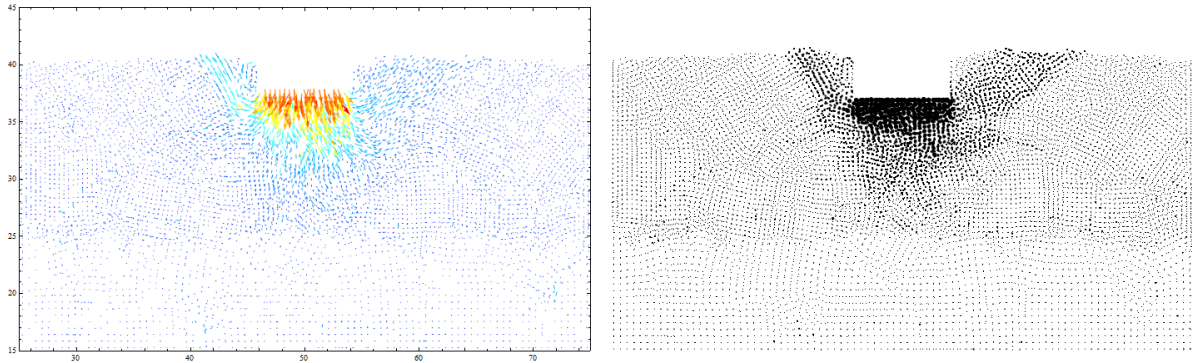


Fig. VI.112: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea

Model 10.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=27.5^\circ$

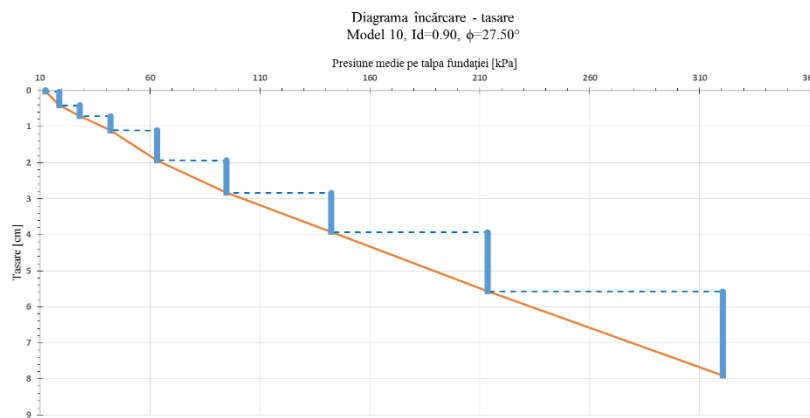


Fig. VI.113: Diagrama încărcare-tasare

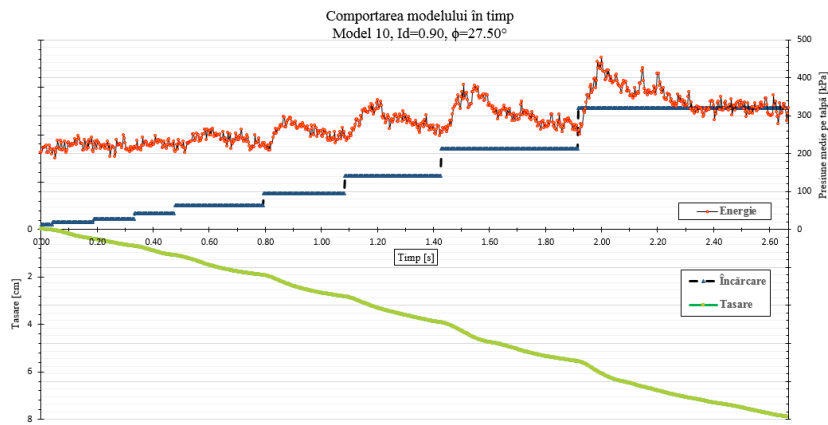
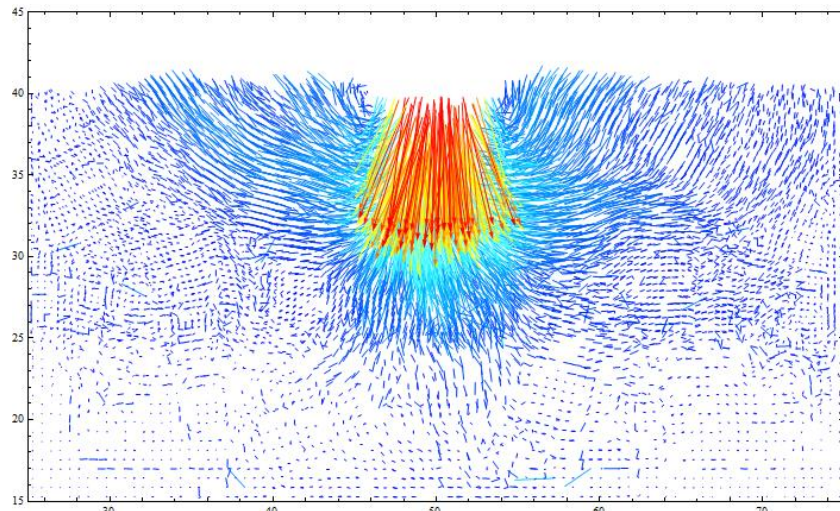
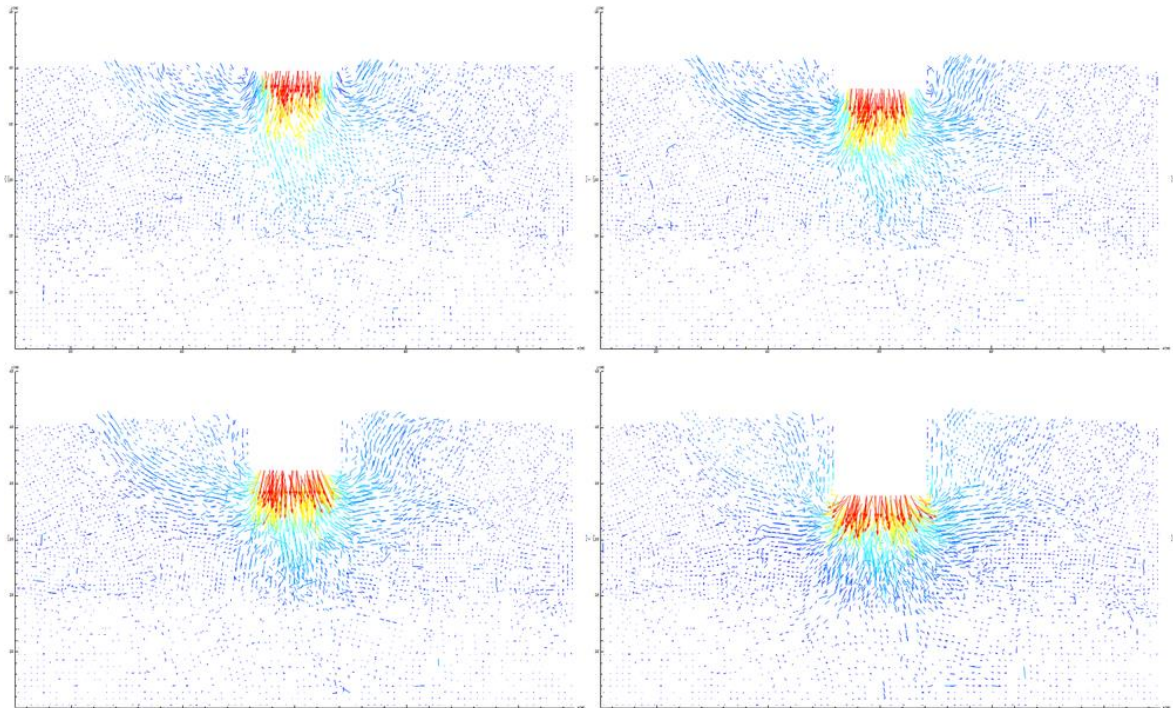


Fig. VI.114: Comportarea în timp a modelului

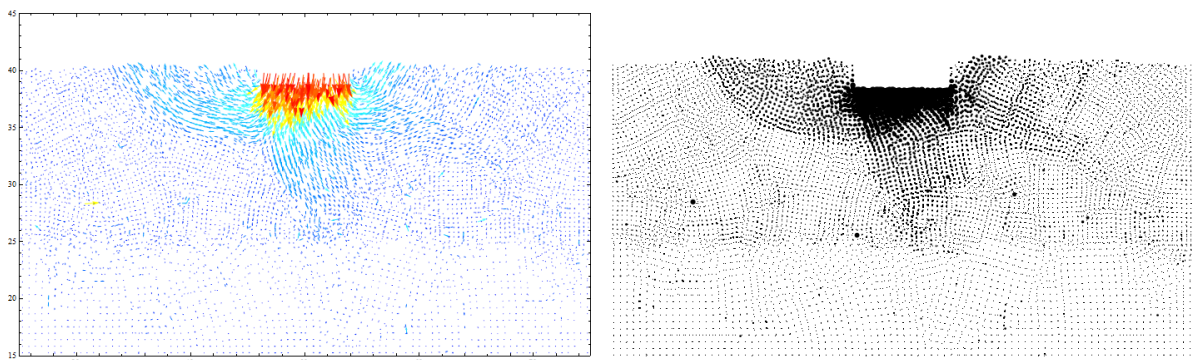


**Fig. VI.115: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**



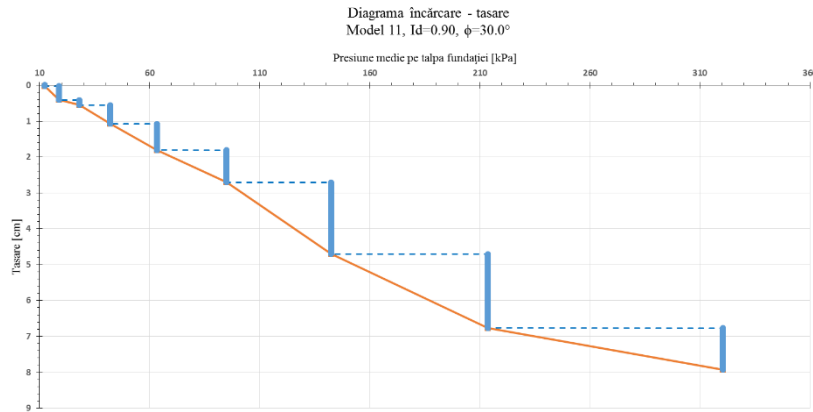
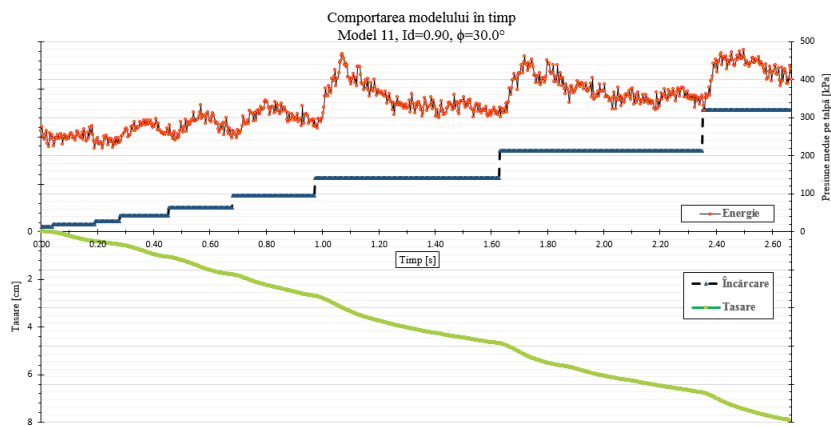
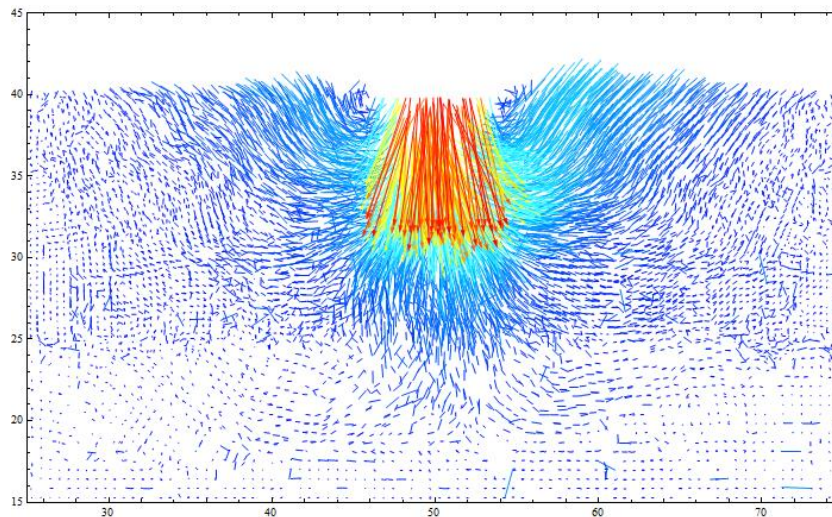
**Fig. VI.116: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare**

În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 42kPa.



**Fig. VI.117: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea**



**Model 11.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=30.0^\circ$** **Fig. VI.118: Diagrama încărcare-tasare****Fig. VI.119: Comportarea în timp a modelului****Fig. VI.120: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**

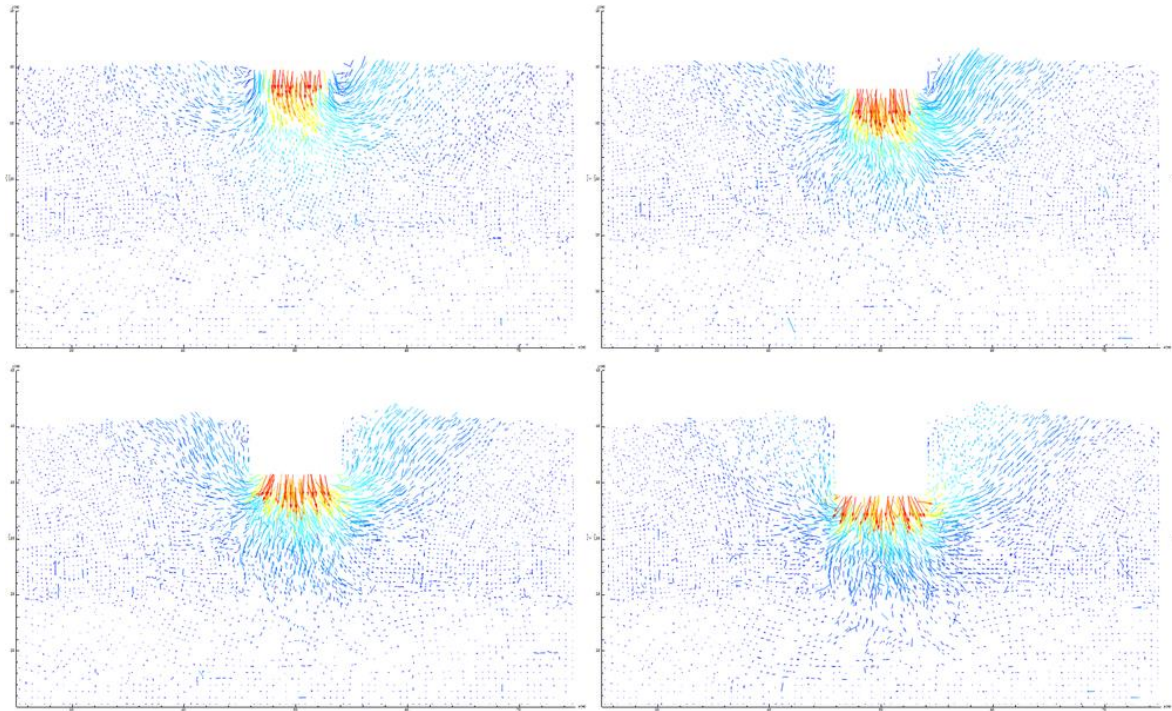


Fig. VI.121: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare

În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 42kPa.

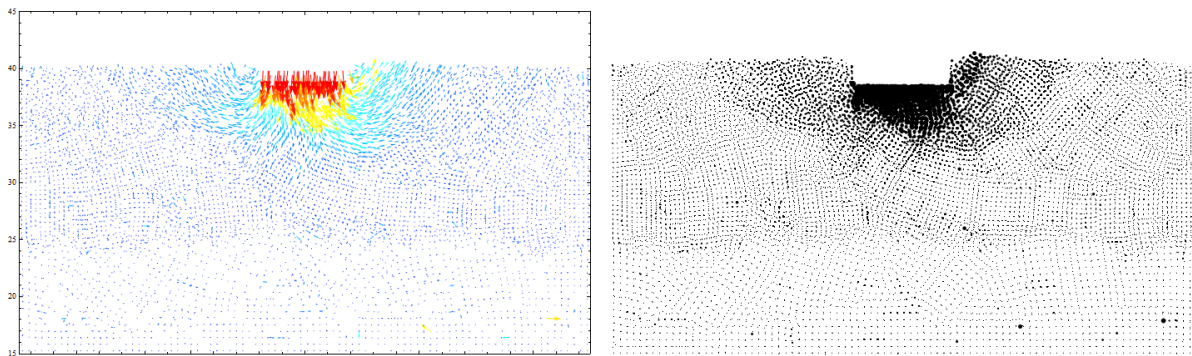


Fig. VI.122: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea

*Model 12.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=32.5^\circ$*

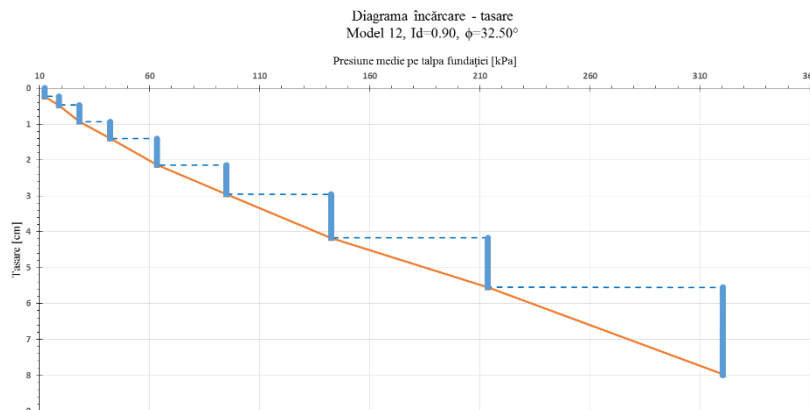


Fig. VI.123: Diagrama încărcare-tasare

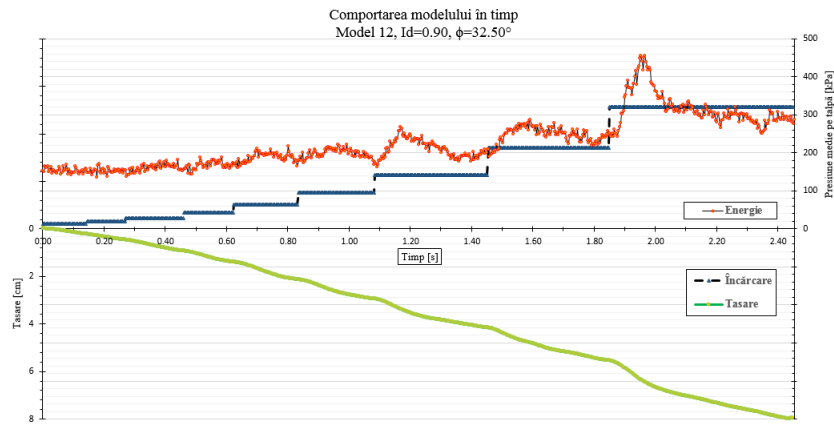


Fig. VI.124: Comportarea în timp a modelului

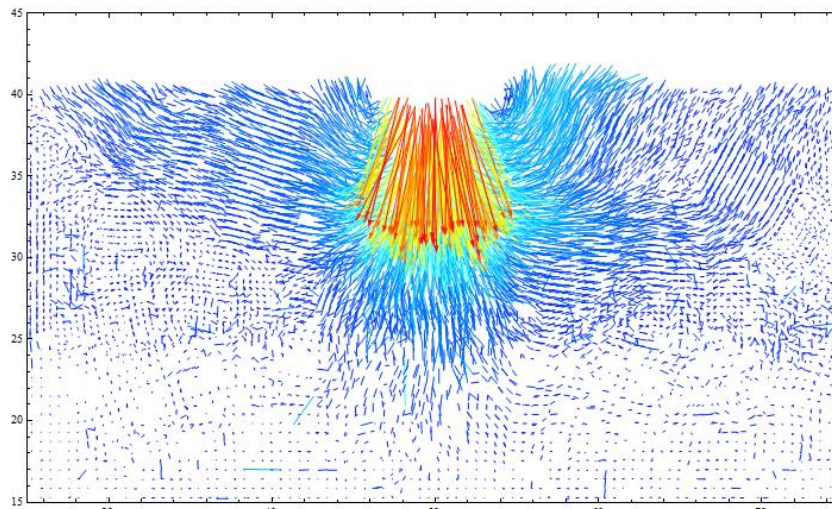


Fig. VI.125: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului

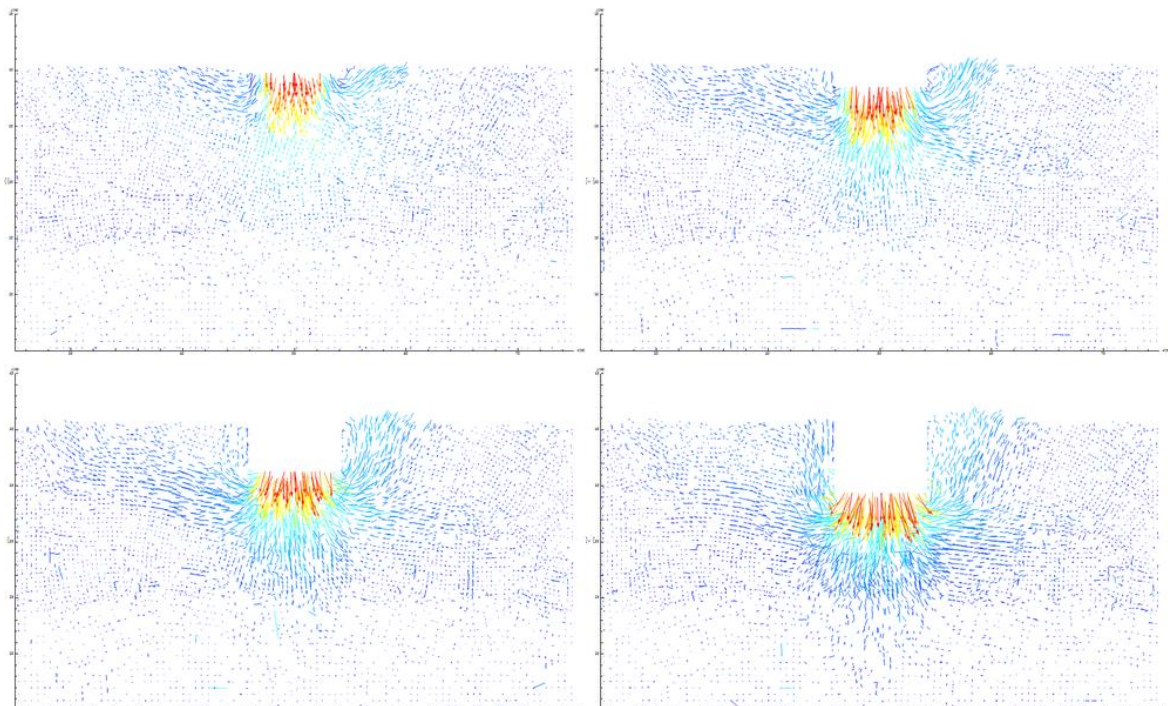


Fig. VI.126: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare

În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 63kPa.

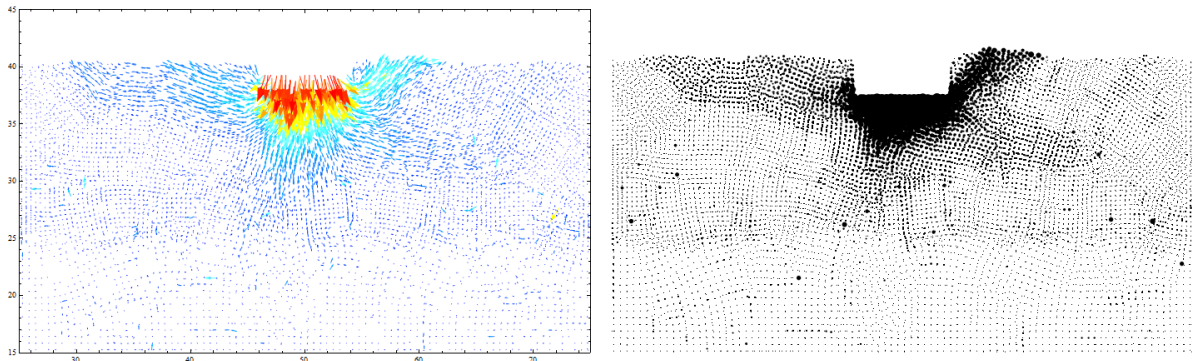


Fig. VI.127: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea

Model 13.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=35.0^\circ$

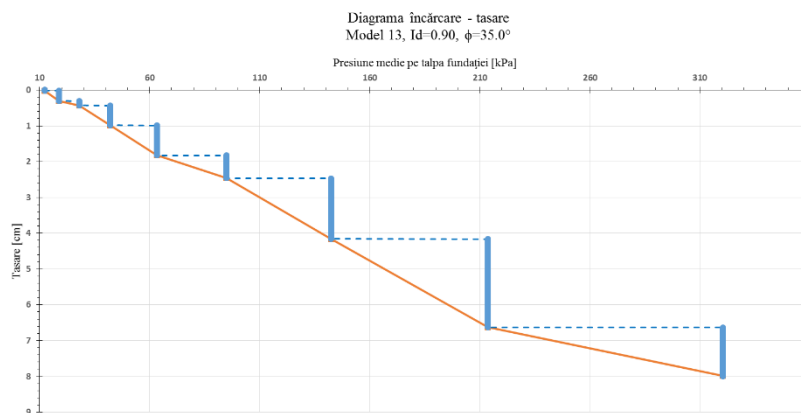


Fig. VI.128: Diagrama încărcare-tasare

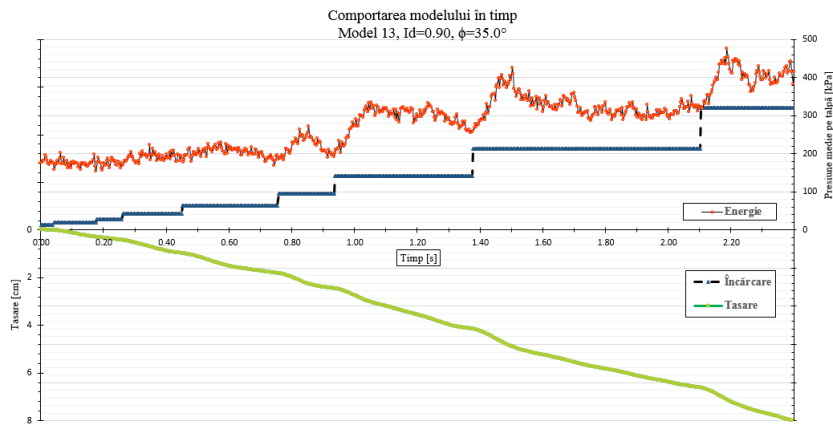
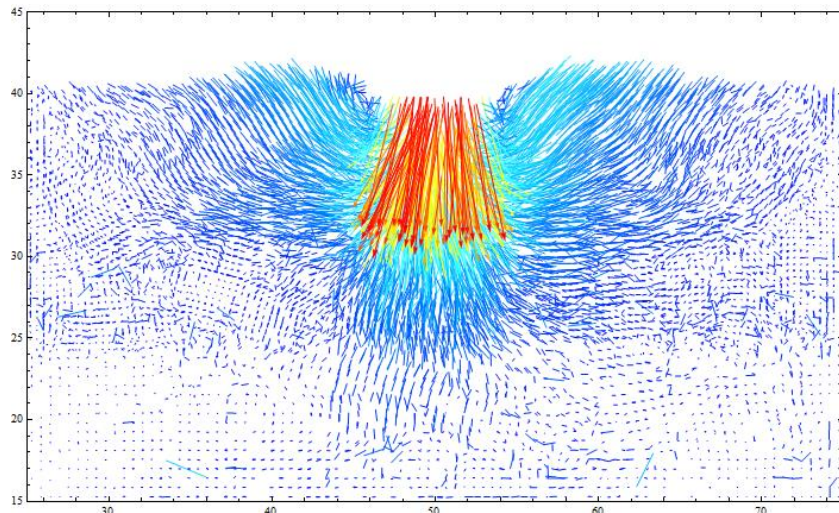
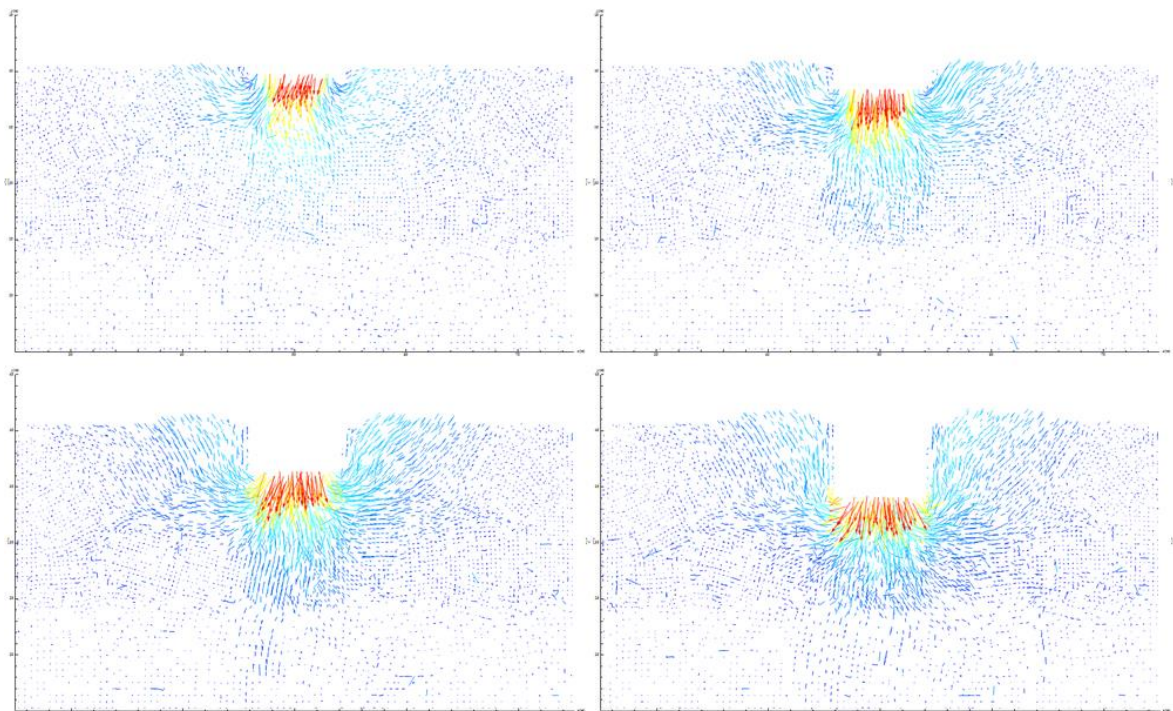


Fig. VI.129: Comportarea în timp a modelului

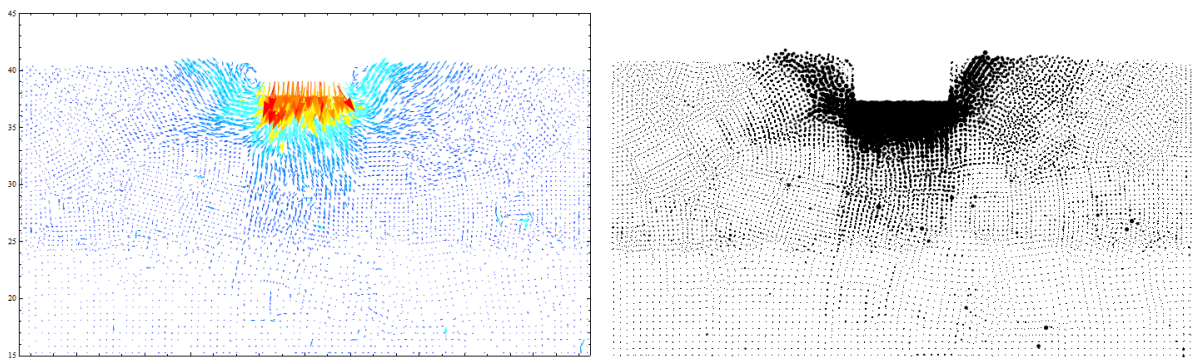


**Fig. VI.130: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**



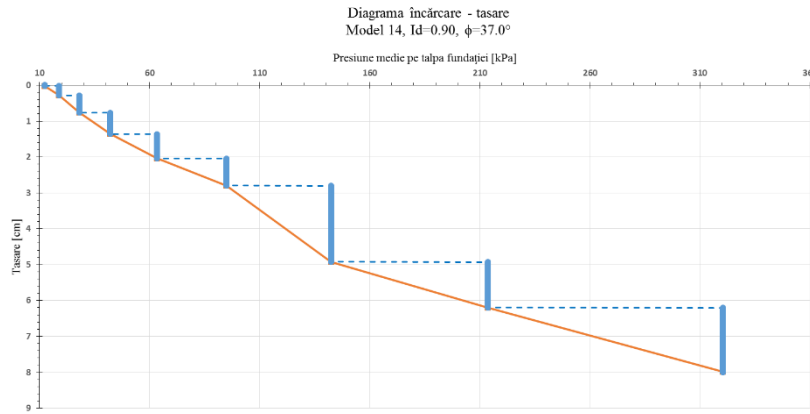
**Fig. VI.131: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare**

În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 142kPa.

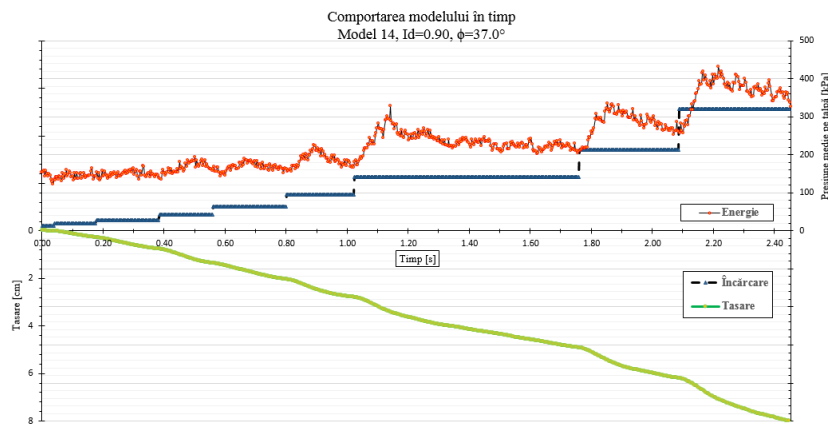


**Fig. VI.132: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea**

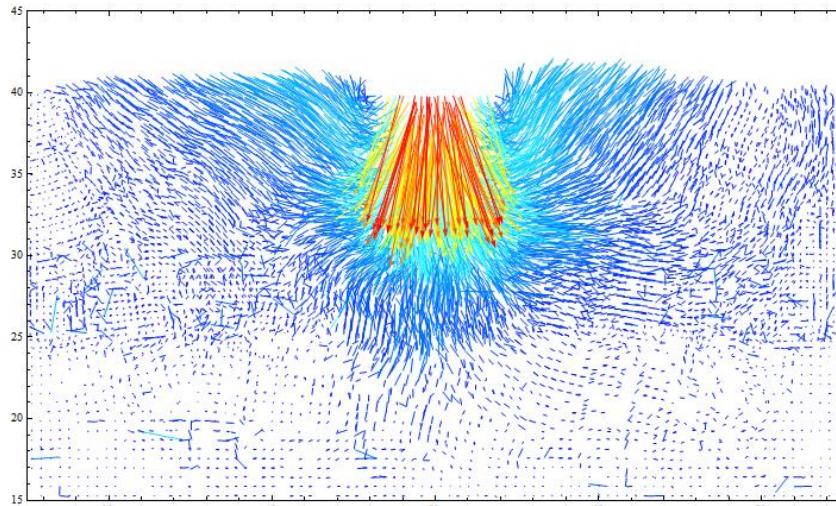
**Model 14.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=37.0^\circ$**



**Fig. VI.133: Diagrama încărcare-tasare**



**Fig. VI.134: Comportarea în timp a modelului**



**Fig. VI.135: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**

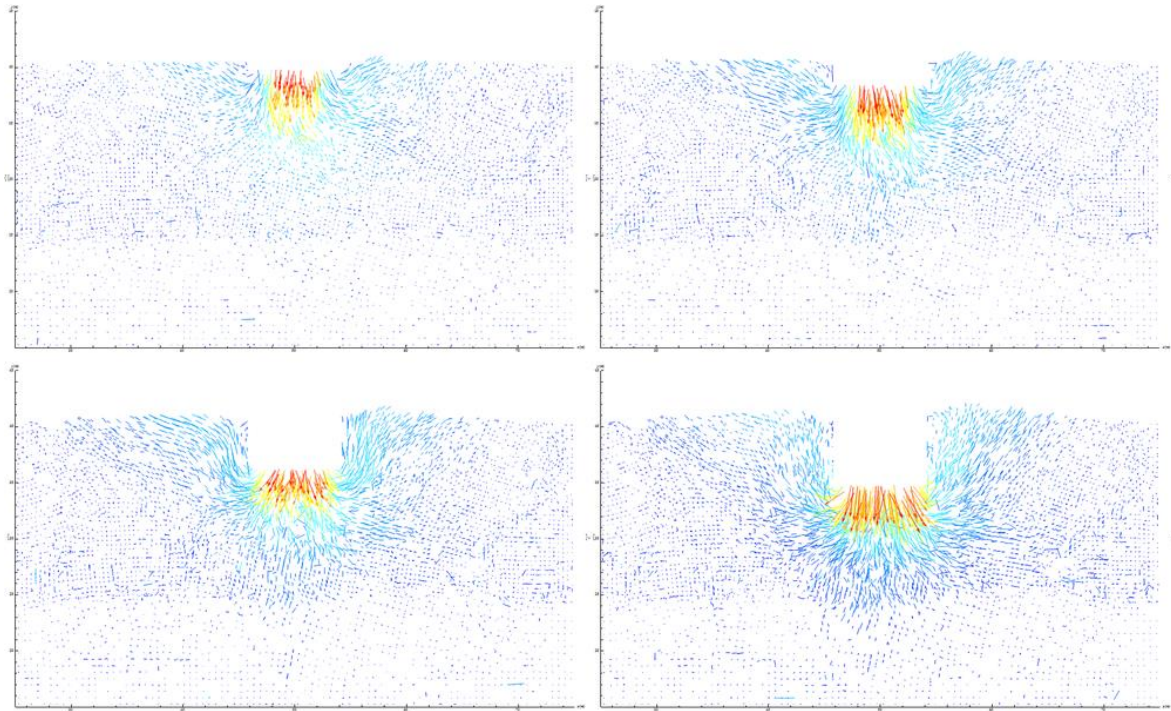


Fig. VI.136: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare

În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 140kPa.

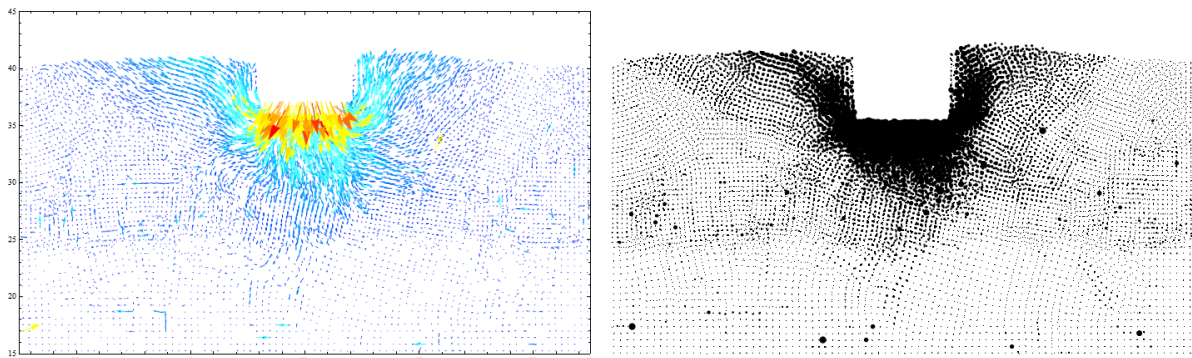


Fig. VI.137: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea

**Model 15.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=38.0^\circ$**

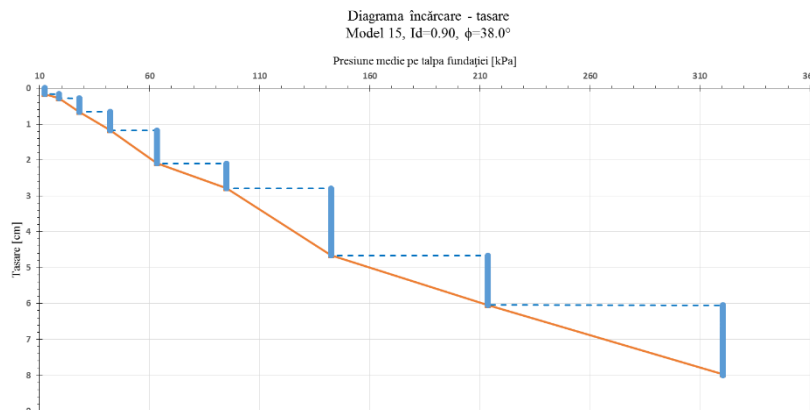


Fig. VI.138: Diagrama încărcare-tasare

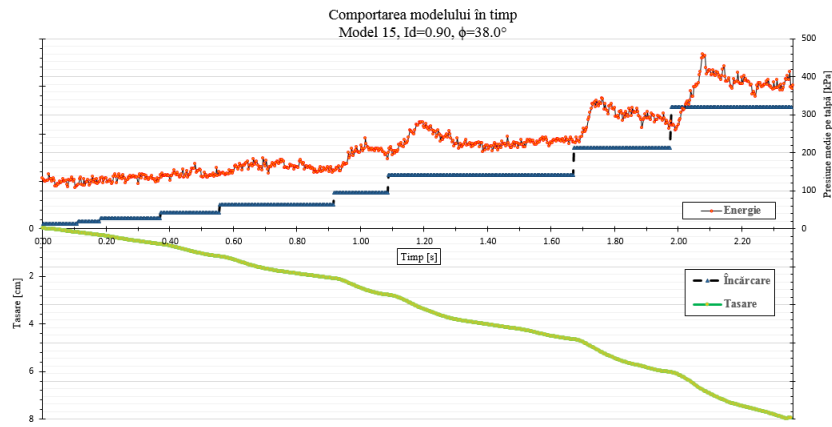


Fig. VI.139: Comportarea în timp a modelului

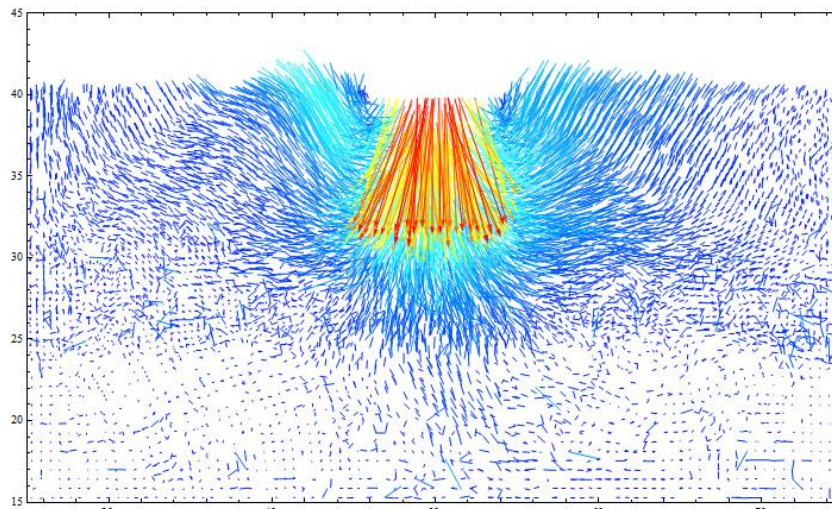


Fig. VI.140: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului

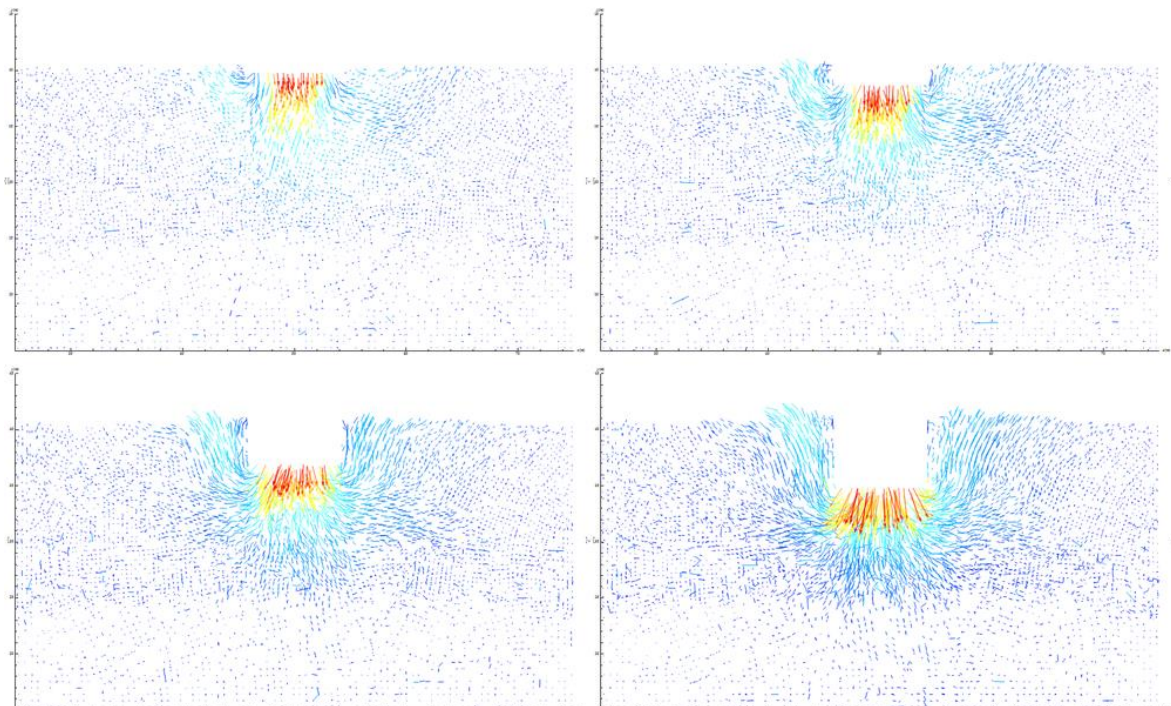


Fig. VI.141: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare

În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 142kPa.



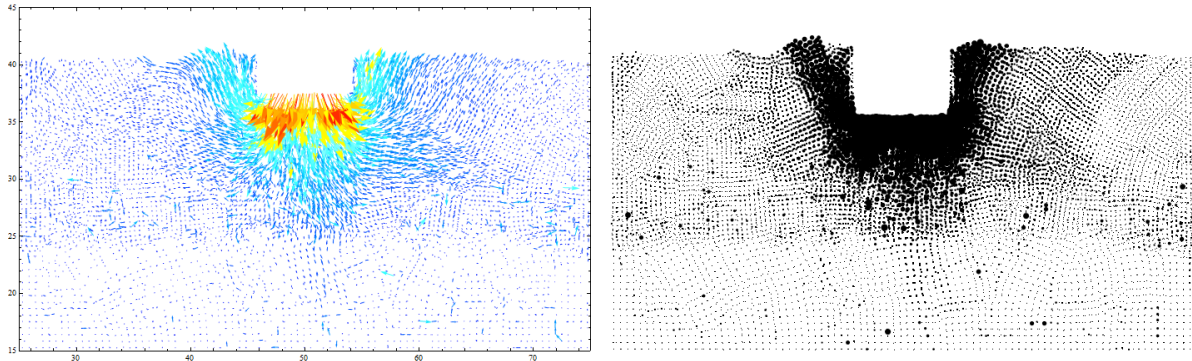


Fig. VI.142: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea

Model 16.  $I_D=0.9$ ,  $n=9\%$ ,  $\phi=39.0^\circ$

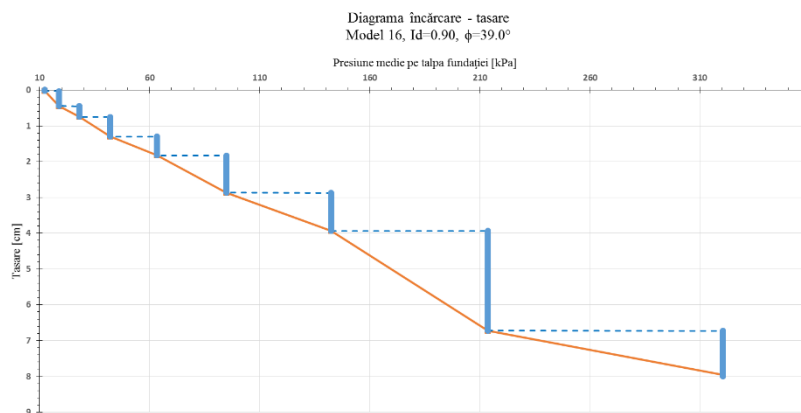


Fig. VI.143: Diagrama încărcare-tasare

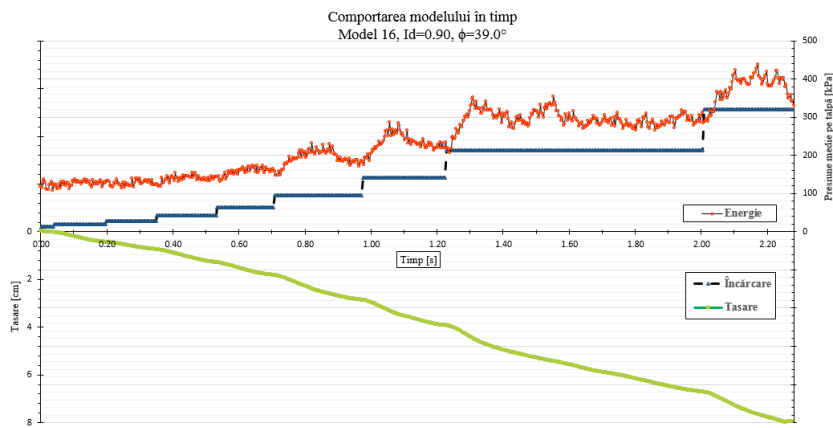
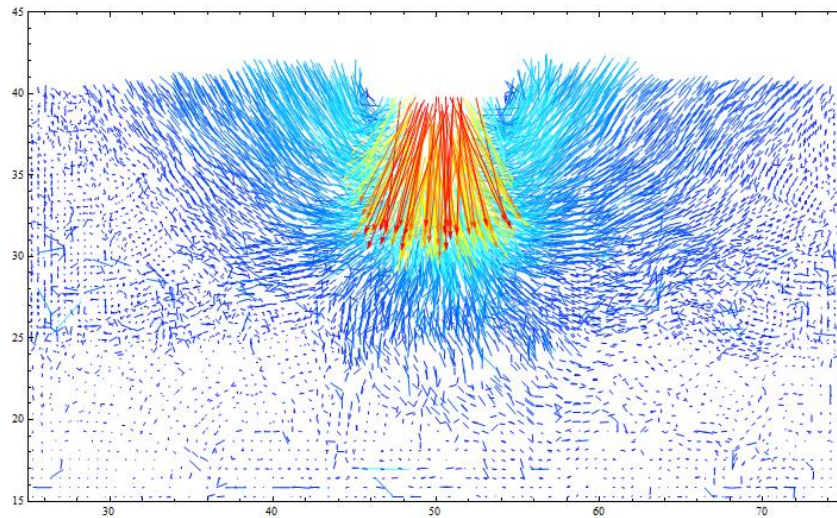
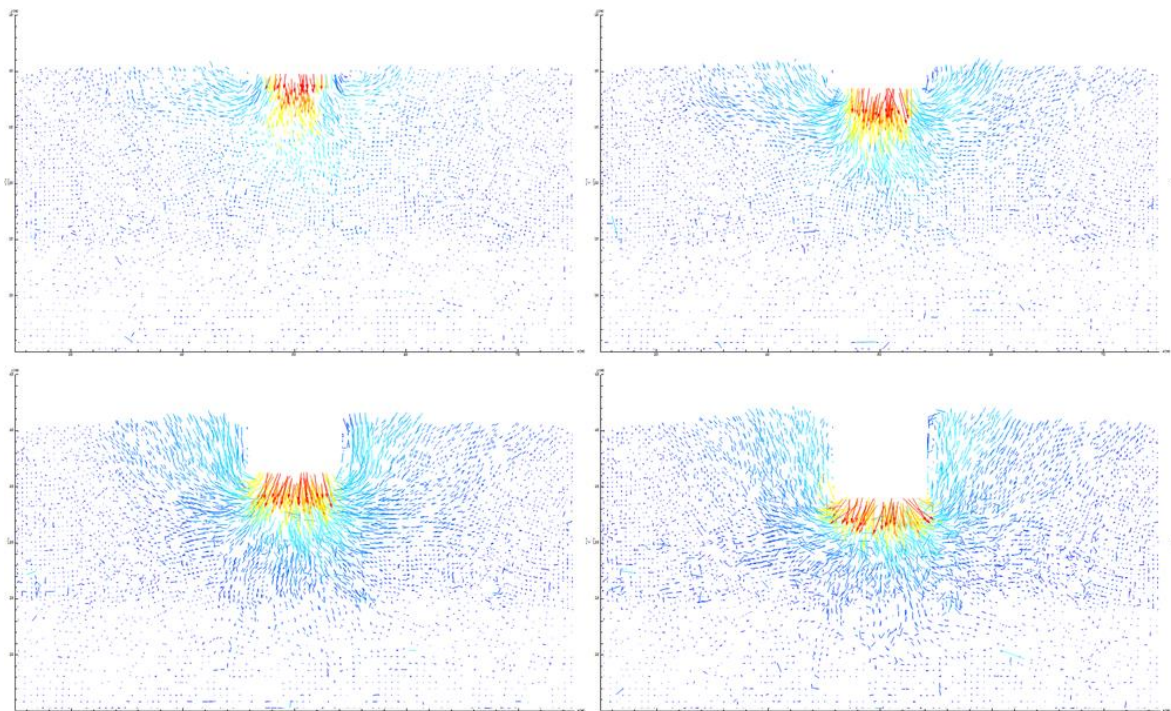


Fig. VI.144: Comportarea în timp a modelului

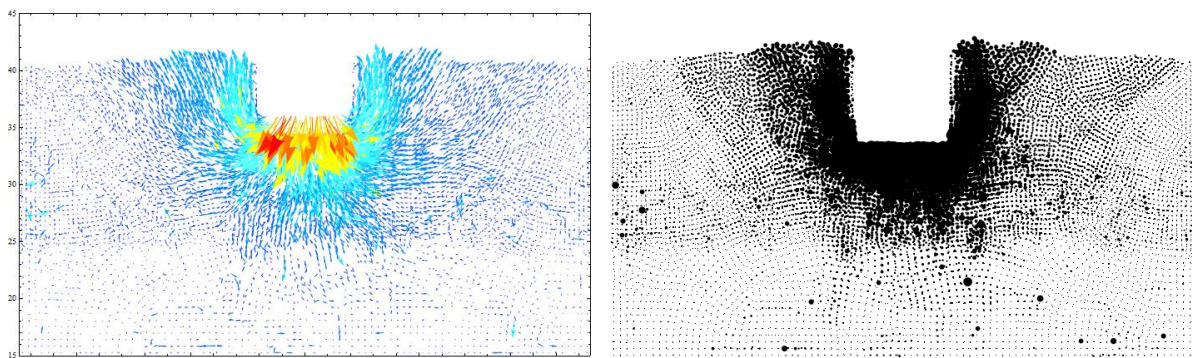


**Fig. VI.145: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**

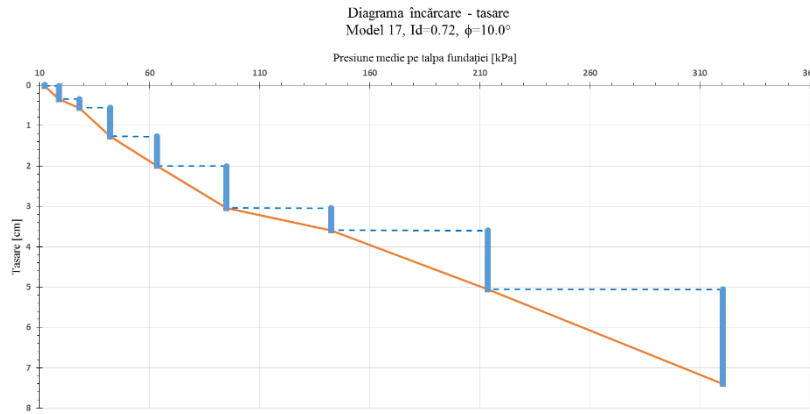
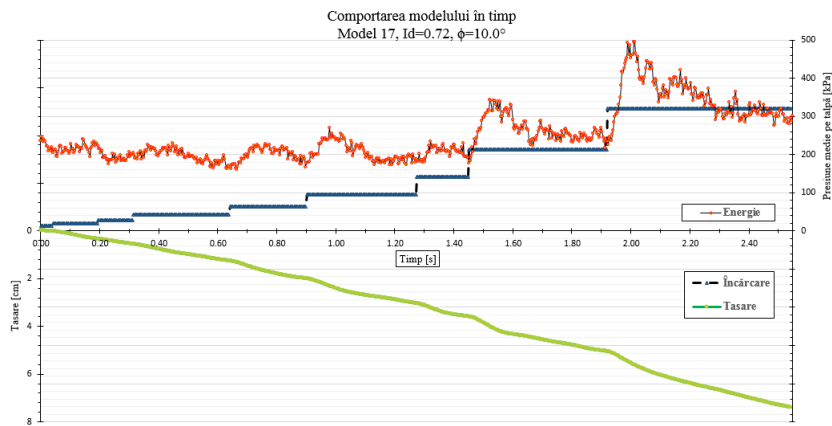
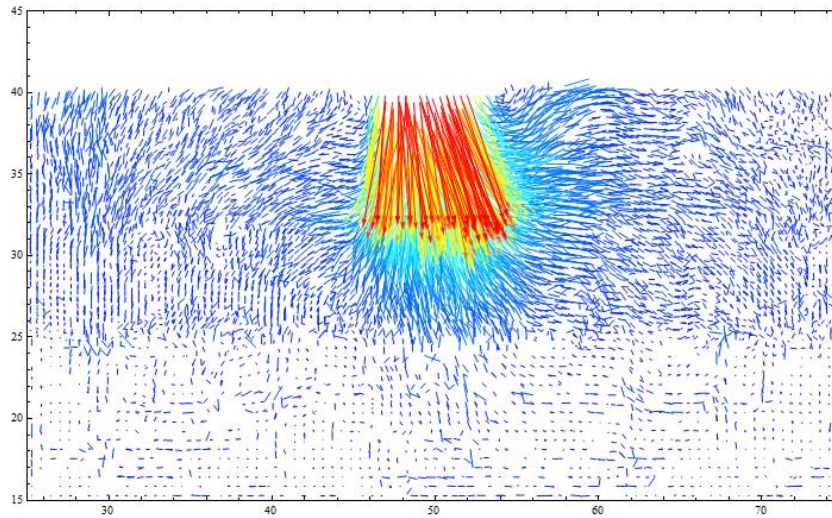


**Fig. VI.146: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare**

În acest model se observă o cedare generală în etapa aplicării sarcinii de 215kPa.



**Fig. VI.147: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea**

**Model 17.  $I_D=0.72$ ,  $n=18\%$ ,  $\phi=10.0^\circ$** **Fig. VI.148: Diagrama încărcare-tasare****Fig. VI.149: Comportarea în timp a modelului****Fig. VI.150: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**

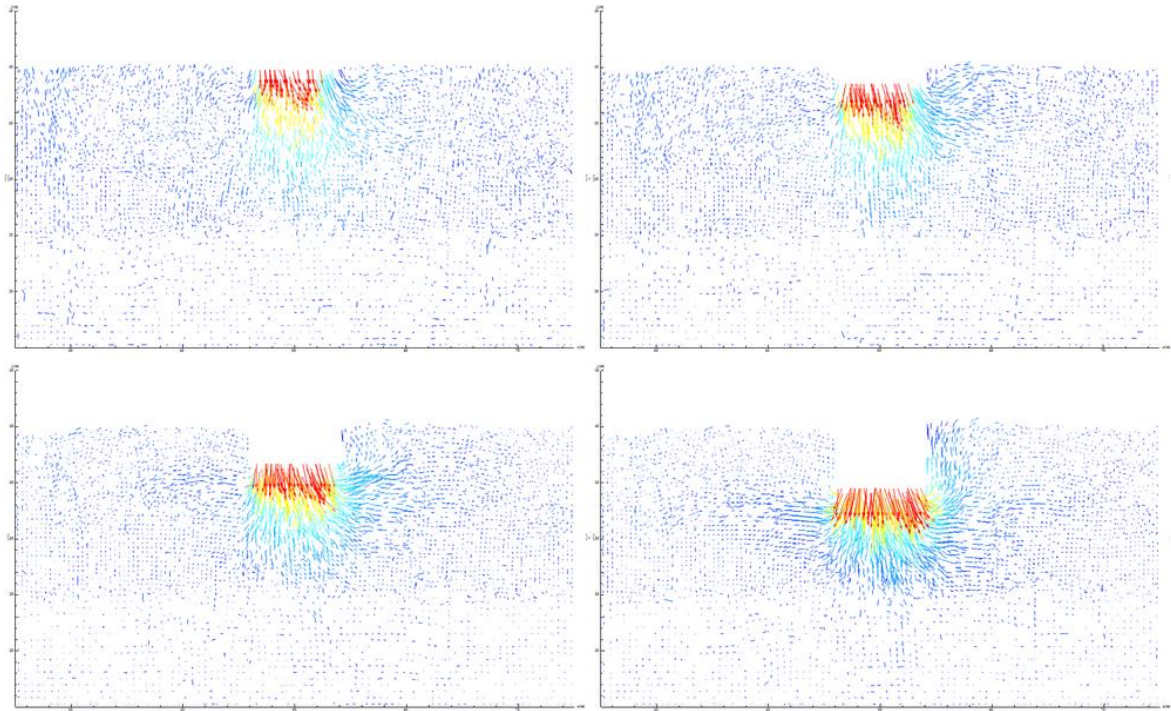


Fig. VI.151: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare

În acest model se observă o cedare prin poansonare în etapa aplicării sarcinii de 42kPa.

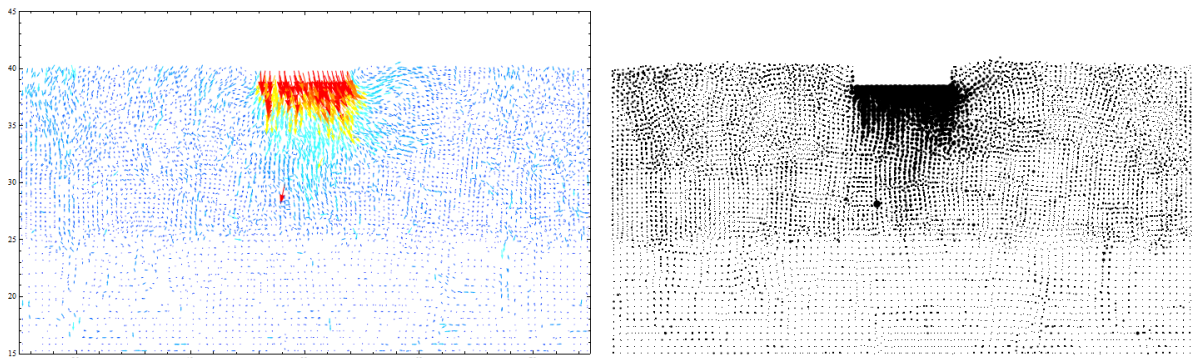


Fig. VI.152: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea

*Model 18.  $I_D=0.58$ ,  $n=25\%$ ,  $\phi=10.0^\circ$*

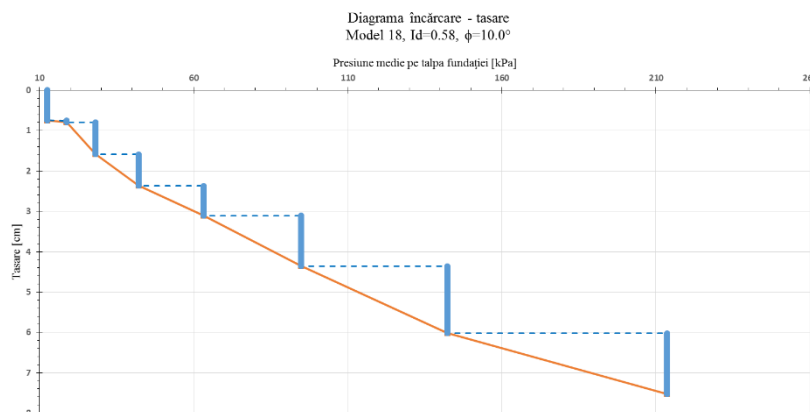
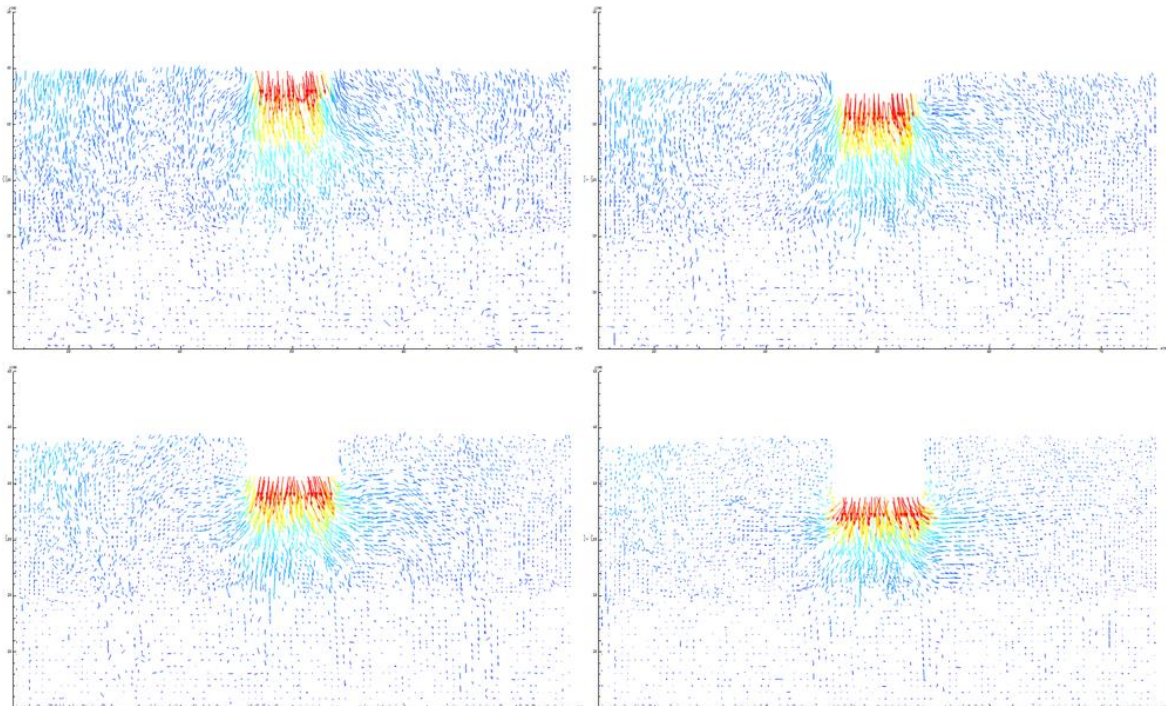
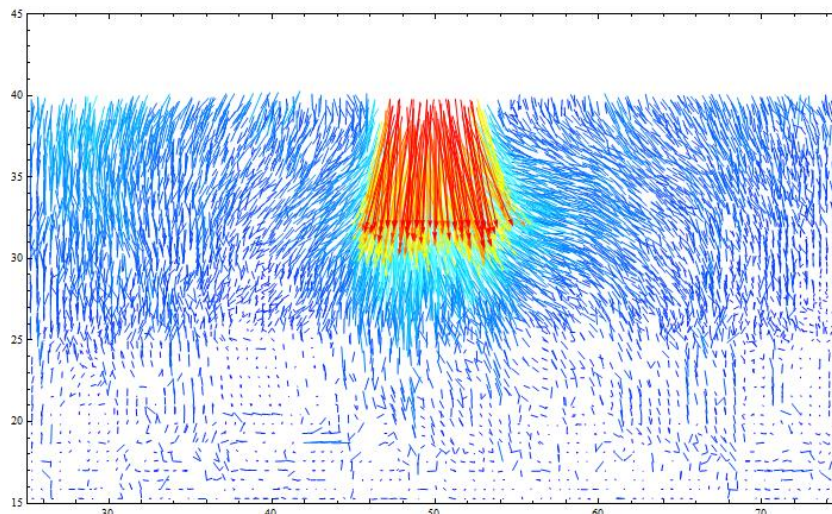
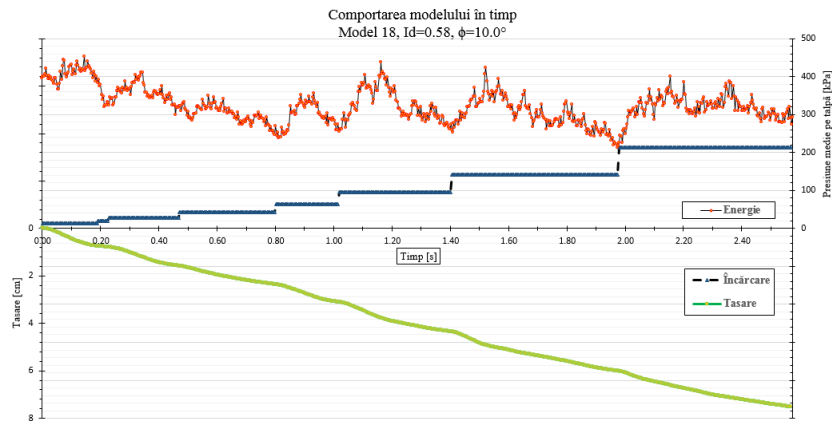


Fig. VI.153: Diagrama încărcare-tasare



În acest model se observă o cedare prin poansonare în etapa aplicării sarcinii de 42kPa.

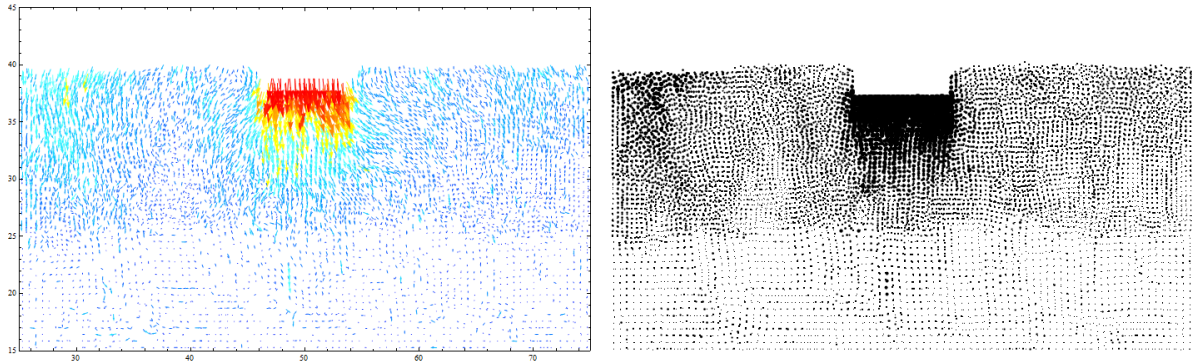


Fig. VI.157: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea

Model 19.  $I_D=0.48$ ,  $n=28\%$ ,  $\phi=10.0^\circ$

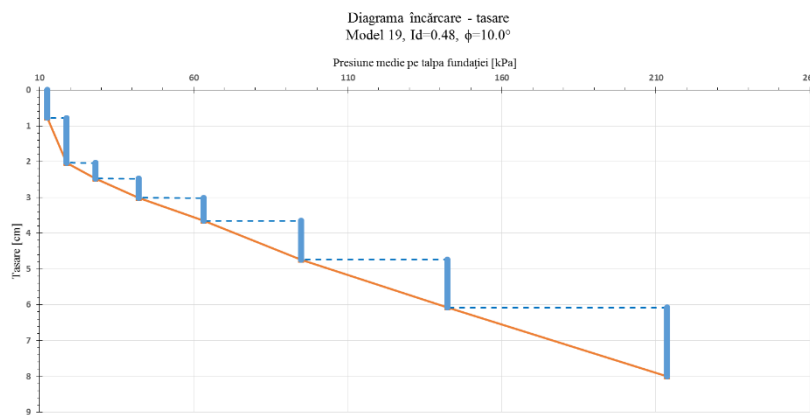


Fig. VI.158: Diagrama încărcare-tasare

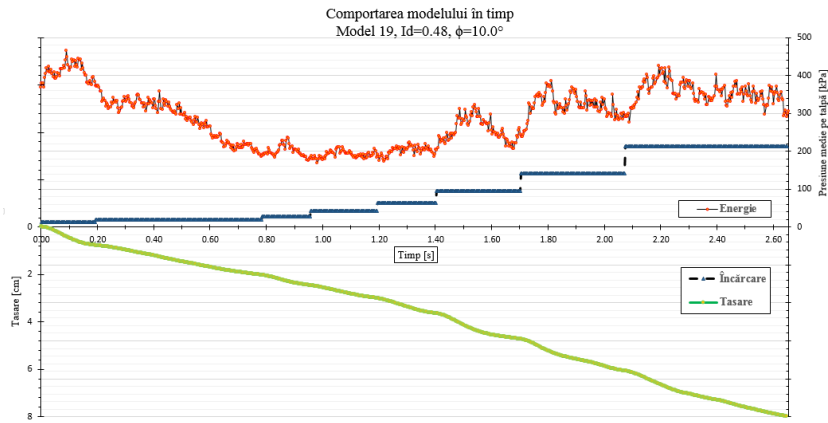
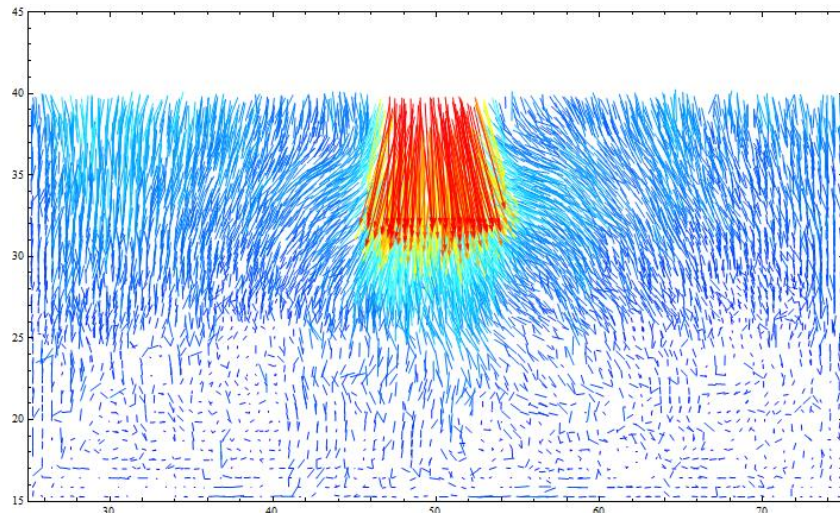
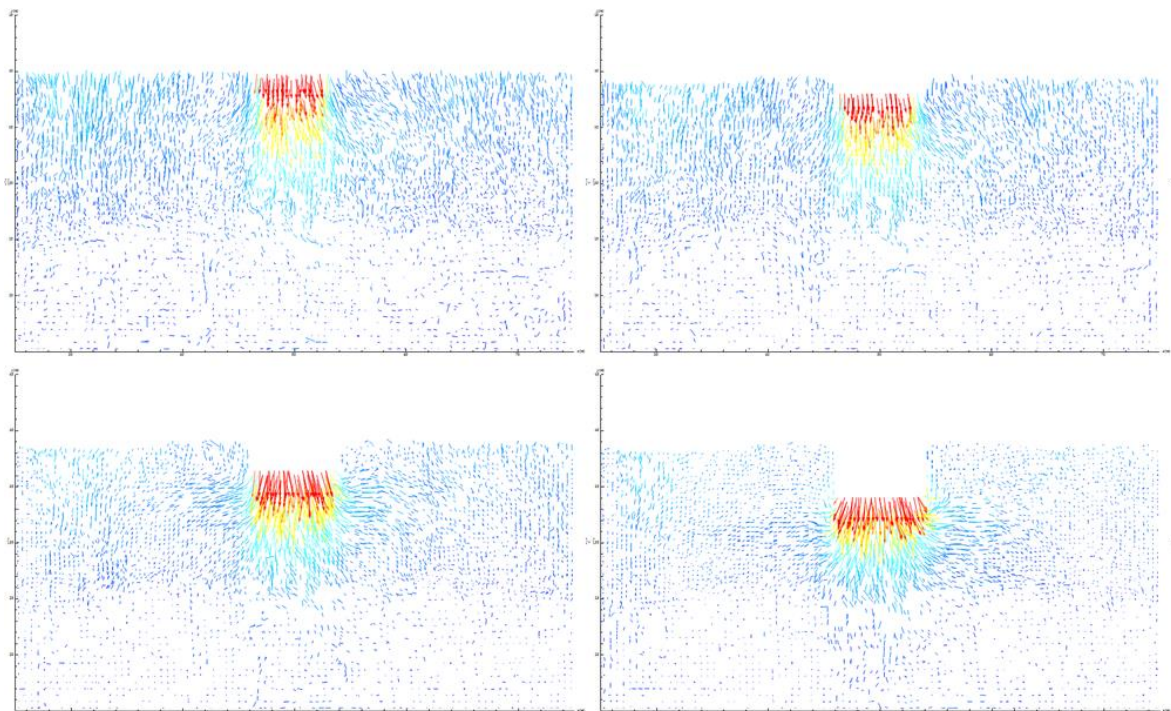


Fig. VI.159: Comportarea în timp a modelului

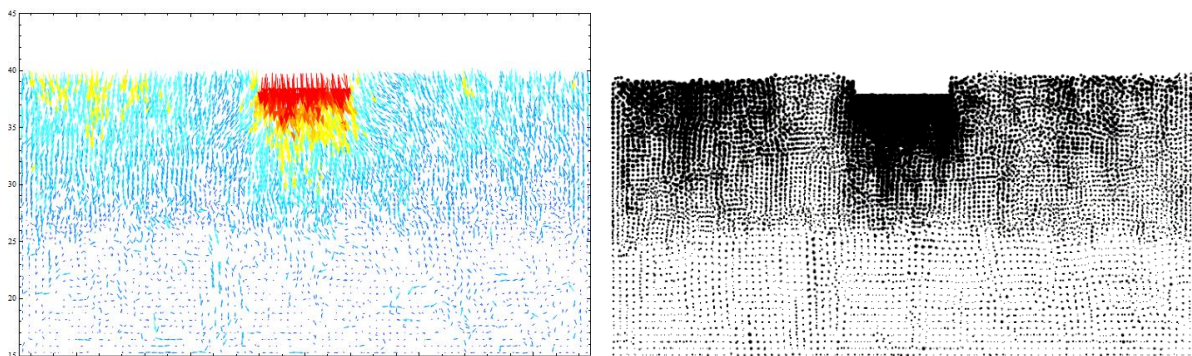


**Fig. VI.160: Vectorii deplasărilor totale la sfârșitul modelului**



**Fig. VI.161: Vectorii deplasărilor particulelor în patru etape intermediare**

În acest model se observă o cedare prin poansonare în etapa aplicării sarcinii de 19kPa.



**Fig. VI.162: Deplasările particulelor sub încărcarea la care s-a observat cedarea**

### Model 20. Sfere în bază și cuburi în partea superioară

În final, s-au realizat două modele similare cu cele fizice, din punctul de vedere al geometriei și dispunerii particulelor. Unghiul de frecare utilizat este de  $28^\circ$ , conform rezultatelor testului fizic cu pâlnia și a testului cu planul înclinat. Primul model prezentat este cel cu sfere de 6.0mm diametru în bază, completat apoi cu particule de formă cubică până la partea superioară. De această dată, distanța maximă de pătrundere a poansonului a fost limitată la 50mm, pentru a fi în concordanță cu modelele fizice.

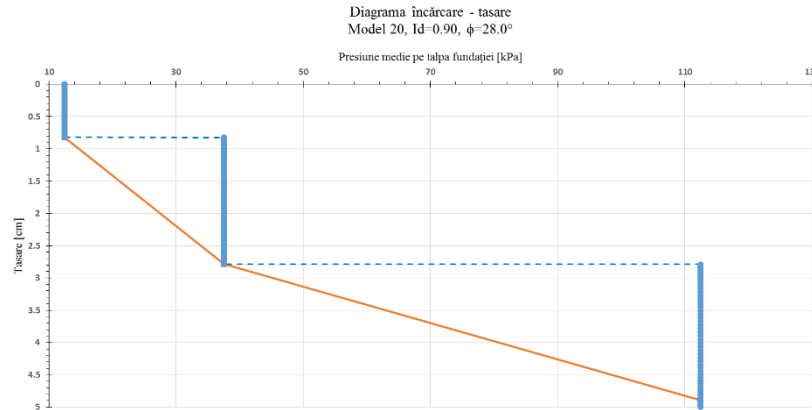


Fig. VI.163: Diagrama încărcare-tasare

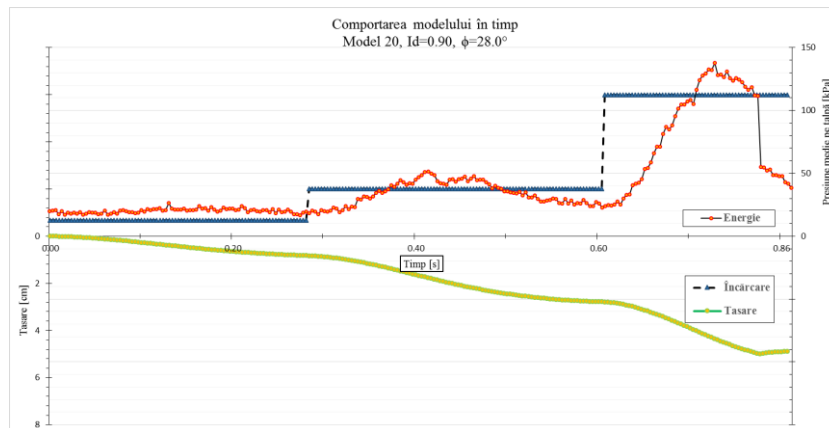
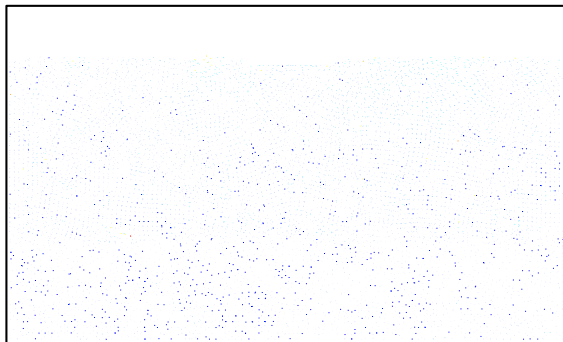
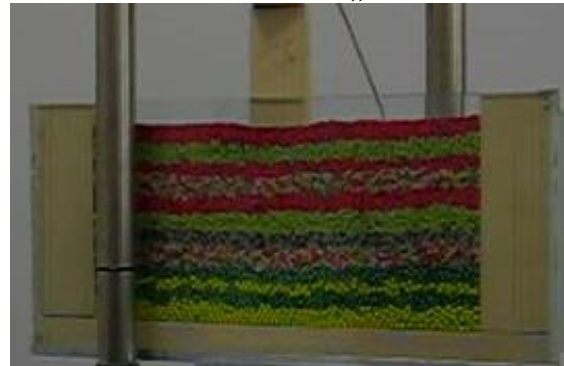


Fig. VI.164: Comportarea în timp a modelului

Modelul numeric



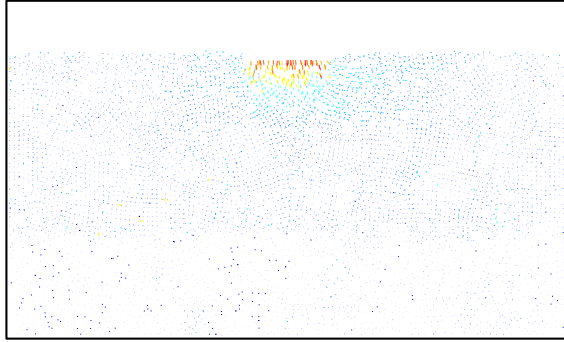
Modelul fizic „a-i”



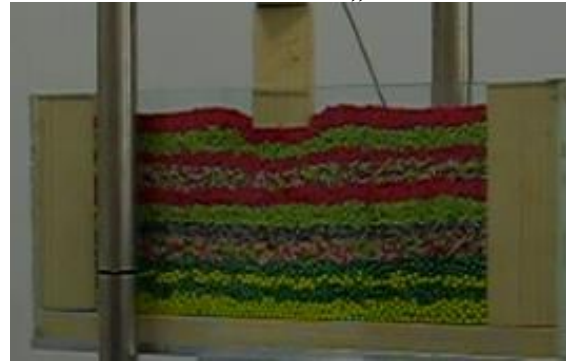
a) 0% din pașii de încărcare / 0% deplasare



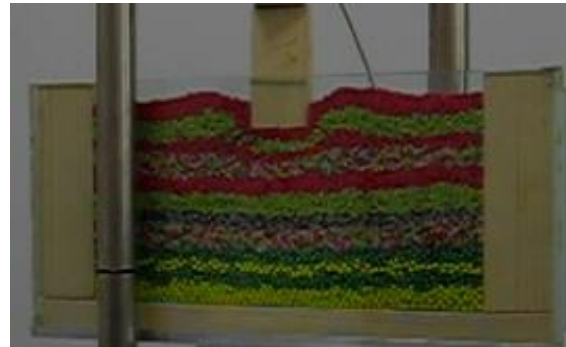
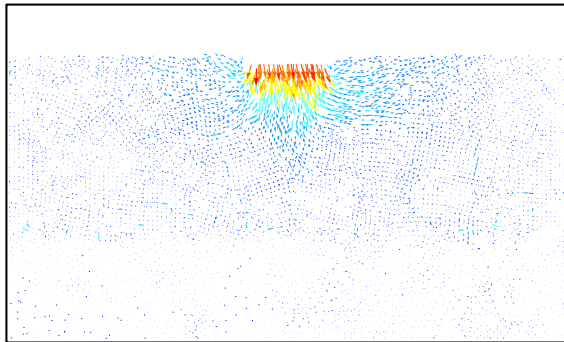
Modelul numeric



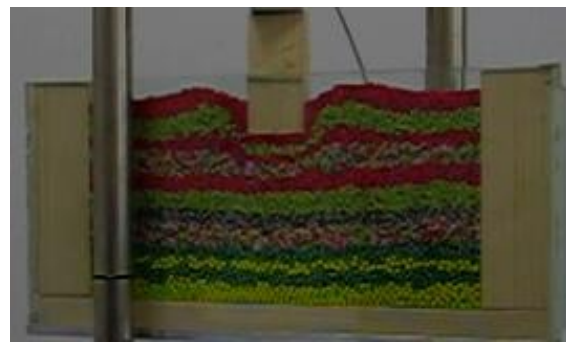
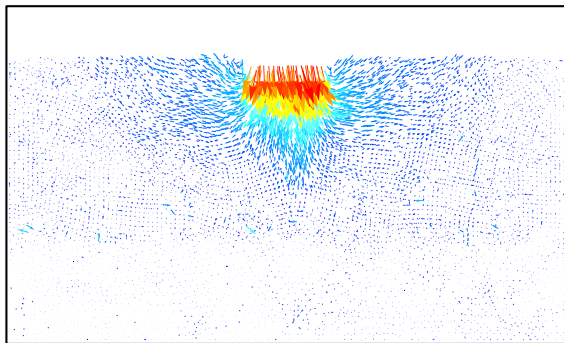
Modelul fizic „a-i”



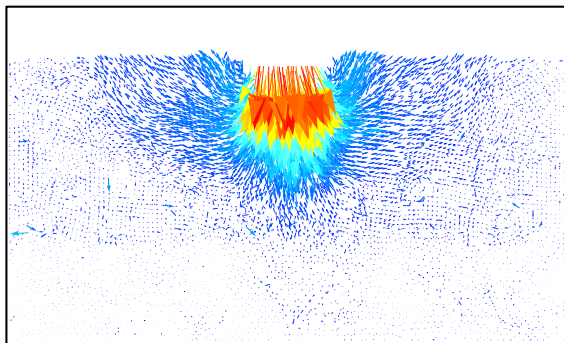
b) 25% din pașii de încărcare / 25% deplasare



c) 50% din pașii de încărcare / 50% deplasare



d) 75% din pașii de încărcare / 75% deplasare



e) 100% din pașii de încărcare / 100% deplasare

**Fig. VI.165: Comparație între modelul numeric 2D și modelul fizic "a-i"**

Deoarece modelul numeric încărcarea se face prin incrementarea presiunii și măsurarea deformației, în timp ce modelele fizice au avut deplasare impusă și presiune măsurată, etapele

intermediare nu corespund întocmai între cele două modele, în schimb există similitudini în etapa finală.

### Model 21. Cuburi în bază și sfere în partea superioară

Cel de-al doilea model numeric comparativ este construit utilizând cuburi cu latura de 4.0mm în bază și sfere în partea superioară a modelului. Unghiul de frecare micro-mecanic utilizat atât pentru cuburi cât și pentru sfere este de  $28^\circ$ .

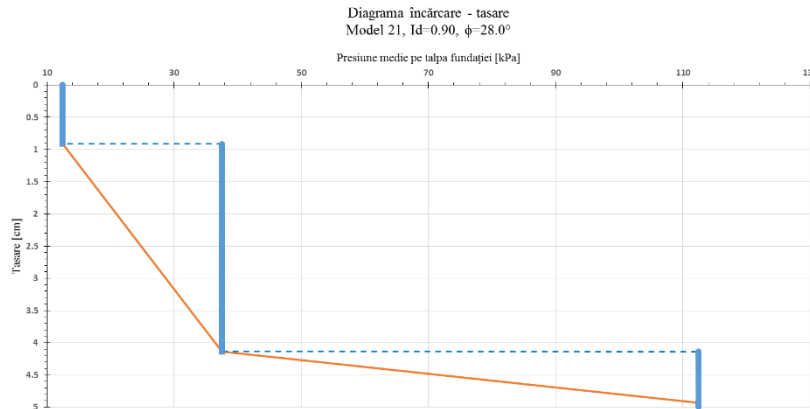


Fig. VI.166: Diagrama încărcare-tasare

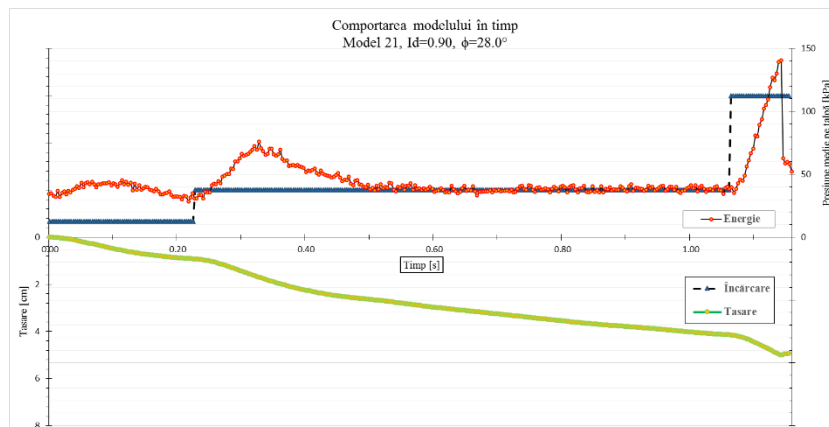
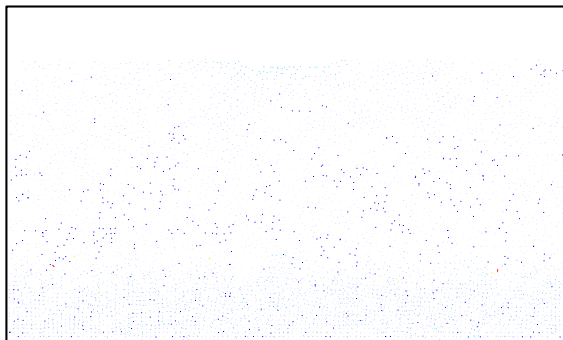


Fig. VI.167: Evoluția în timp a modelului

Modelul numeric

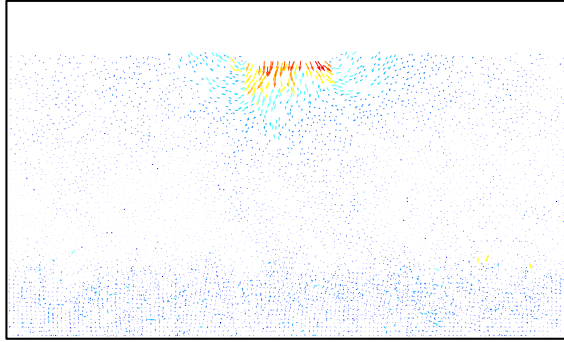


Modelul fizic „b-i”



a) 0% din pașii de încărcare / 0% deplasare

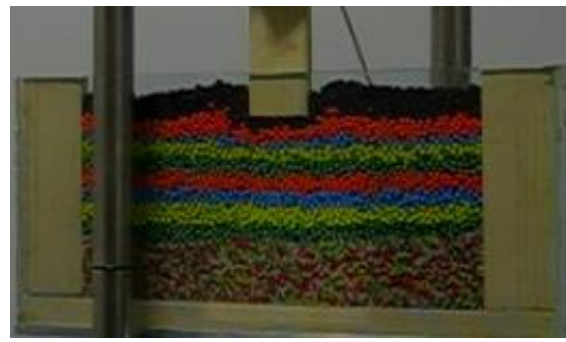
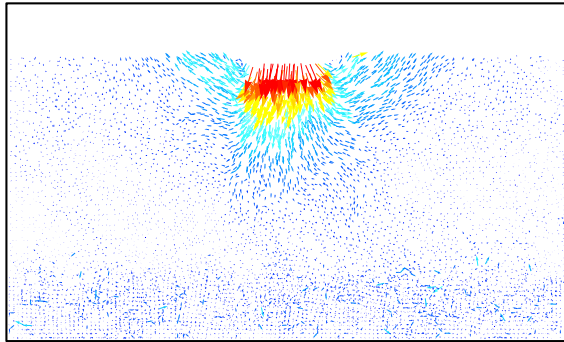
Modelul numeric



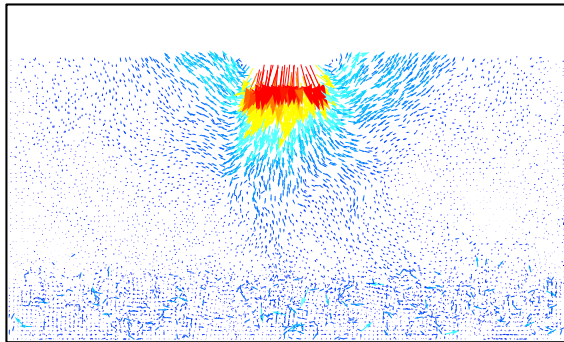
Modelul fizic „b-i”



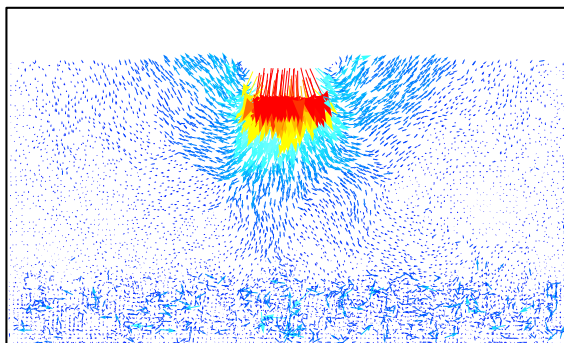
b) 25% din pașii de încărcare / 25% deplasare



c) 50% din pașii de încărcare / 50% deplasare



d) 75% din pașii de încărcare / 75% deplasare



e) 100% din pașii de încărcare / 100% deplasare

**Fig. VI.168: Comparație între modelul numeric 20 și modelul fizic "b-i"**

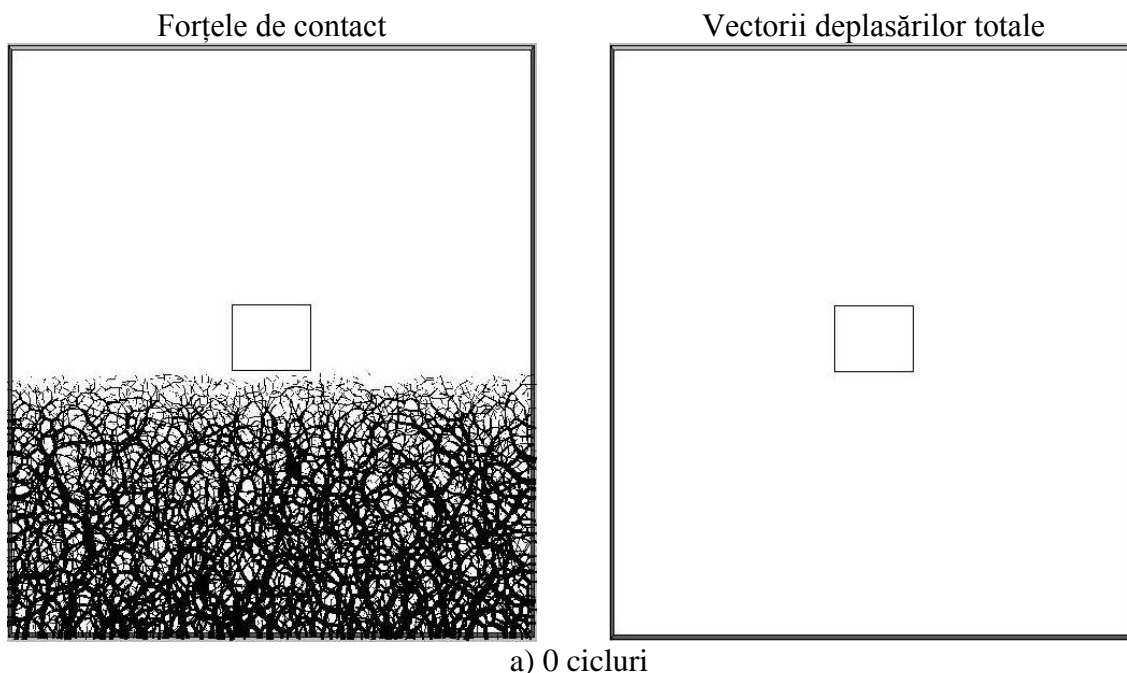
### VI.3.9 Modelul numeric realizat în programul PFC

Pentru validarea rezultatelor obținute în programul propriu s-a implementat un model numeric în programul PFC3D [192] ce utilizează metoda elementelor discrete. Geometria modelului reproduce 1:1 modelele fizice realizate. Un dezavantaj al acestui program îl reprezintă însă forma particulelor ce pot fi create, programul utilizând doar sfere (în varianta 3D) sau discuri (în varianta 2D). Cu toate că se pot crea forme complexe prin intersectarea sferelor și crearea unor grupuri ce lucrează unitar, un astfel de calcul este foarte costisitor din punct de vedere al timpului de calcul.

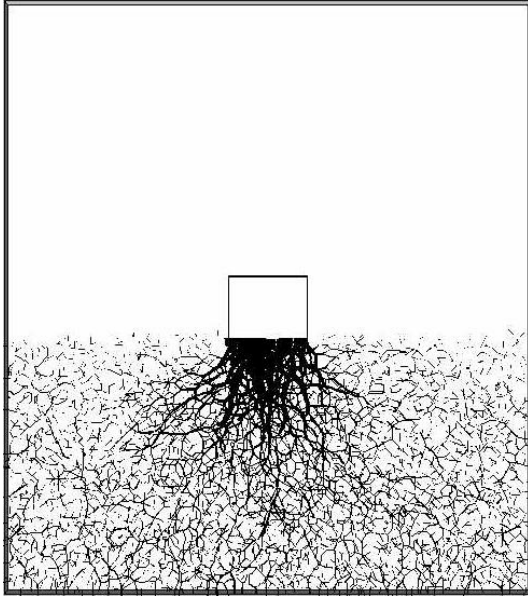
S-a ales în cele din urmă crearea unui model compus din particule sferice așezate într-un volum cu dimensiunile modelului fizic. Prima etapă a fost stabilirea parametrilor de contact ce vor fi utilizați pentru modelarea interacțiunii dintre particule. Modelul de contact utilizat a fost acela al resortului linear la contactul dintre particule, cu frecare. Parametrii minimi necesari sunt coeficientul de frecare micro-mecanic al materialului din care sunt formate particulele și rigiditatea resortului, aleasă de tip izotrop. Programul poate implementa și modele de tip coeziv, nefiind însă necesare în acest caz.

Parametrii au fost aleși prin încercări succesive în timpul etapei de generare a particulelor. Metoda de generare aleasă este cea a sedimentării, generând particulele într-un volum mai mare, în puncte alese aleatoriu, și lăsându-le să se așeze sub acțiunea gravitației (vezi Anexa 1). Prin varierea rigidității de contact s-au obținut porozități diferite la sfârșitul etapei de sedimentare, iar valoarea aleasă a fost cea care s-a apropiat cel mai mult de porozitatea reală a materialului. Astfel, rigiditatea contactului a fost 10kN/m, iar coeficientul de frecare 0.5.

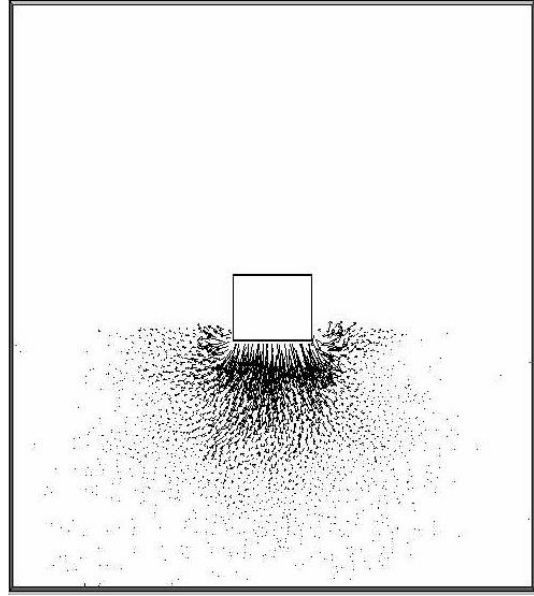
După etapa de generare a mediului granular, s-a creat fundația prin generarea unui set de obiecte de tip perete, și s-a impus o deplasare cu viteză constantă a acesteia, pentru a reproduce condițiile încercării fizice. Rezultatele obținute sunt descrise prin lanțurile forțelor de contact dintre particule și vectorii deplasărilor totale la începutul și sfârșitul modelării, precum și în trei etape intermediare (Fig. VI.169).



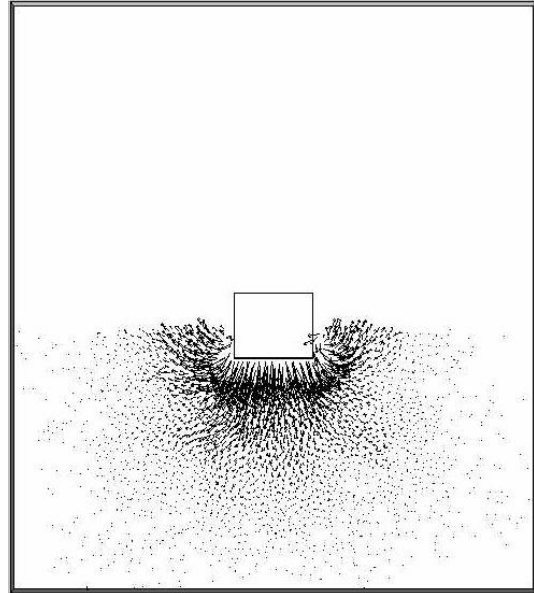
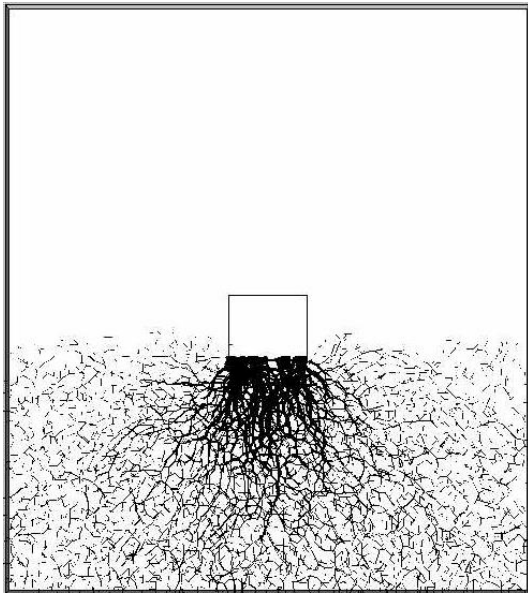
Forțele de contact



Vectorii deplasărilor totale



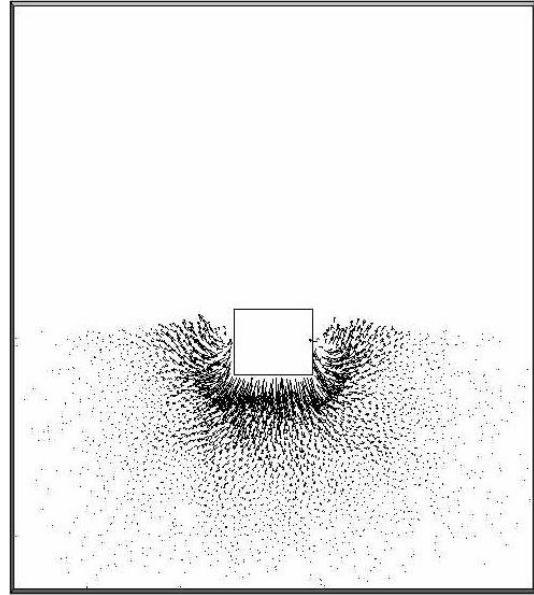
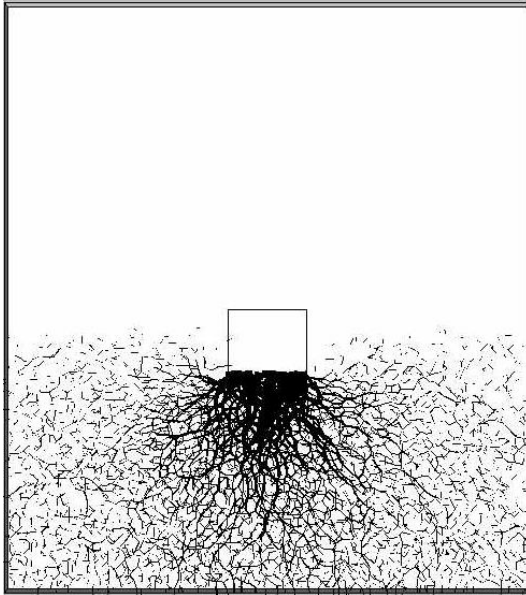
b) 2500 cicluri



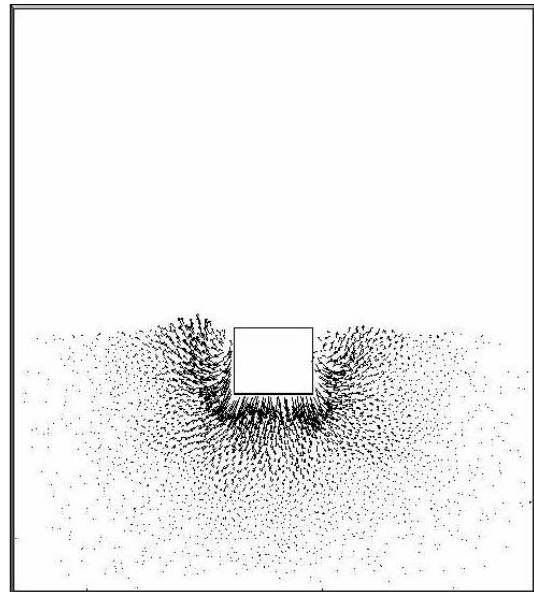
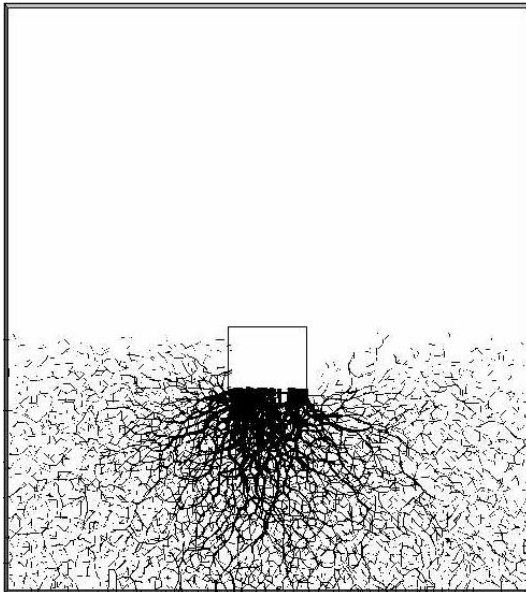
c) 5000 cicluri

## Forțele de contact

## Vectorii deplasărilor totale



d) 7500 cicluri

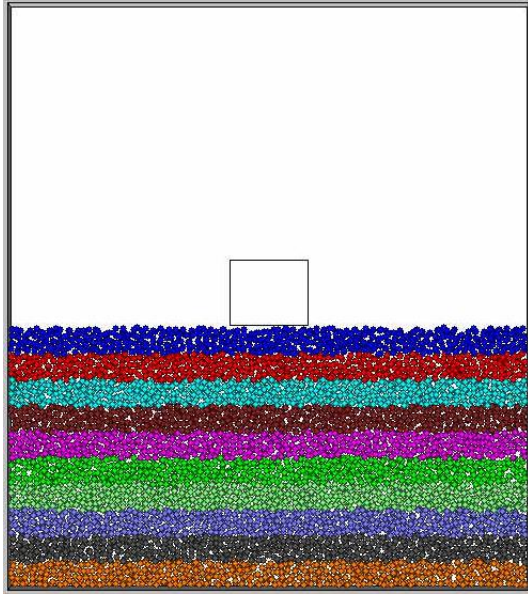


e) 10000 cicluri

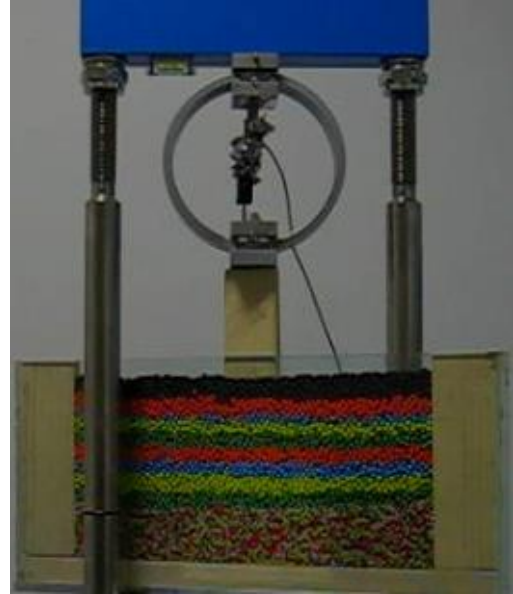
**Fig. VI.169: Lanțurile forțelor de contact și vectorii deplasărilor totale în timpul rulajului**

Se observă că mecanismul de cedare este asemănător cu cel al modelului fizic „b-i”, în care s-au utilizat sfere în partea superioară, iar viteza de poansonare a fost 2.5mm/min. Pentru compararea rezultatelor celor două modele, Fig. VI.170 ilustrează în paralel evoluția acestora. De asemenea, este descrisă diagrama de variație a presiunii pe talpa fundației din modelul numeric în Fig. VI.171.

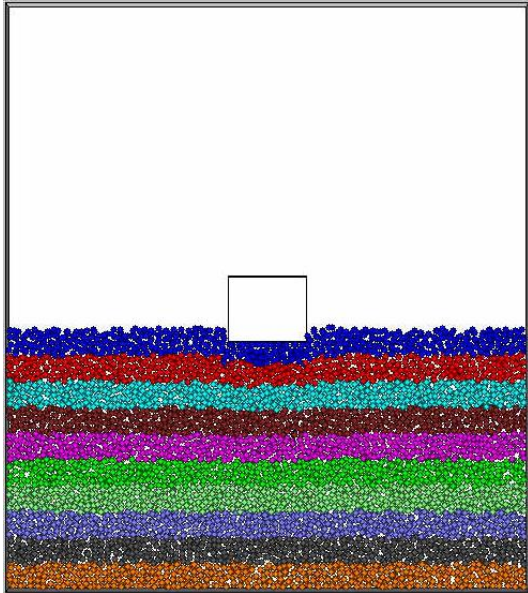
Modelul numeric



Modelul fizic „b-i”

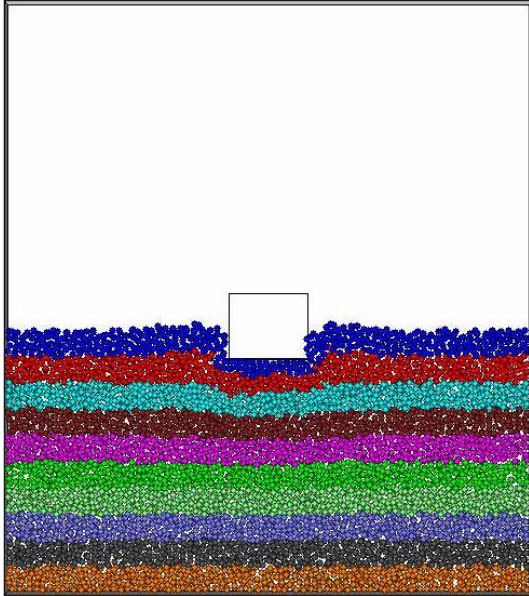


a) 0 cicluri / 0% deplasare

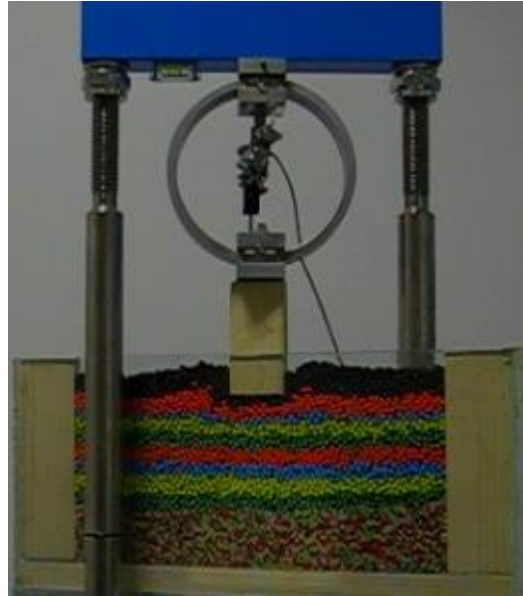


b) 2500 cicluri / 25% deplasare

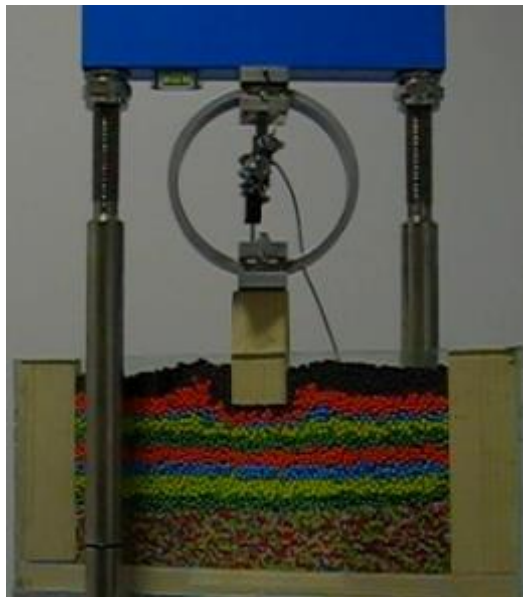
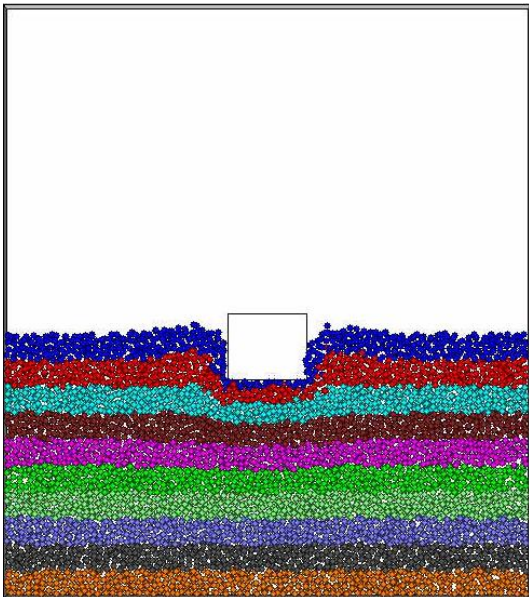
Modelul numeric



Modelul fizic „b-i”



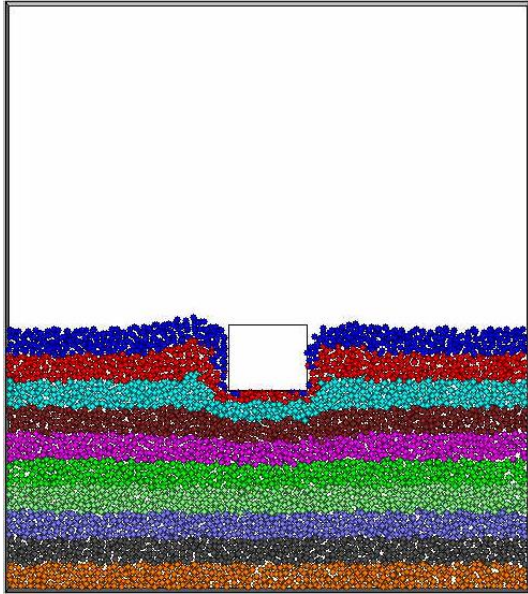
c) 5000 cicluri / 50% deplasare



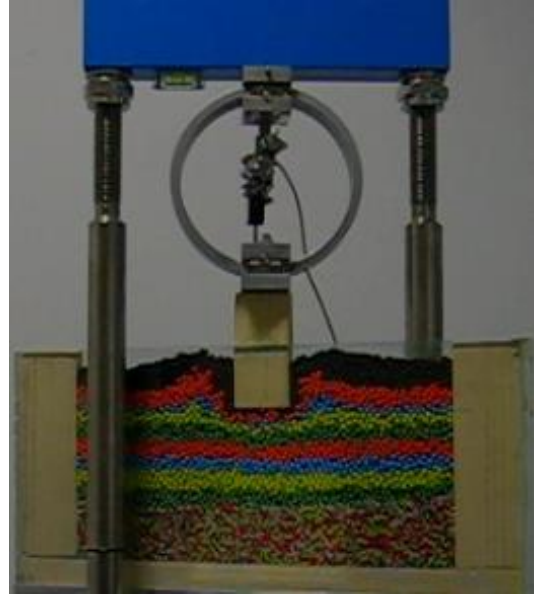
d) 7500 cicluri / 75% deplasare



Modelul numeric

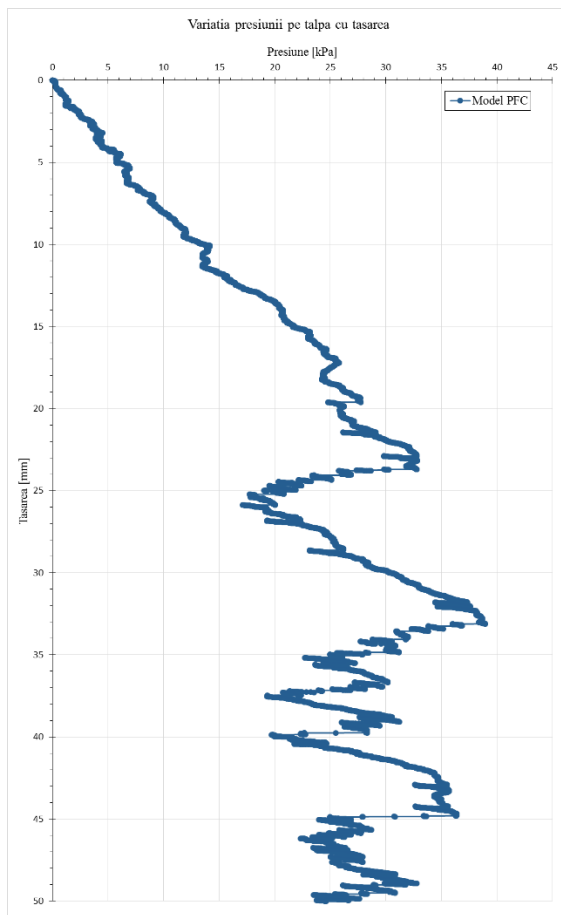


Modelul fizic „b-i”

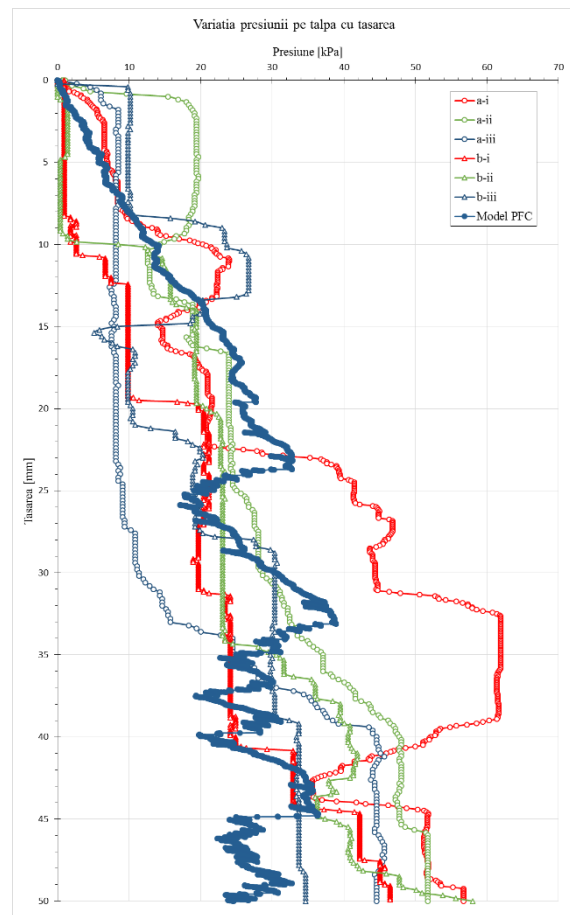


e) 10000 cicluri / 100% deplasare

Fig. VI.170: Comparație între modelul numeric în PFC și modelul fizic „b-i”



a)



b)

Fig. VI.171: Diagrame presiune-tasare: a) modelul PFC; b) modelul PFC comparativ cu modelele fizice

### VI.3.10 Modelul numeric MEF

În cele din urmă a fost realizat un model numeric utilizând metoda elementelor finite în programul Midas GTS NX [193]. Modelul creat este unul bidimensional, considerând geometria în plan a modelului la scară 1:1 cu cea a modelului fizic.

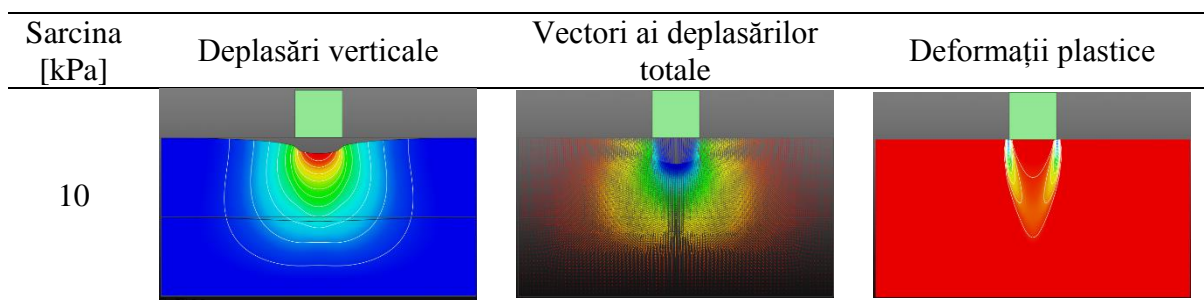
Pentru alegerea parametrilor modelului se utilizează în mod normal rezultatele încercărilor geotehnice de laborator, însă se poate observa că acestea pot conduce la rezultate neacoperitoare. De exemplu, considerând calculul presiunii critice conform „Normativului pentru proiectarea structurilor de fundare directă” [53] se vor obține rezultate foarte diferite în funcție de parametrii utilizați (Tab. VI.14) (parametrii rezistenței la forfecare determinați din încercări geotehnice de laborator sunt aleși acoperitor cu aceleași valori pentru cuburi și sfere). Valorile presiunii critice au fost calculate considerând o fundație continuă cu lățimea de 6cm amplasată la suprafața terenului, suprasarcina echivalentă de la nivelul fundației fiind nulă.

Tab. VI.14: Calculul presiunii critice conform NP 112-2004

Formă	$\phi$ [°]	c [kPa]	$\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$N_\gamma$ [-]	$N_c$ [-]	$p_{cr}$ [kPa]
cub	27.5	0	12.9	6.1	24.9	2.4
cub	27.5	12	12.9	6.1	24.9	301.2
cub	45	0	12.9	120.5	133.9	46.6
cub	45	12	12.9	120.5	133.9	1653.4
sferă	27.5	0	13.9	6.1	24.9	2.5
sferă	27.5	12	13.9	6.1	24.9	301.3
sferă	45	0	13.9	120.5	133.9	50.2
sferă	45	12	13.9	120.5	133.9	1657.0
model	27.5	1	13	6.1	24.9	27.3

În plus, modulul de deformare lineară va fi ales în mod diferit în funcție de încărcările la care vom solicita modelul. S-a ales în cele din urmă să se utilizeze parametrii determinați la nivel micro-mecanic. Astfel, greutatea volumică utilizată este 13kN/m<sup>3</sup>, unghiul de frecare internă  $\phi=27.5^\circ$ , iar coeziunea a fost aleasă  $c=1\text{kPa}$ , pentru a lua în considerare un mic efect al coeziunii. Astfel, presiunea critică devine  $p_{cr}=27.3\text{kPa}$ , valoare apropiată de măsurătorile efectuate în lucrările experimentale.

Modelul numeric a fost supus unor etape succesive de încărcare, astfel încât să se poată urmări evoluția până la cedare. Încărcările utilizate sunt 10kPa, 20kPa, 27kPa, 30kPa, 30.5kPa. Rezultatele sunt prezentate grafic în Fig. VI.172.



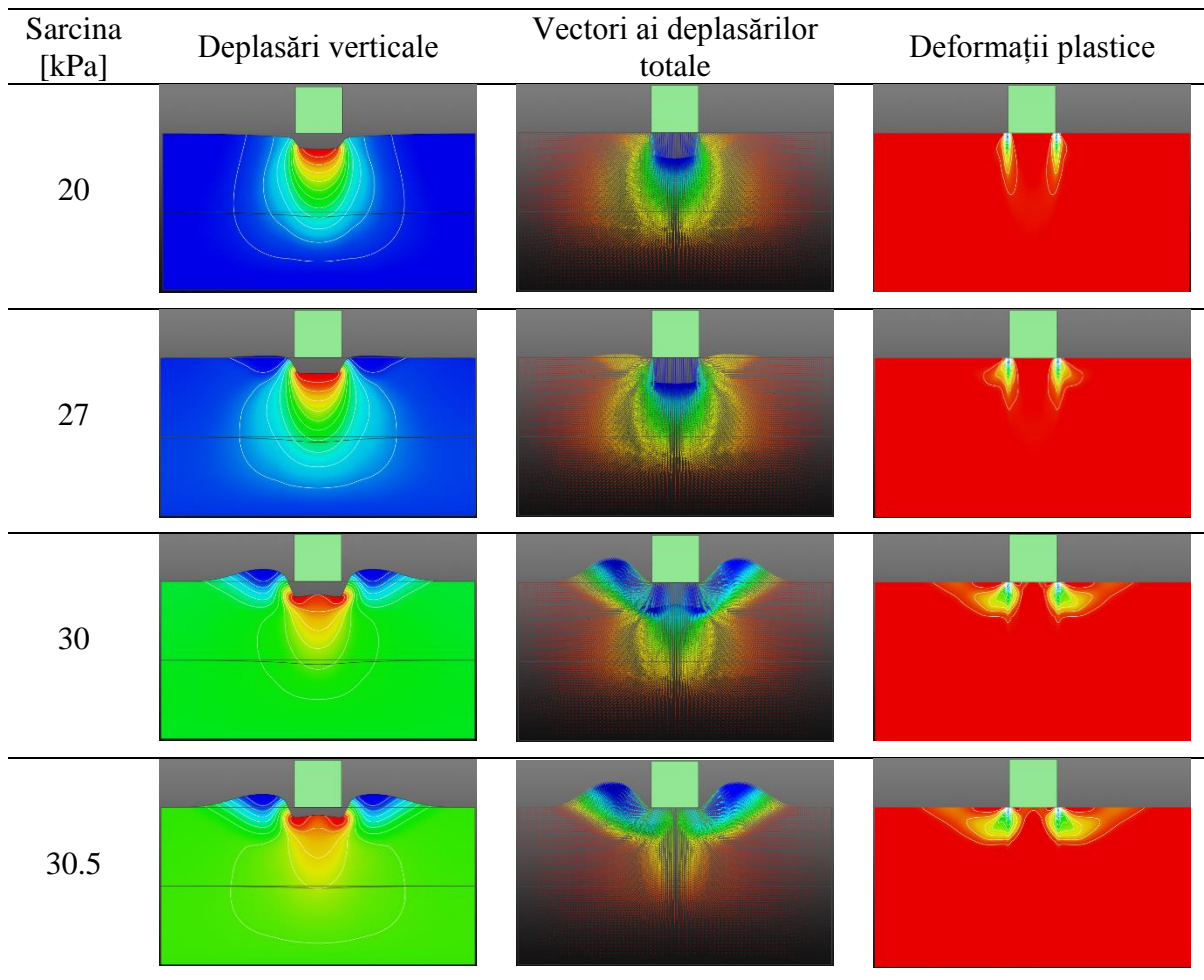


Fig. VI.172: Rezultatele modelului numeric continuu

### VI.3.11 Concluzii

Lucrările prezentate anterior au tratat modelarea unei fundații continue așezate pe un mediu granular. Scopul principal a fost acela de a verifica dacă în programul creat se poate modela o astfel de structură. S-a pornit de la o serie de lucrări experimentale utilizând un mediu discret format din cuburi sau sfere din sticlă, cu parametri fizico-mecanici ușor de determinat. Materialul folosit este unul cât mai uniform pentru a putea reproduce numeric rezultatele experimentale.

Sunt descrise etapele realizării modelelor fizice și rezultatele încercărilor din punct de vedere calitativ și cantitativ. Se urmărește în același timp mecanismul de cedare, evidențiat prin dispunerea materialului granular în straturi de culori diferite. Mecanismele de cedare observate sunt asemănătoare unor cedări de tip local și de poansonare, diferențele nefiind foarte distincte. S-a încercat însă reproducerea rezultatelor prin modele numerice comparative utilizând atât modele discret cât și continuu.

O problemă semnalată este aceea a determinării corecte a parametrilor specifici modelelor numerice. S-au folosit încercări clasice geotehnice (edometru, forfecare directă) pentru caracterizarea parametrilor macro-mecanici ai materialului, dar rezultatele furnizate de acestea nu sunt în concordanță cu aspectul general al materialului. Ca urmare a naturii casante a particulelor folosite, parametrii rezistenței la forfecare obținuți din încercări de laborator au fost mult supraestimați, astfel că s-au utilizat parametrii determinați prin încercări de natură

fizică. Astfel de încercări, precum metoda cu pâlnia sau metoda planului înclinat, pentru determinarea coeficientului de frecare al materialului, au fost mai apropiate de parametrii reali ai materialului, rezultatele modelării numerice confirmând alegerea acestora.

Rezultatele modelelor numerice sunt în bună concordanță cu observațiile fizice, acestea fiind evidențiate pentru fiecare model în parte. Mecanismele de cedare au fost lesne puse în evidență prin modele numerice, însă rezultatele cantitative nu au fost ușor de reprodus. Modelul realizat în programul PFC a descris o curbă de încărcare-tasare asemănătoare cu cele măsurate fizic, însă modelele realizate în programul propriu nu au condus la valori similare ale încărcărilor. O explicație posibilă constă în alegerea modului de încărcare. Astfel, dacă în modelele fizice, precum și în modelul numeric PFC, încărcarea s-a realizat prin deplasare impusă cu viteză constantă, în modelele create în programul propriu s-a încărcat cu presiune, măsurându-se deformația. Încărcarea cu deformație, deși posibilă și în programul propriu, ar conduce la o reducere majoră a pasului de timp și astfel o creștere semnificativă a timpului de calcul. Impunând numeric o deformație fundației, aceasta își va schimba poziția între doi pași de timp succesivi, iar alegerea pasului de timp trebuie făcută în concordanță cu viteza de deplasare, astfel încât să nu existe suprapuneri semnificative între obiecte în urma deplasării fundației. Prezența suprapunerilor duce la forțe de respingere direct proporționale cu mărimea suprapunerilor.

Cu toate acestea, metoda încărcării prin presiune impusă a condus la evidențierea și reproducerea mecanismelor de cedare observate în modelele fizice. În plus, programul propriu permite utilizarea directă a ambelor geometrii de particule utilizate (sfere și cuburi), iar deplasarea particulelor în timpul modelării este influențată de formă.

Se disting astfel câteva dintre neajunsurile modelării unei astfel de configurații utilizând modele continue. Deși rezultatele obținute prin metoda elementelor finite pot evidenția presiunea de la care se produce cedarea, deplasările corespunzătoare sunt de ordinul milimetrilor, convergența modelului nefiind posibilă pentru deplasări mai mari. Astfel, nu se poate reproduce numeric comportarea modelului pe toată durata încercării ci doar până în momentul dezvoltării complete a suprafețelor plastice.

## VI.4 Protecție de mal cu anrocamente

### VI.4.1 Introducere

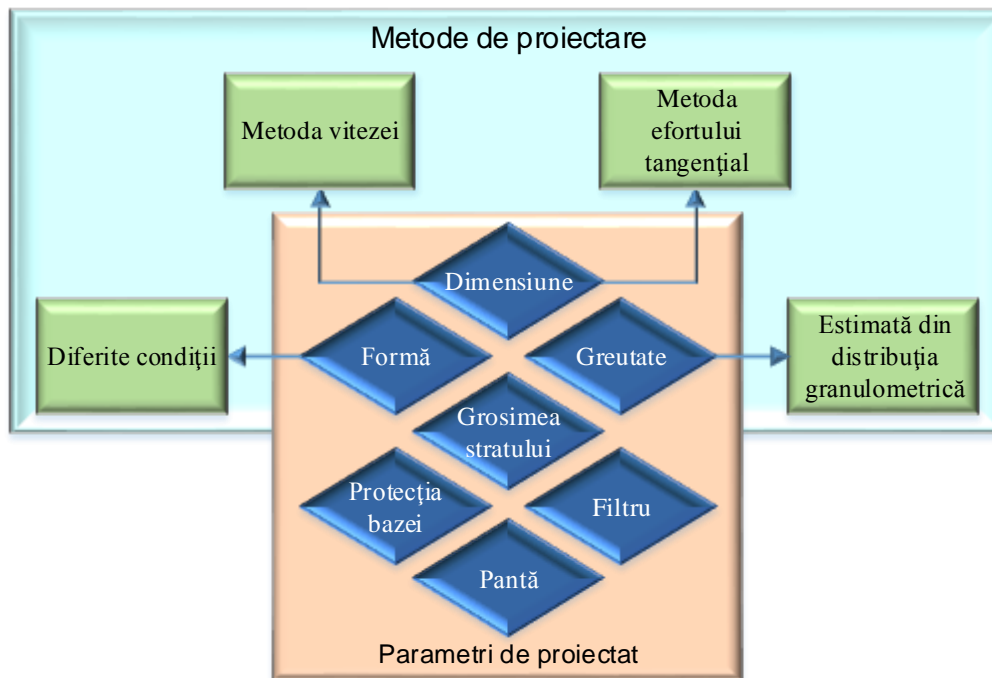
Anrocamentele sunt utilizate pentru protecția anti-erozională a cursurilor de apă și zonelor de coastă. Punerea acestora în operă pentru realizarea geometriei dorite este supusă unui grad înalt de incertitudine cu privire la rezultatul final, anrocamentele fiind în general lăsate să cadă pe fundul râului, respectiv pe versant, de la suprafața apei. Astfel, estimarea cantității necesare de material pentru realizarea proiectului poate fi dificilă, și se bazează în general pe experiența proiectantului, însă precizia estimării nu poate fi evaluată cantitativ.



Fig. VI.173: Protecție de coastă cu anrocamente (Albena, Bulgaria)

În acest capitol este propusă o metodă de extindere a procesului de proiectare a protecției anti-erozionale cu anrocamente, utilizând metoda elementului discret. Procedura are la bază un set de modelări Monte Carlo, ce au ca scop evaluarea probabilității de obținere a unei anumite geometrii a taluzului proiectat, utilizând o cantitate dorită de material.

O serie de parametri fac obiectul proiectării anrocamentelor, precum mărimea blocurilor, forma și greutatea acestora, grosimea stratului, protecția piciorului taluzului și capacitatea de filtrare (Fig. VI.174). În general, metodele de proiectare se bazează pe relații empirice, iar estimarea cantității necesare de material nu este foarte precisă.



**Fig. VI.174: Parametri și metode în proiectarea anrocamentelor**

Prezenta lucrare pornește de la o situație reală de proiectare a unei protecții de mal cu anrocamente, pe malul Dunării, în municipiul Galați, România. Amplasamentul se află într-o regiune concavă, puternic supusă eroziunii, ce a suferit o degradare a protecției existente în urma cedării malului (Fig. VI.175÷Fig. VI.177). Alunecarea s-a produs după recuperarea din apropiere a unei epave de pe fundul râului (Fig. VI.178).



**Fig. VI.175: Imagine de ansamblu a zonei afectate**



**Fig. VI.176: Avalul zonei afectate (a); Limita aval a zonei afectate (b)**



**Fig. VI.177: Detalii ale zonei afectate: a) vedere de sus; b) ebulment; c) vedere de jos; d) pilot de acostare**

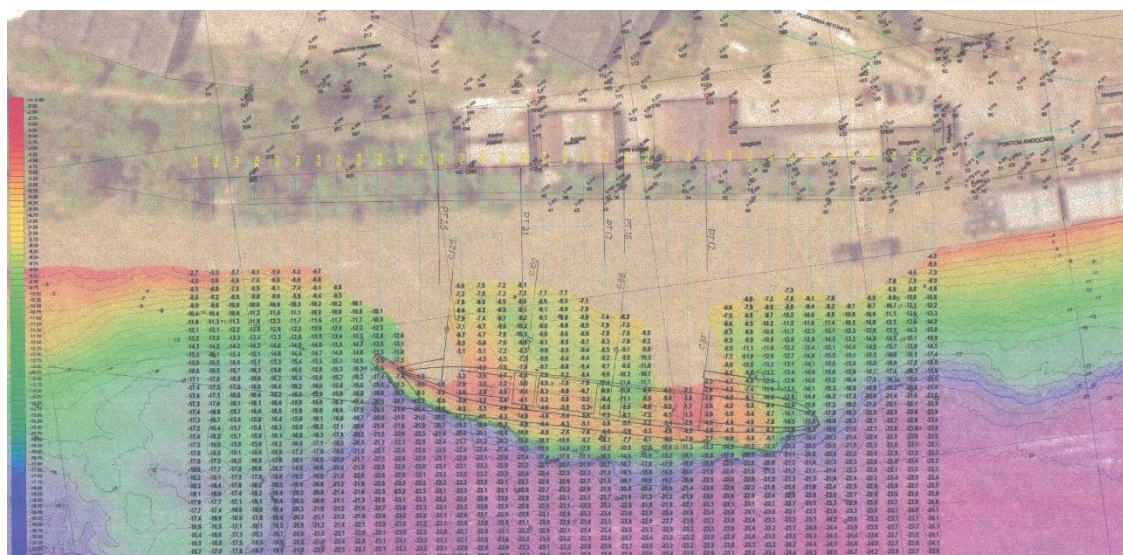


Fig. VI.178: Hartă batimetrică a amplasamentului

În cazul prezentat, o funcție suplimentară ce trebuie îndeplinită de taluzul cu anrocamente este asigurarea stabilității malului. Astfel, estimarea cantității necesare de material trebuie realizată nu doar pe baza condițiilor impuse de efectul apei asupra malului, ci și pe baza greutatei minime a stratului de protecție, precum și geometria acestuia, pentru a oferi un factor de stabilitate necesar. În plus, este necesară o evaluare a gradului de încredere asociat estimării făcute, pentru a caracteriza astfel probabilitatea de obținere a configurației proiectate. Această configurație trebuie caracterizată atât geometric, din punct de vedere al pantei obținute (unghiul pantei), cât și fizic, caracterizată prin probabilitatea de obținerea a unor anumite porozități și greutate volumice.

Acești parametri sunt în general greu de determinat aprioric, metodele obișnuite de proiectare, bazate pe normative, stasuri, sau chiar tehnici observaționale, fiind concepute astfel încât să ofere rezultate acoperitoare. Metode mai avansate, precum abordări numerice continue (MEF) pot să ofere un bun suport pentru calcule de stabilitate și chiar proiectare împotriva acțiunii apei în cuplaj cu CFD (Computational Fluid Dynamics), dar suferă în ceea ce privește estimarea parametrilor fizici anterior menționați, fiind practic imposibil de estimat cu un grad rezonabil de precizie proprietățile materialului obținut prin vărsare mecanică din barjă.

Utilizarea MED în acest caz pare a fi cea mai potrivită soluție, aceasta putând să ia în considerare efectele discontinuității asupra proprietăților globale ale materialului. Totodată, realizarea unui număr mare de simulări, pornind de la situații inițiale generate aleatoriu pot ajuta la asocierea unui anumit grad de încredere rezultatelor obținute.

#### VI.4.2 Descrierea modelului

Pe baza topologiei amplasamentului, a fost realizată o secțiune caracteristică cu dimensiunile 120.0x35.0x6.0m (Fig. VI.179). Aceasta a reprezentat un strat suport rigid peste care au fost așezate anrocamentele. Pentru simplificare, efectul apei nu a fost luat în considerare, dar se poate aprecia că efectul acesteia nu influențează scopul analizei, i.e. distribuția spațială a blocurilor de anrocamente. Grosimea secțiunii este de 6.0m, suficient de mare pentru a permite așezarea elementelor cu dimensiuni între 600mm și 900mm (diametru echivalent) și în același timp suficient de mică pentru a reduce timpul de calcul.



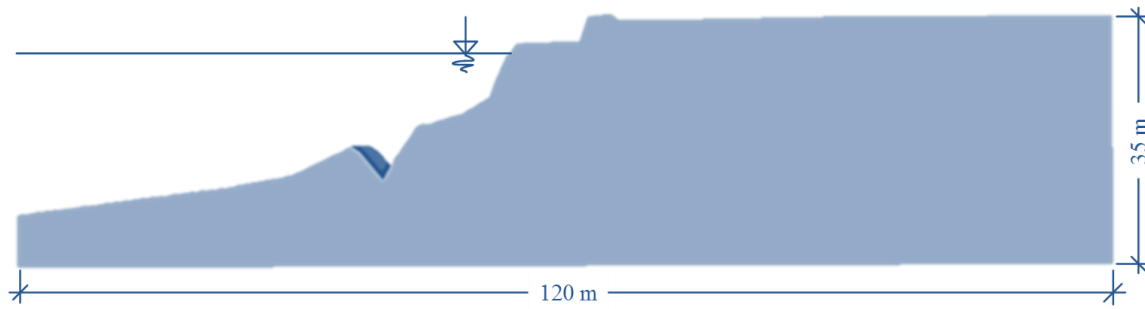


Fig. VI.179: Secțiune caracteristică utilizată

Deoarece modelul este bazat pe un proiect real, au fost utilizate dimensiunile anrocamentelor rezultate din proiectarea inițială. Aceasta propune blocuri cu masa între 400kg și 800kg, astfel, echivalând cu sfere de masă egală, acestea vor avea diametre între 660mm și 830mm, pentru o densitate de  $2.65\text{g/cm}^3$ . Astfel, distribuția granulometrică a particulelor implementate, utilizând sfere echivalente, este descrisă în Fig. VI.180.

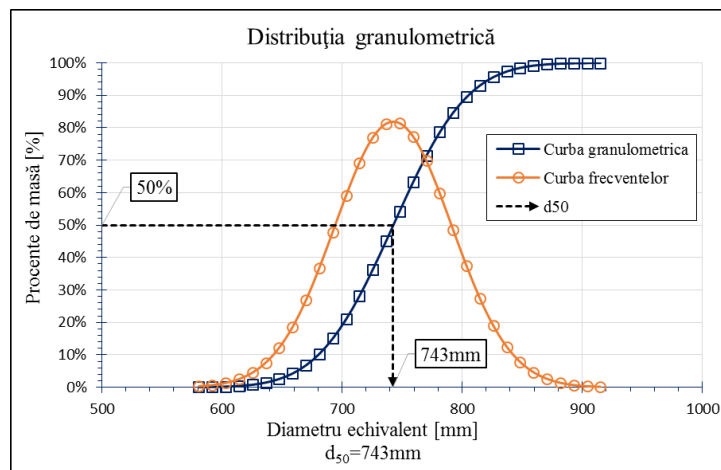


Fig. VI.180: Distribuția granulometrică a anrocamentelor

Deoarece numărul necesar de particule utilizate este relativ mic (maximum 2600) iar obiectivul principal al lucrării este determinarea cât mai corectă a distribuției spațiale a anrocamentelor, s-a decis utilizarea unor forme complexe pentru anrocamente, pentru simularea mai exactă a comportării acestora. Deoarece formele reale ale anrocamentelor sunt complexe și greu de aproximat, s-au utilizat un număr de 6 modele geometrice tridimensionale obținute prin scanare a unor roci reale (Fig. VI.181). Acestea acoperă diverse categorii de formă, caracterizate prin unghiularitate și rotunjime.



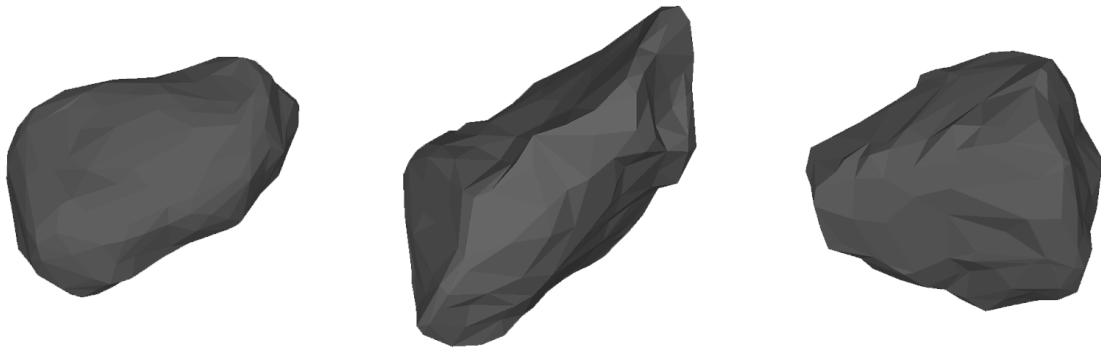


Fig. VI.181: Modele geometrice 3D [228]

În general, programele de calcul utilizând metoda elementelor discrete utilizează sfere și cuburi, în modelarea 3D, respectiv discuri și poligoane, în modelarea 2D, pentru crearea particulelor. Unii autori au studiat efectul formei particulei și au implementat diverse metode pentru introducerea unor forme complexe utilizând grupuri de sfere [229], [230], [231], [232], [233], [234]. Programul propus permite utilizarea oricărei geometrii tridimensionale ca și element static, sau a unei geometrii convexe drept element dinamic. Astfel, au fost create particule pe baza formelor descrise în Fig. VI.181, prin obținerea înfășurătoarei convexe a acestora. Se consideră că aproximarea convexă a geometriei are o influență redusă comparativ cu utilizarea unor forme primare, precum sfere și cuburile.

Modelele geometrice au fost introduse în programul de calcul printr-un algoritm special creat (Fig. VI.182), care transformă rețeaua de triangulație cu rol de reprezentare geometrică într-o rețea de triangulație convexă cu rol de interacționare fizică. Rezultatul procesului de transformare pentru o particulă este descris în Fig. VI.183.

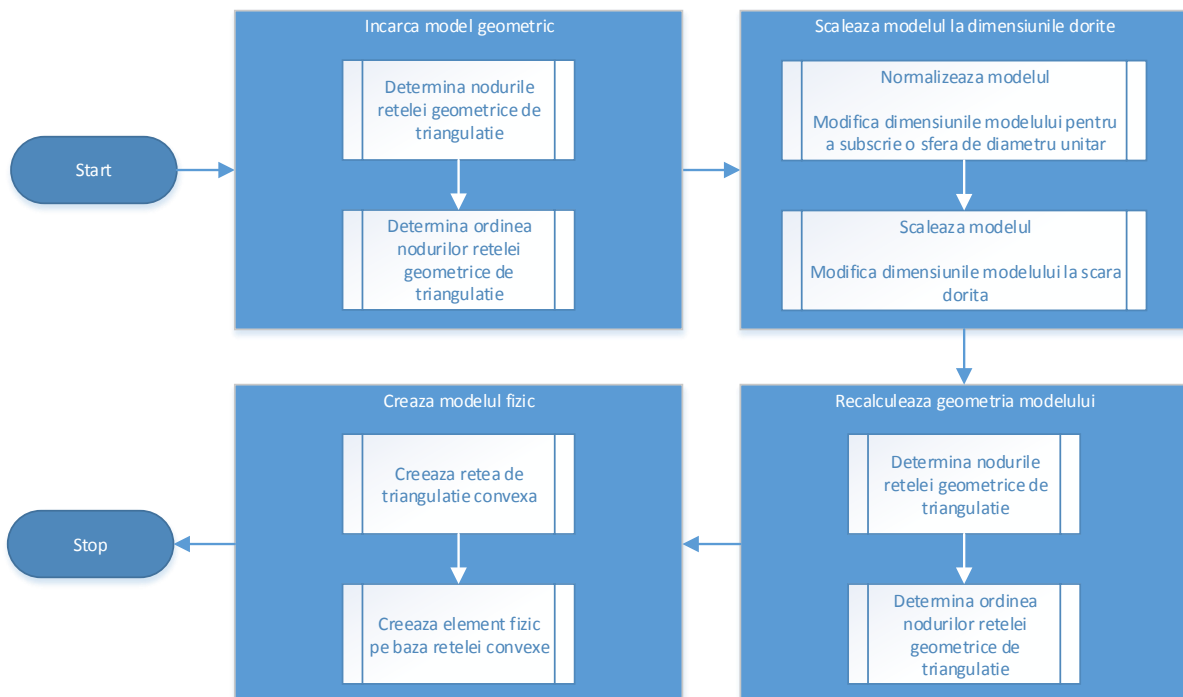
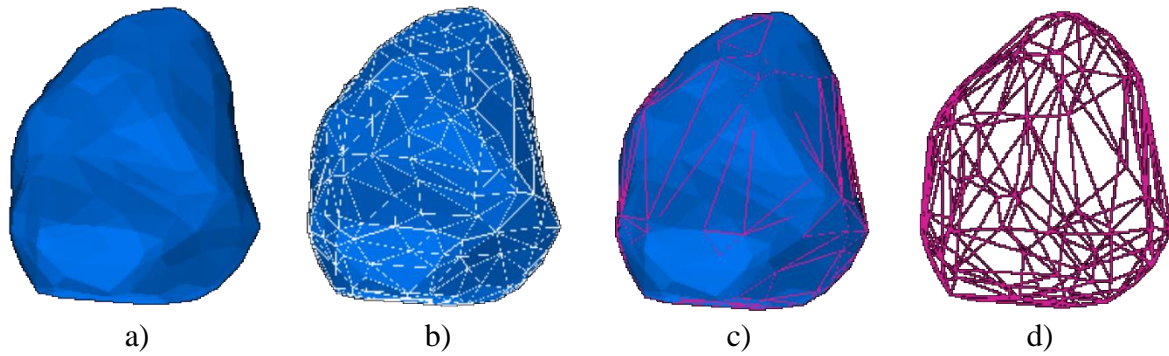


Fig. VI.182: Algoritm pentru crearea de forme complexe (detaliat în Anexa 1)

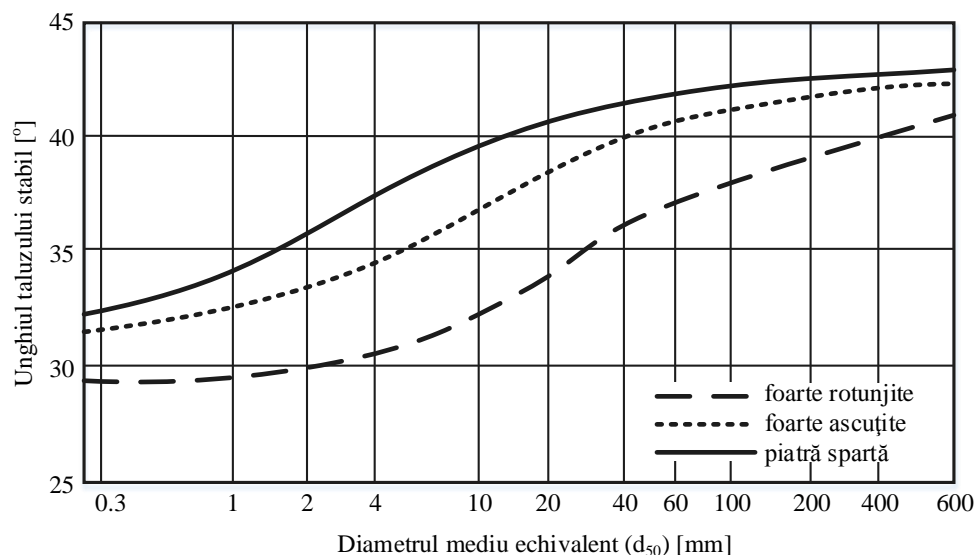


**Fig. VI.183: Exemple de transformare a unui model geometric 3D în model fizic: a) modelul geometric solid; b) rețeaua de triangulație a modelului geometric; c) rețeaua de triangulație convexă pentru modelarea fizică suprapusă peste modelul geometric solid; d) rețeaua de triangulație convexă**

### VI.4.3 Determinarea parametrilor mecanici

Parametrii necesari în calcul sunt coeficientul de frecare la nivel micro-mecanic,  $\mu_{\text{static}}$ , respectiv  $\mu_{\text{dinamic}}$  (pentru simplificare, s-a considerat  $\mu_{\text{dinamic}} = \mu_{\text{static}}$ ) și coeficientul de amortizare,  $c$ . Coeficientul de amortizare a fost ales unitar, producând astfel o valoare maximă a amortizării, în timp ce coeficientul de frecare a fost determinat pe baza unghiului de taluz stabil al materialelor utilizate pentru anrocamente.

Conform Simons și Senturk [235], unghiul taluzului stabil pentru anrocamente depinde de diametrul echivalent mediu al blocurilor ( $d_{50}$ ) și forma acestora (Fig. VI.184). Pe baza distribuției granulometrice al materialului utilizat, s-a determinat diametrul mediu echivalent egal cu 743mm (Fig. VI.180), ceea ce conduce la un unghi de taluz stabil de aproximativ  $42^\circ \div 43^\circ$ . Astfel, au fost realizate o serie de modele de calibrare pentru determinarea coeficientului de frecare necesar.



**Fig. VI.184: Unghiul taluzului stabil pentru anrocamente, după Simons și Senturk [235]**

Deși, teoretic, unghiul taluzului stabil pentru materiale granulare uscate este egal cu unghiul de frecare internă, determinat de Lambe și Whitman [236] analizând stabilitatea unui taluz infinit, unele studii au arătat că unghiul de taluz stabil depinde de o serie de alți factori. Chik și Valejo [237] au arătat că rugozitatea bazei (coeficientul de frecare dintre materialul granular și baza pe care este așezat) are un impact semnificativ. Dacă baza este foarte puțin rugoasă, materialul

suferă o cedare de tip împrăștiere, conducând la unghiuri de taluz foarte mici. De asemenea, a fost studiată problema cedării unei coloane înalte de material granular prin metode discrete [238], respectiv continue [239], conducând la unghiuri finale de  $10^\circ$  sau chiar mai mici, pentru material cu unghi de frecare internă de peste  $20^\circ$ . În plus, forma particulelor este considerată a avea o influență majoră, Jin et al. [227] obținând unghiuri cu 20% mai mari în cazul particulelor de formă tetraedrică, comparativ cu cele sferice.



Fig. VI.185: Stivă de material granular natural

Pentru determinarea unghiului de frecare internă macro-mecanic s-a urmărit metodologia propusă în cap. VI.3.6. Presupunând că un material necoeziv, uscat, turnat lent pe un plan orizontal de egală frecare, va forma o stivă având unghiul de taluz egal cu unghiul de frecare internă al materialului, s-a utilizat pâlnia descrisă în capitoul anterior, umplută cu 3000 de particule de forma aleasă și s-a înregistrat unghiul taluzului format prin descărcarea particulelor pe planul orizontal. Precum în cazul modelului de fundație directă, s-au realizat câte 20 rulaje pentru fiecare unghi de frecare ales. În final s-a determinat valoarea optimă a acestuia, astfel încât materialul să producă unghiul de taluz dorit.

Pe baza valorilor obținute, prezentate grafic în Fig. VI.186, s-a construit o funcție de regresie nelineară, urmărind modelul Morgan-Mercer-Flodin (MMF), pentru descrierea analitică a variației unghiului de taluz stabil cu unghiul de frecare. Ecuația modelului MMF este exprimată astfel:

$$y(x) = \frac{a \cdot b + c \cdot x^d}{b + x^d} \quad (\text{VI.30})$$

unde parametrii funcției au fost determinați ca:

$$\begin{aligned} a &= 0.337 \\ b &= 7.003 \\ c &= 49.929 \\ d &= 0.891 \end{aligned} \quad (\text{VI.31})$$

iar coeficientul de determinare obținut pentru model este  $R^2=0.91$ .

Astfel, din intersecția funcției de regresie cu dreapta unghiul de taluz stabil căutat,  $\psi=42.5^\circ$ , se observă că este necesară utilizarea unui unghi de frecare al materialului  $\phi=63^\circ$  ( $\mu=1.96$ ). Câteva rezultate reprezentative obținute pentru fiecare coeficient de frecare utilizat sunt descrise în anexa 4.

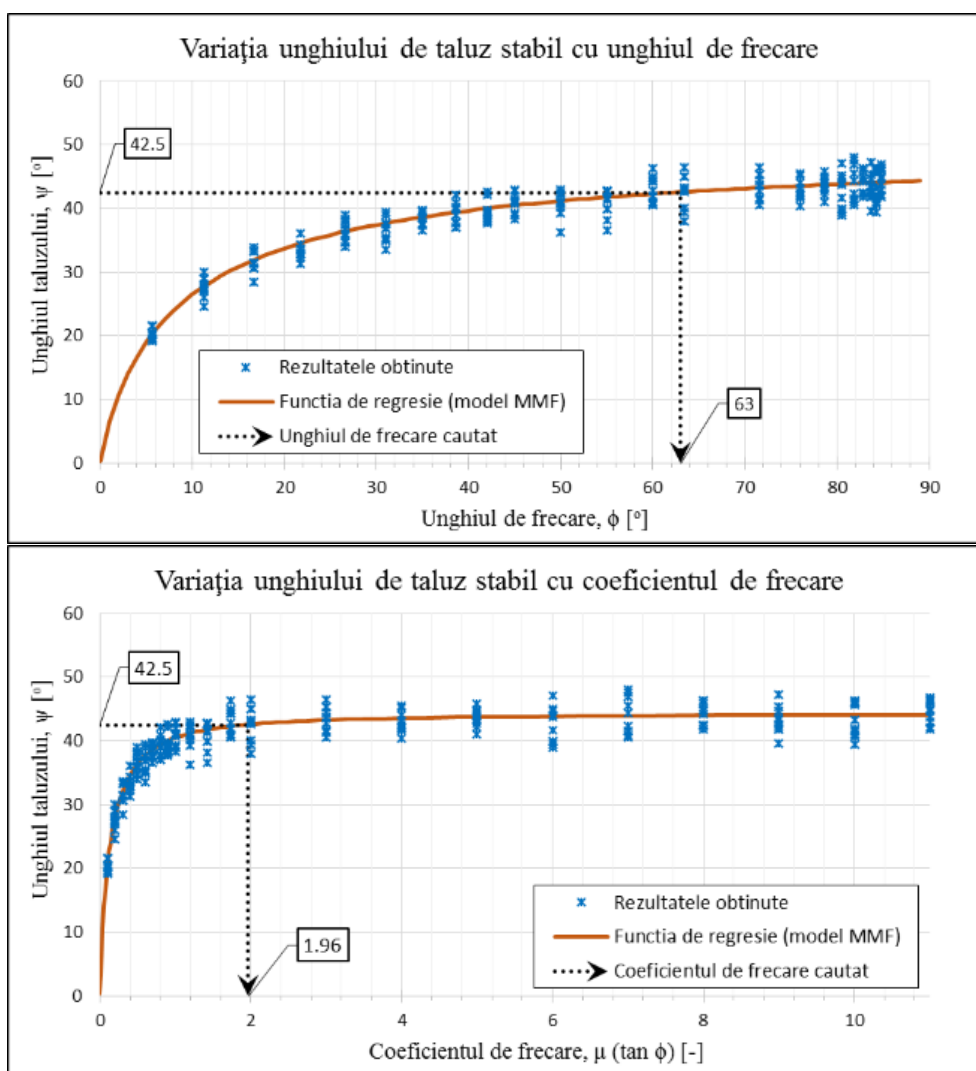


Fig. VI.186: Rezultatele analizei pentru determinarea coeficientului de frecare

#### VI.4.4 Rezultate

Pentru determinarea dispunerii probabile a anrocamentelor, au fost realizate o serie de rulaje, prin descărcarea unui număr fix de particule și înregistrarea pozițiilor acestora la sfârșitul rulajului. Inițial, anrocamentele sunt generate în poziții aleatorii la partea superioară a profilului, având forma aleasă cu egală probabilitate dintre cele șase forme introduse, iar dimensiunile fiind cele ce urmează distribuția granulometrică descrisă anterior. Pentru a putea realiza o prelucrare statistică asupra rezultatelor, au fost realizate seturi de câte 100, 170 sau 250 de rulaje cu același număr de anrocamente, după cum urmează:

Tab. VI.15: Numărul de rulaje efectuate

Nr. particule	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000	2200	2400	2600
Nr. rulaje	250	250	250	250	170	100	100	100	100	100	100

Pentru înregistrarea rezultatelor la sfârșitul fiecărui rulaj, secțiunea a fost împărțită longitudinal în segmente de câte 1.0m, în dreptul cărora a fost determinată cea mai înaltă poziție de particulă. Valorile obținute au fost utilizate pentru crearea atât a unor profile de așezare a

anrocamentelor în lungul secțiunii, cât și pentru determinarea forțelor gravitaționale ce acționează în fiecare nod al rețelei de discretizare.

Centralizând rezultatele pentru fiecare set de rulaje corespunzător unui număr fix de anrocamente, poziția particulelor a fost tratată ca o variabilă aleatorie cu distribuție normală, asupra căreia s-a determinat valoarea medie și abaterea pătratică, putând astfel crea profile cu distribuții posibile ale anrocamentelor în lungul secțiunii, având asociate un grad de probabilitate.

O sinteză a rezultatelor este prezentată în Fig. VI.187, înfățișând distribuțiile suprafețelor libere obținute cu o probabilitate de 50%, respectiv în Fig. VI.188, reprezentând distribuțiile forțelor verticale ce acționează asupra profilului, cu o probabilitate de 50%. Ulterior sunt prezentate centralizări ale rezultatelor pentru fiecare rulaj, alături de prelucrarea parametrilor statistici și distribuțiile corespunzătoare fractililor de 5% și 95%.

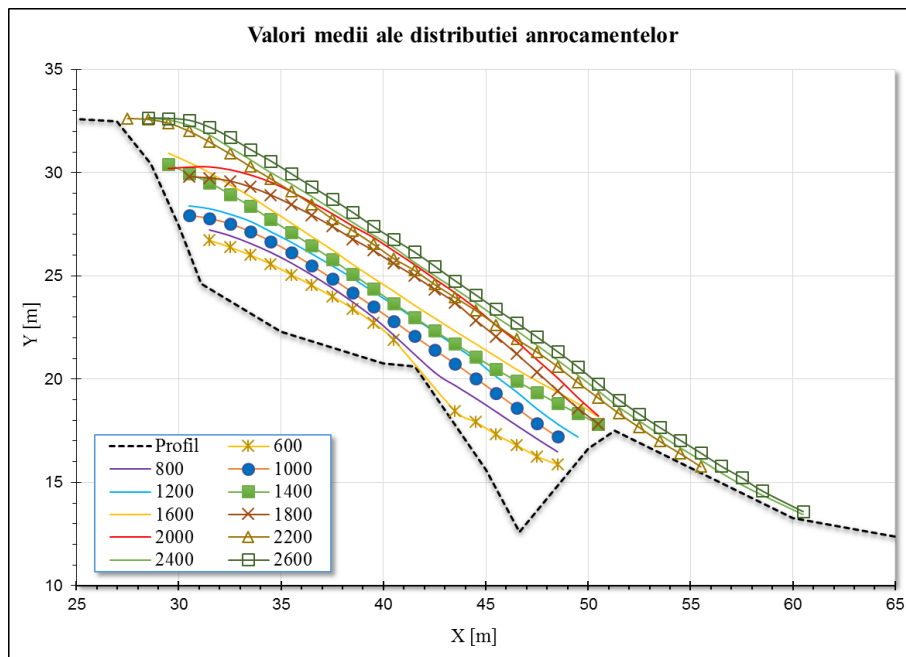


Fig. VI.187: Distribuțiile medii ale suprafețelor libere obținute

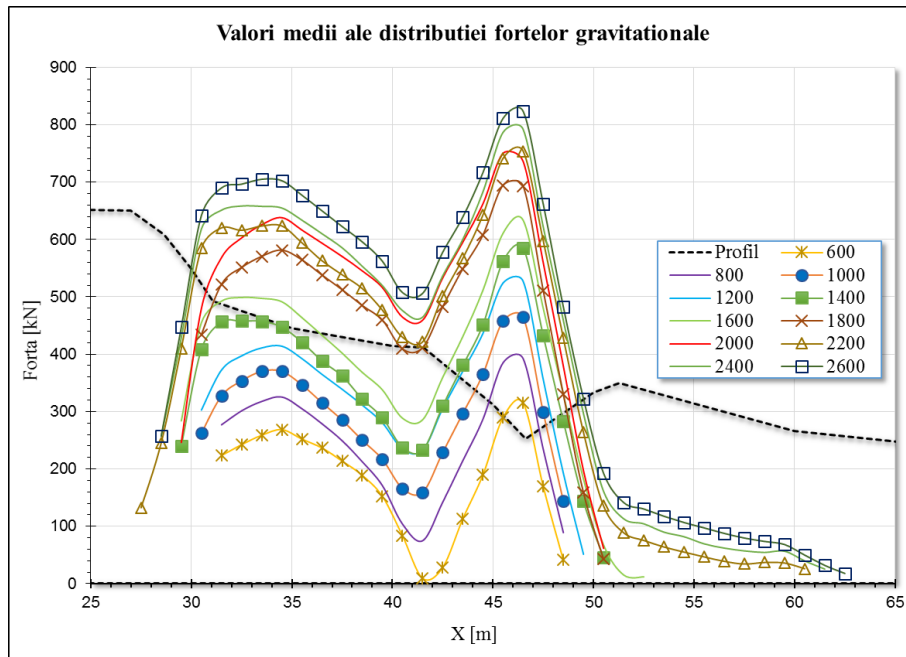


Fig. VI.188: Distribuțiile medii ale forțelor verticale obținute

### Rezultate pentru 600 de particule

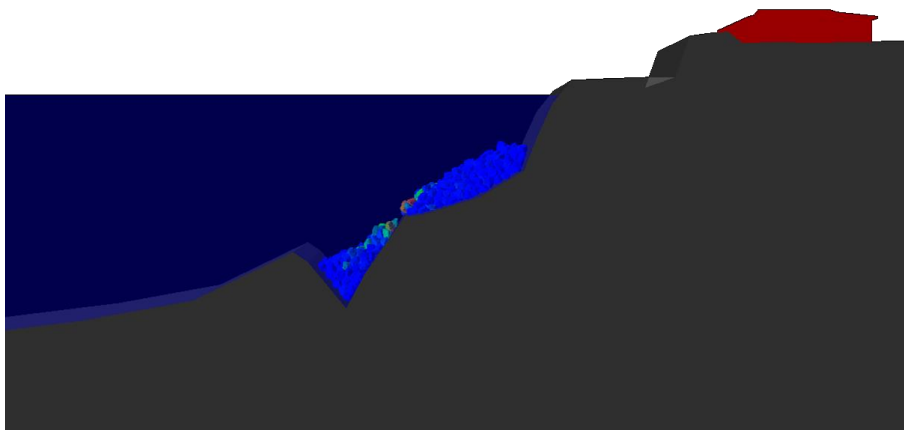


Fig. VI.189: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 600 de particule

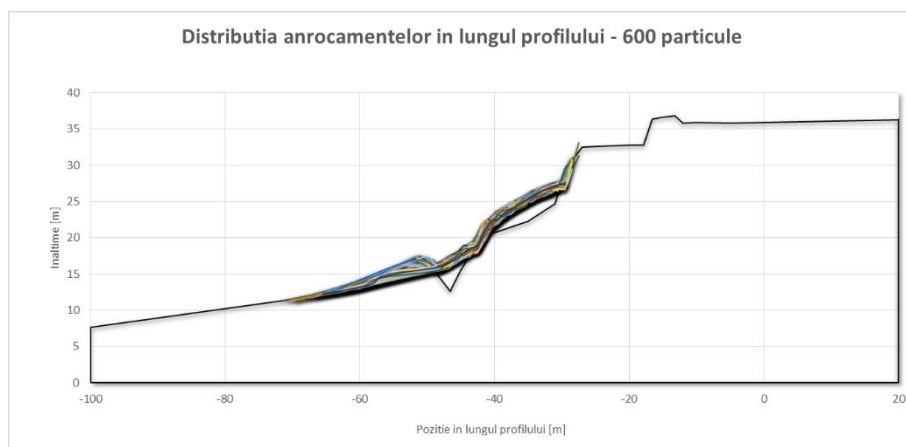
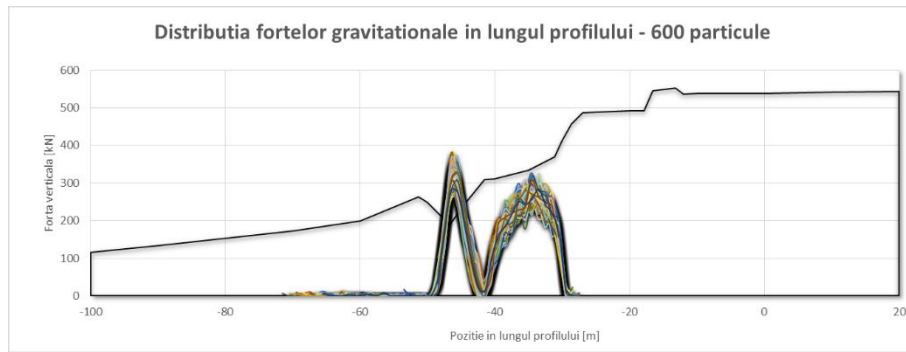
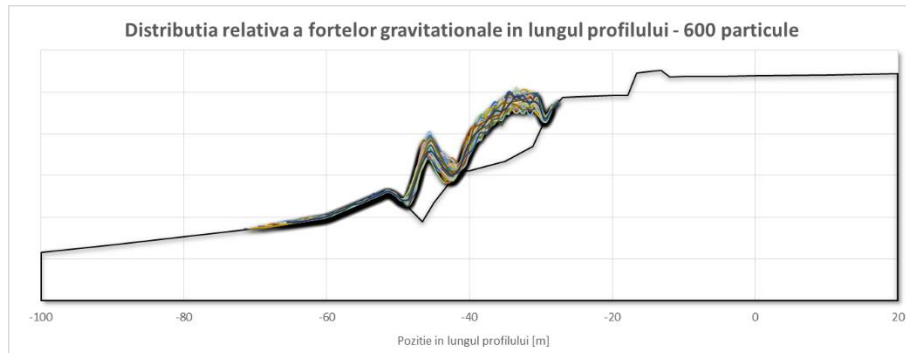


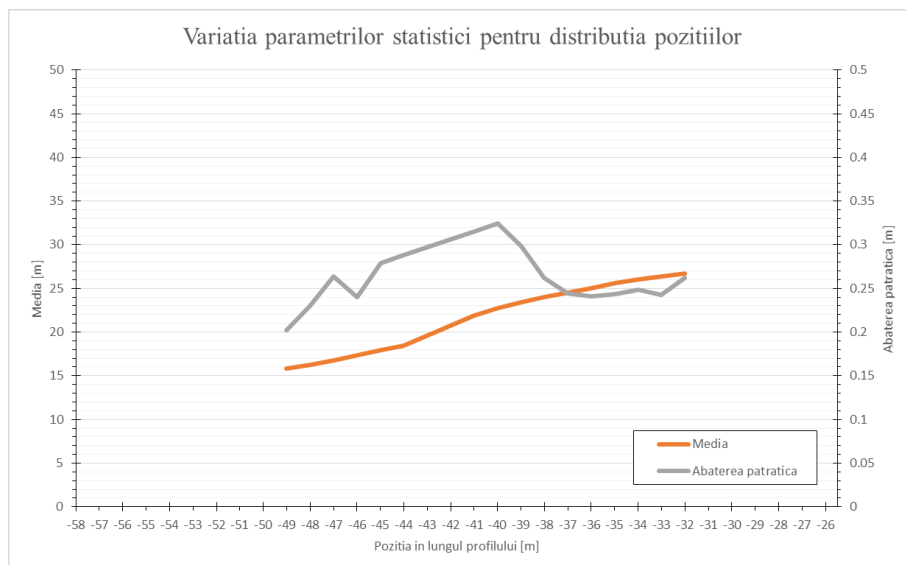
Fig. VI.190: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 600 de particule



**Fig. VI.191: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 600 de particule**

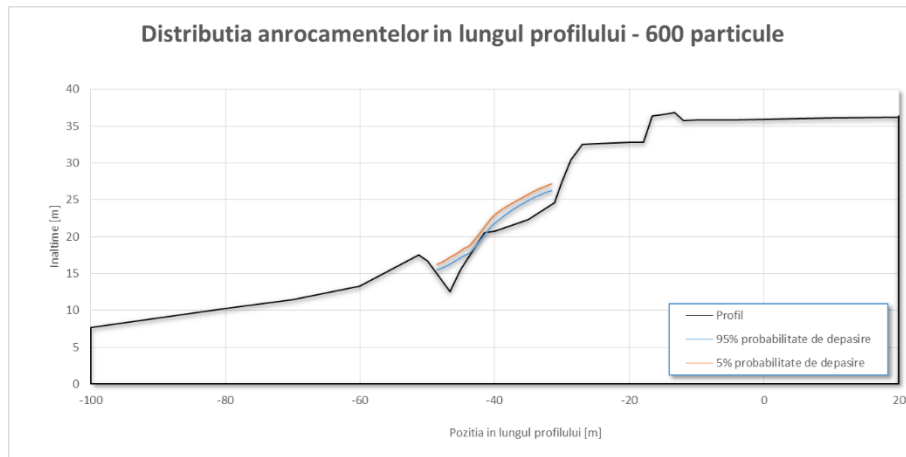


**Fig. VI.192: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 600 de particule**

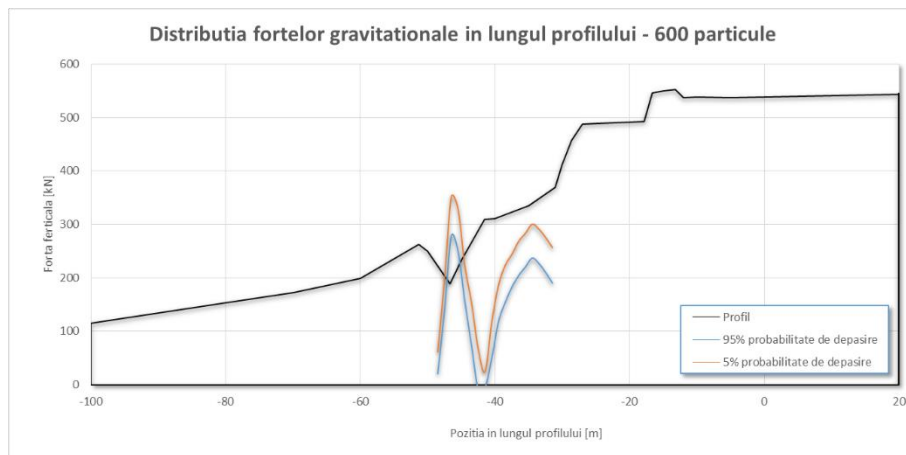


**Fig. VI.193: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor în lungul profilului – 600 de particule**

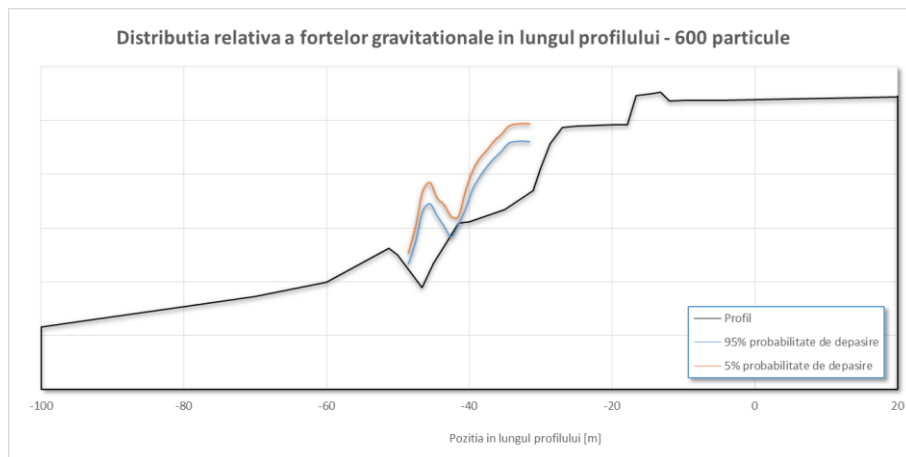




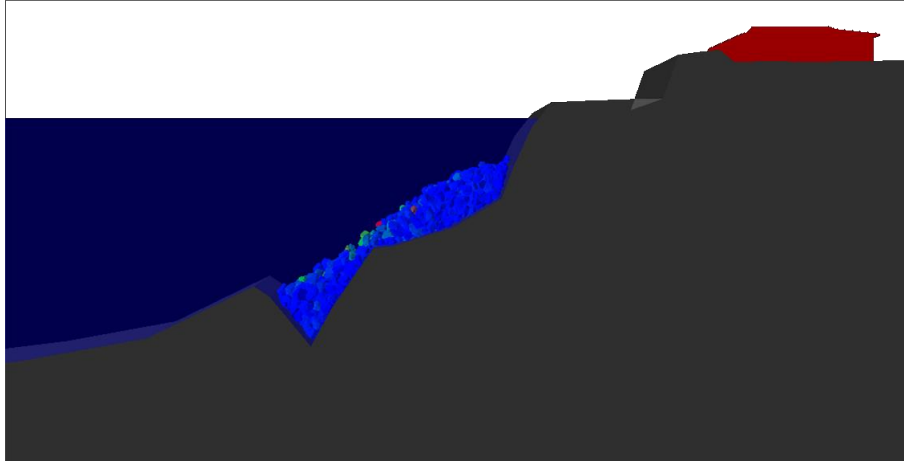
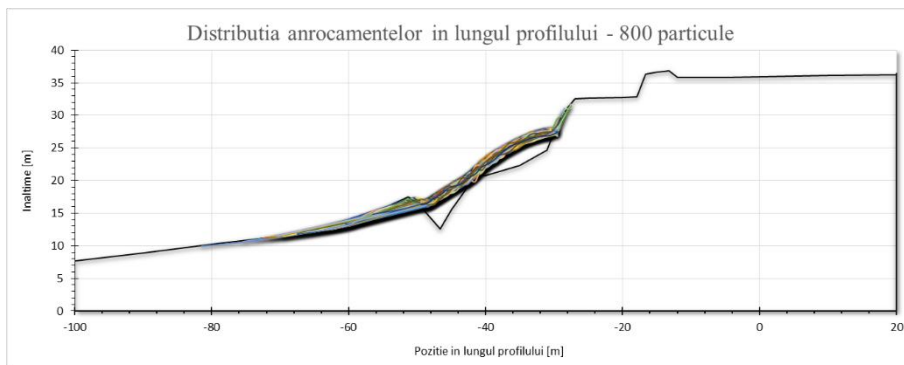
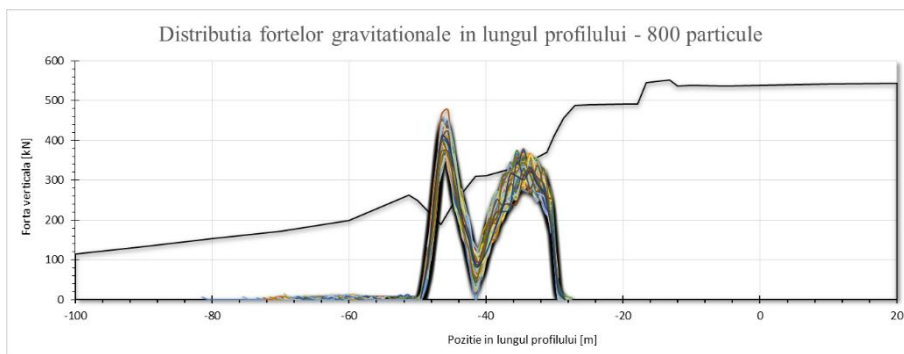
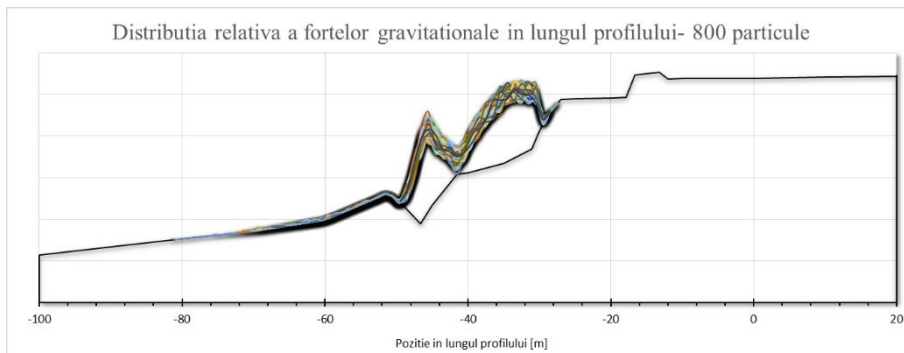
**Fig. VI.194: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 600 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

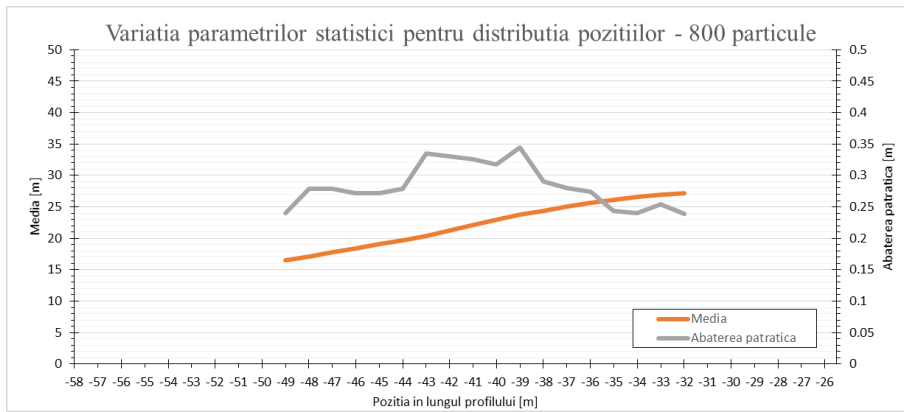


**Fig. VI.195: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 600 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

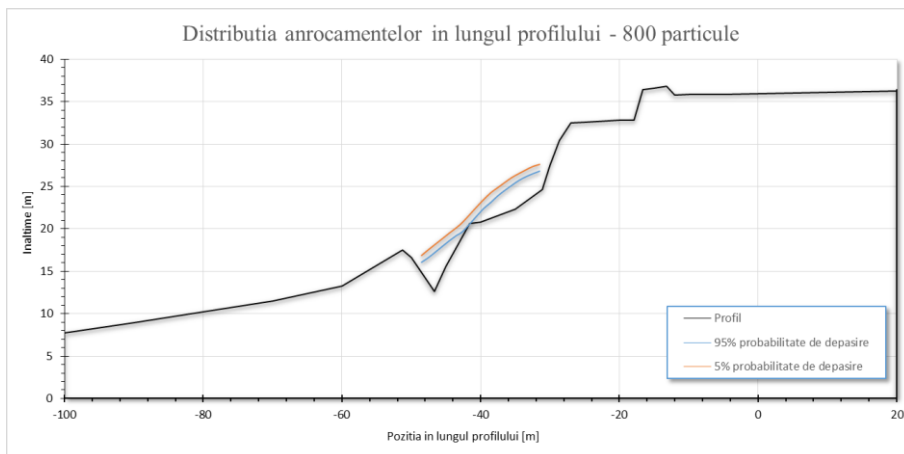


**Fig. VI.196: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 600 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

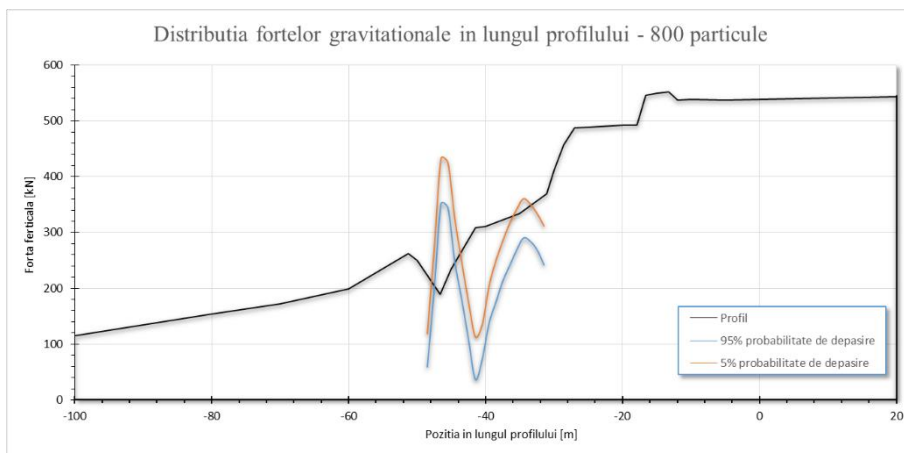
**Rezultate pentru 800 de particule****Fig. VI.197: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 800 de particule****Fig. VI.198: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 800 de particule****Fig. VI.199: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 800 de particule****Fig. VI.200: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 800 de particule**



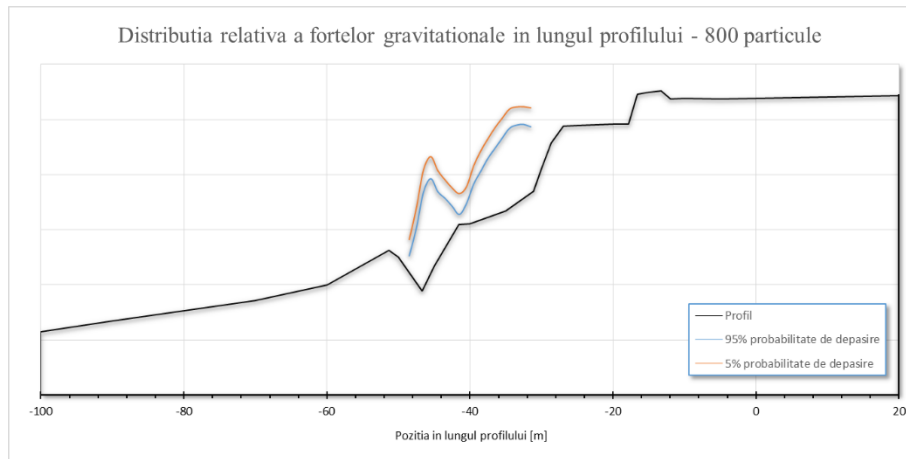
**Fig. VI.201: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor în lungul profilului – 800 de particule**



**Fig. VI.202: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 800 de particule (fracții de 5% și 95%)**

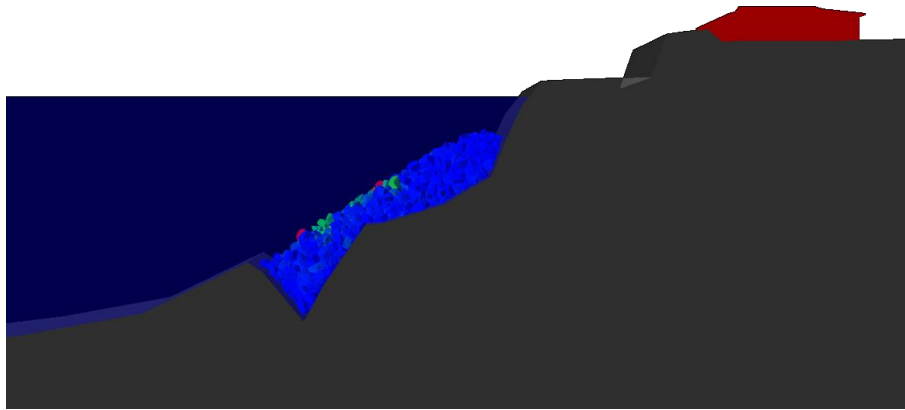


**Fig. VI.203: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 800 de particule (fracții de 5% și 95%)**

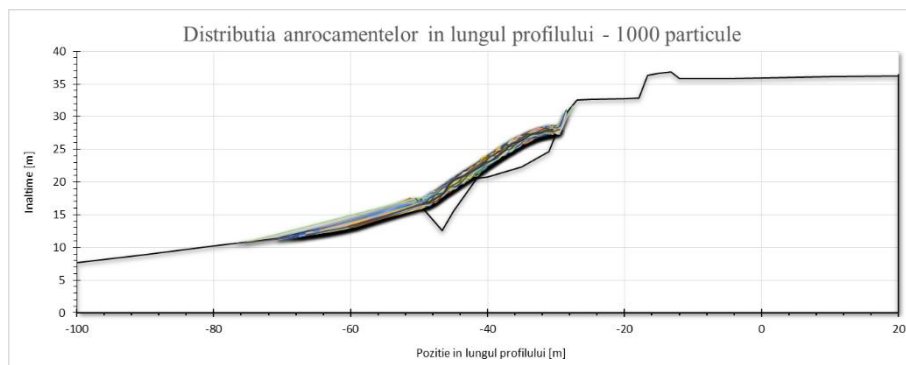


**Fig. VI.204: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 800 de particule (fracții de 5% și 95%)**

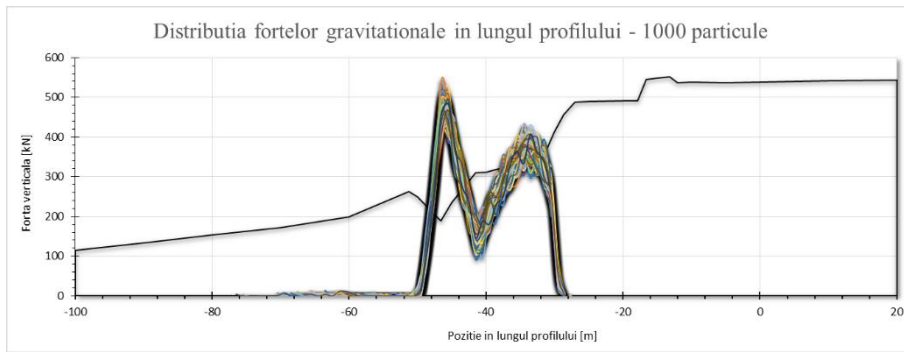
### *Rezultate pentru 1000 de particule*



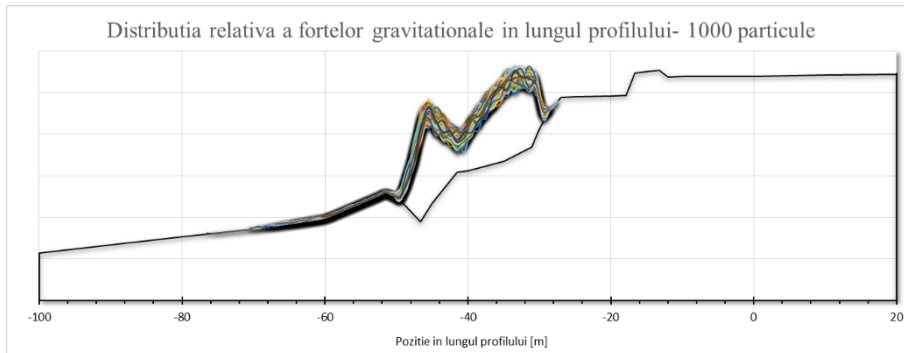
**Fig. VI.205: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 1000 de particule**



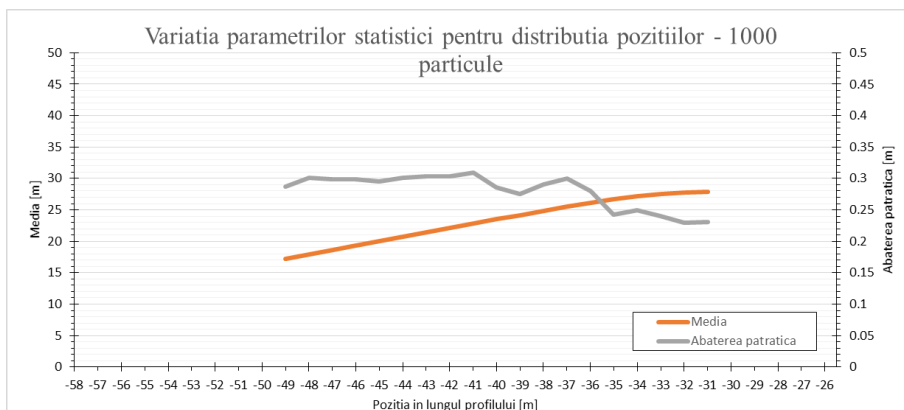
**Fig. VI.206: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1000 de particule**



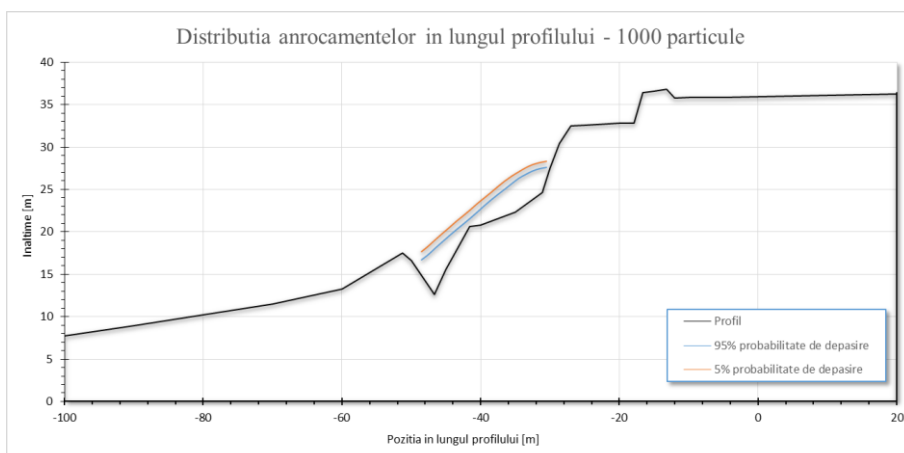
**Fig. VI.207: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1000 de particule**



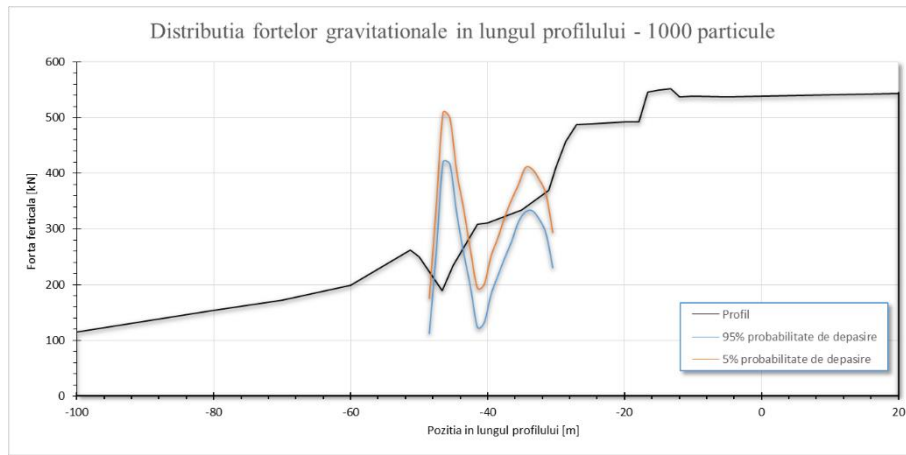
**Fig. VI.208: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1000 de particule**



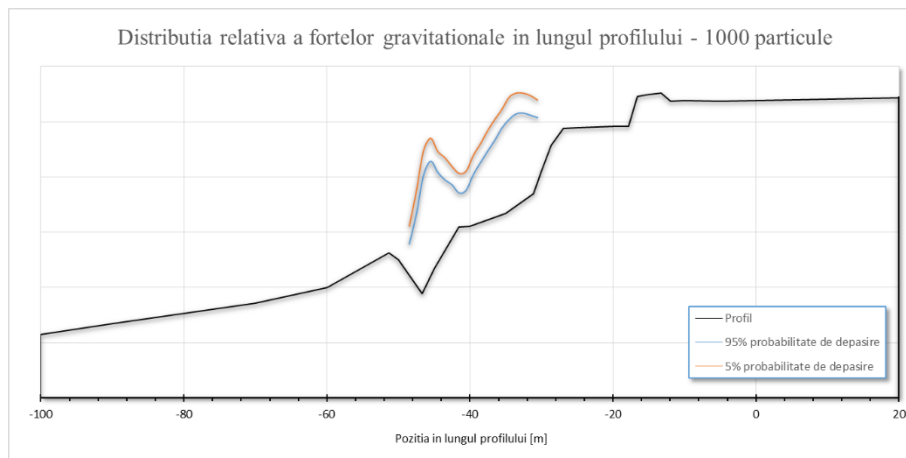
**Fig. VI.209: Variația parametrilor statistici ai distribuției pozițiilor - 1000 de particule**



**Fig. VI.210: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1000 de particule (fractiile de 5% și 95%)**

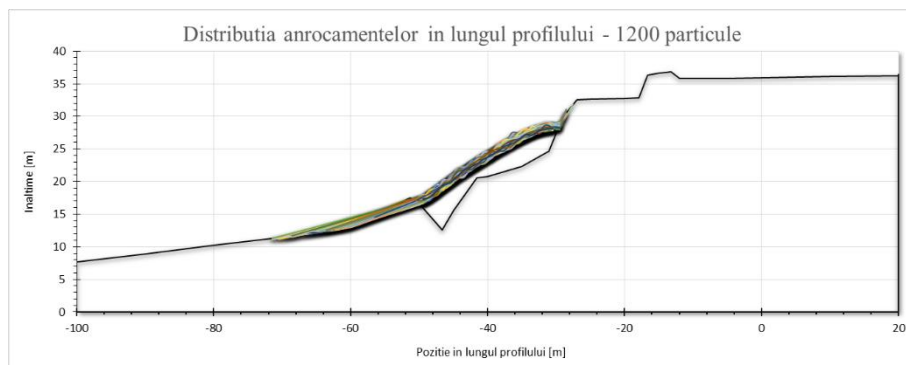


**Fig. VI.211: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1000 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

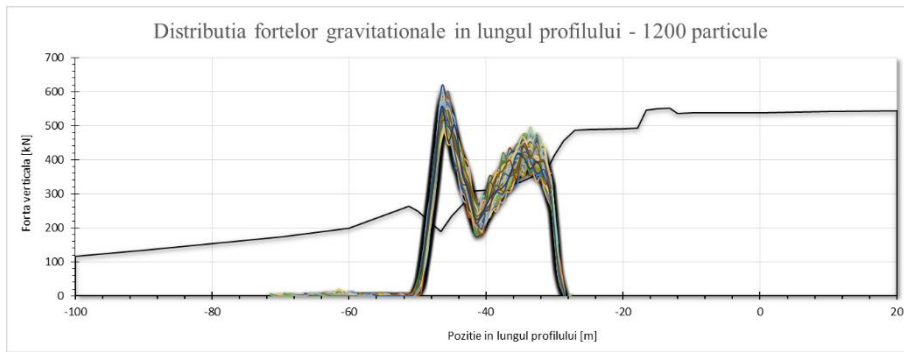


**Fig. VI.212: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1000 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

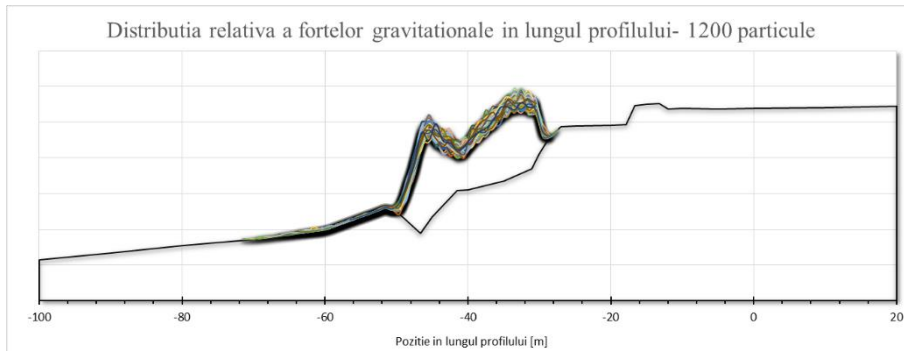
### *Rezultate pentru 1200 de particule*



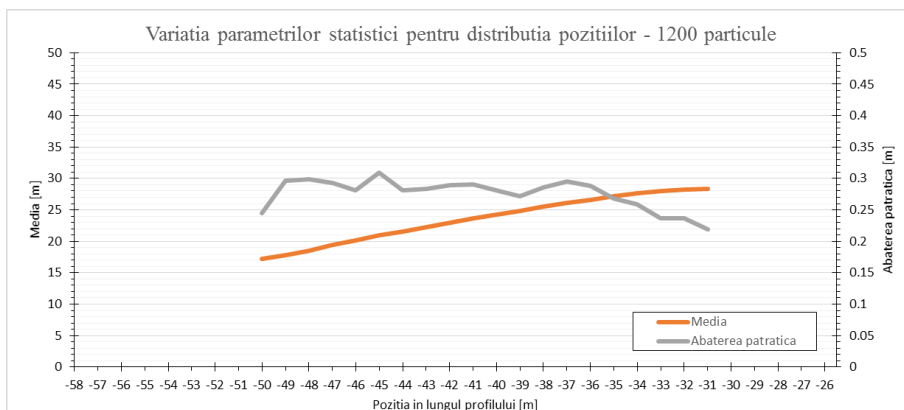
**Fig. VI.213: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1200 de particule**



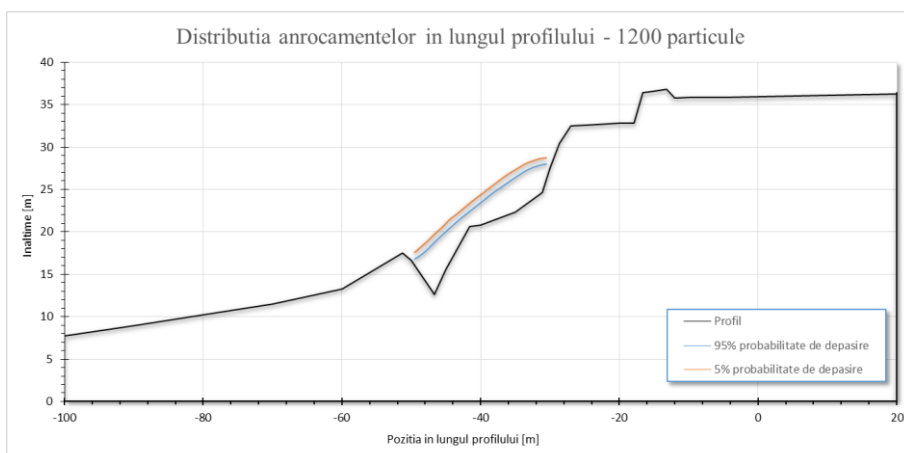
**Fig. VI.214: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1200 de particule**



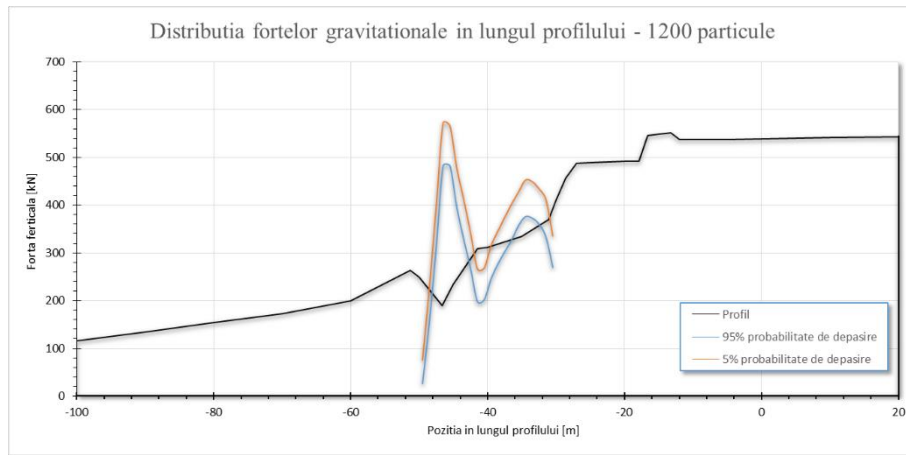
**Fig. VI.215: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1200 de particule**



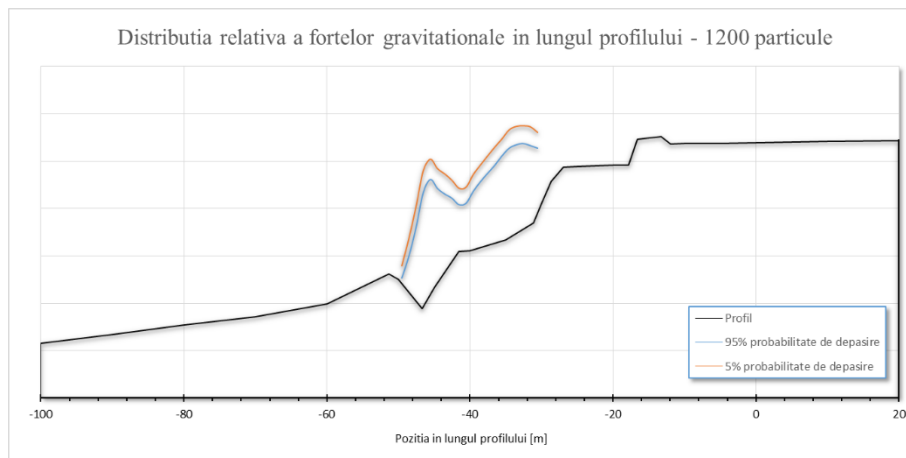
**Fig. VI.216: Variația parametrilor statistici ai distribuției pozițiilor – 1200 de particule**



**Fig. VI.217: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1200 de particule (fractiile de 5% și 95%)**

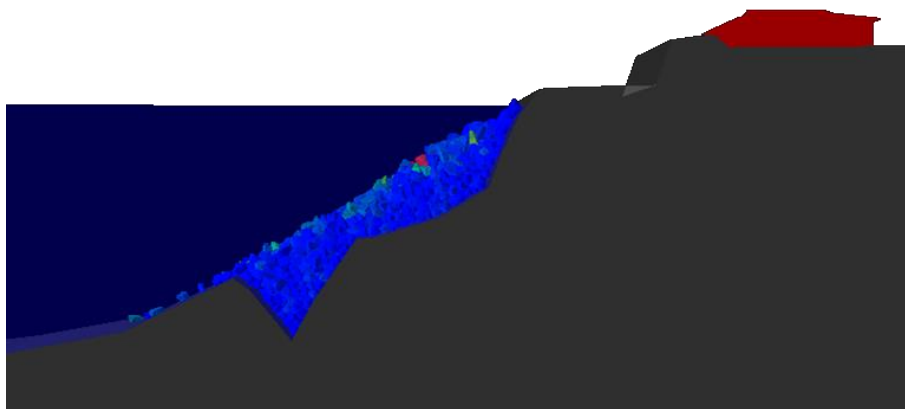


**Fig. VI.218: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1200 de particule (fractilii de 5% și 95%)**



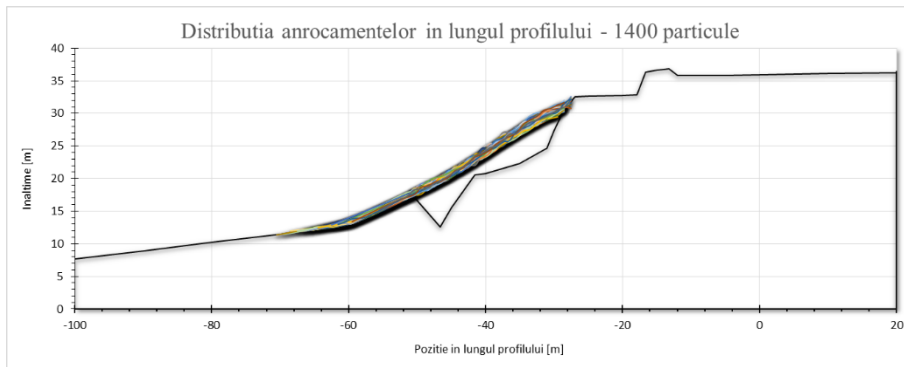
**Fig. VI.219: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1200 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

### *Rezultate pentru 1400 de particule*

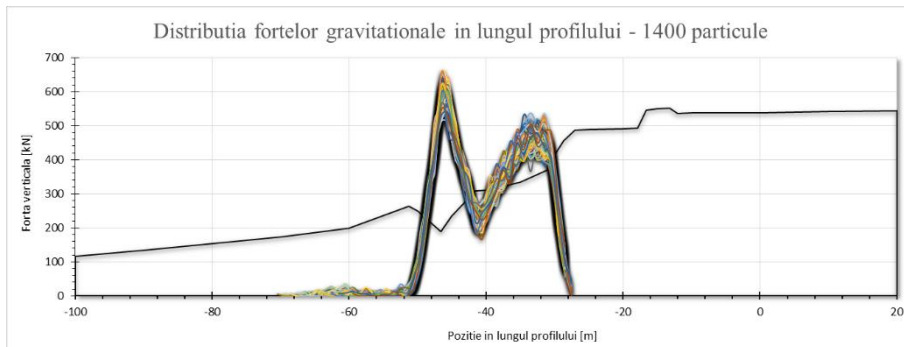


**Fig. VI.220: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 1400 de particule**

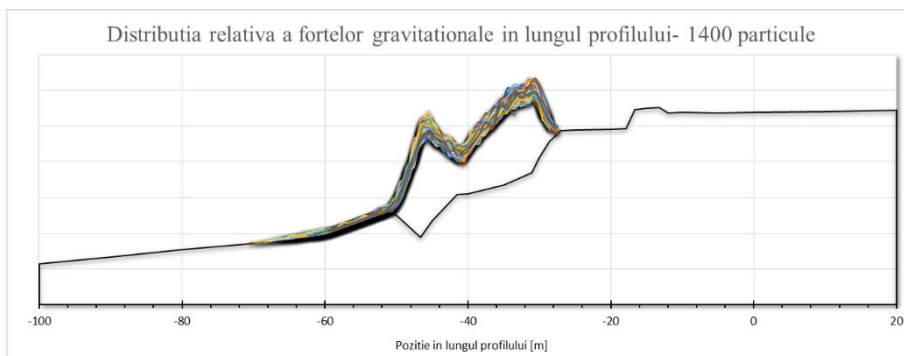




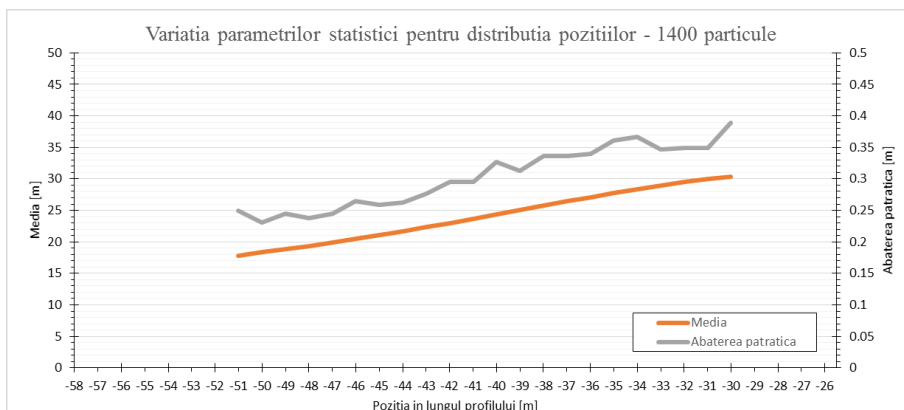
**Fig. VI.221: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1400 de particule**



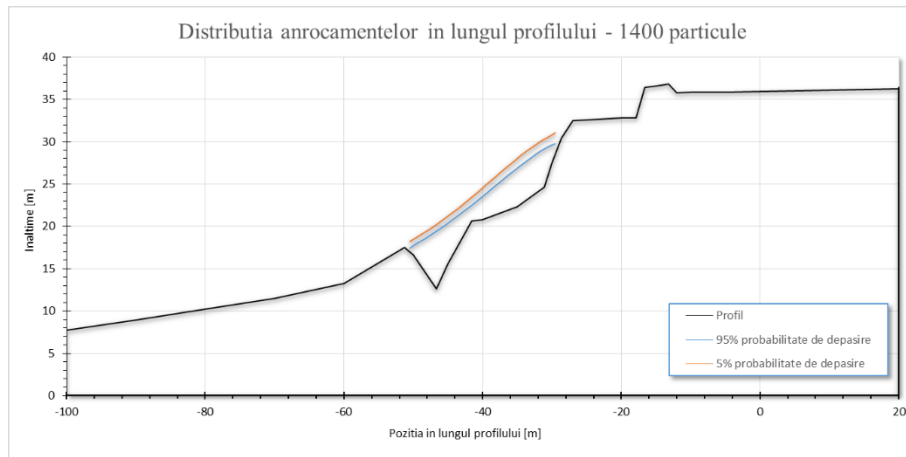
**Fig. VI.222: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1400 de particule**



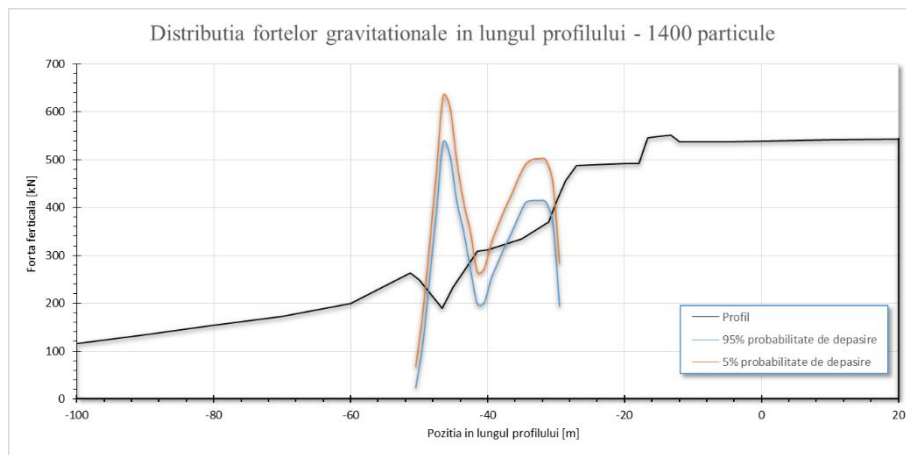
**Fig. VI.223: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1400 de particule**



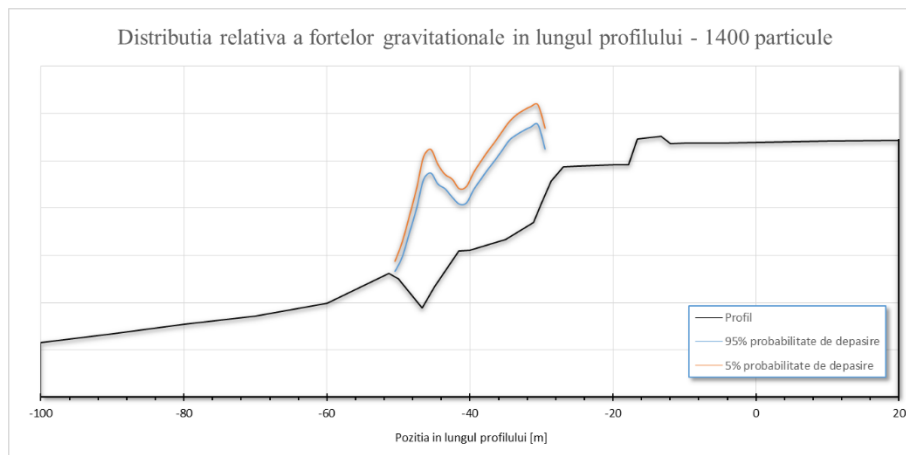
**Fig. VI.224: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor în lungul profilului – 1400 de particule**



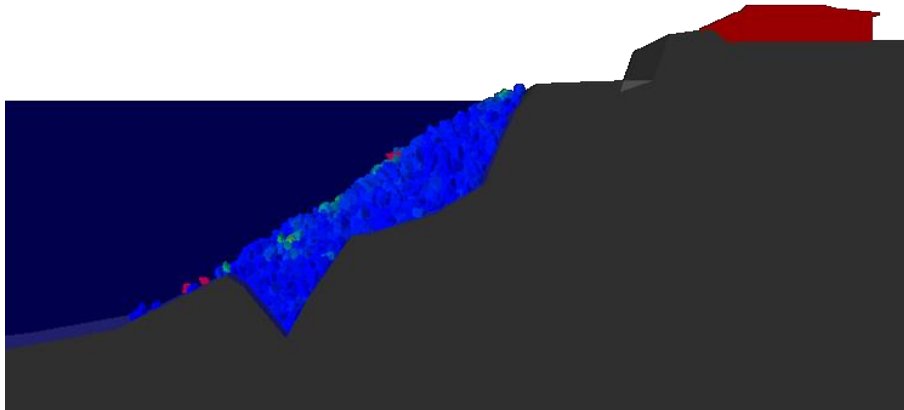
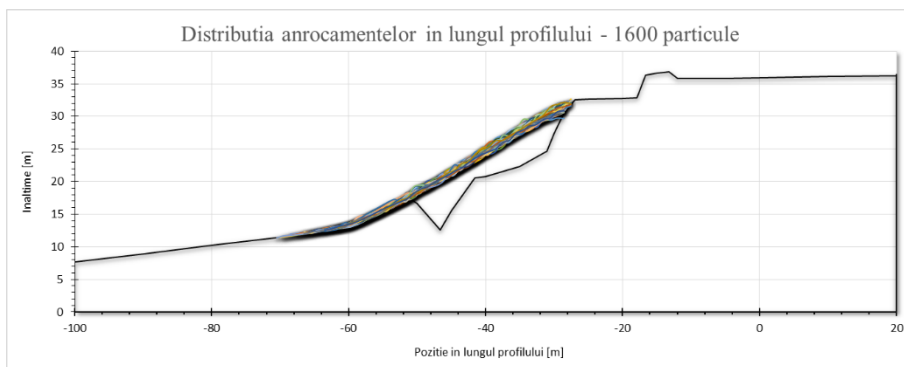
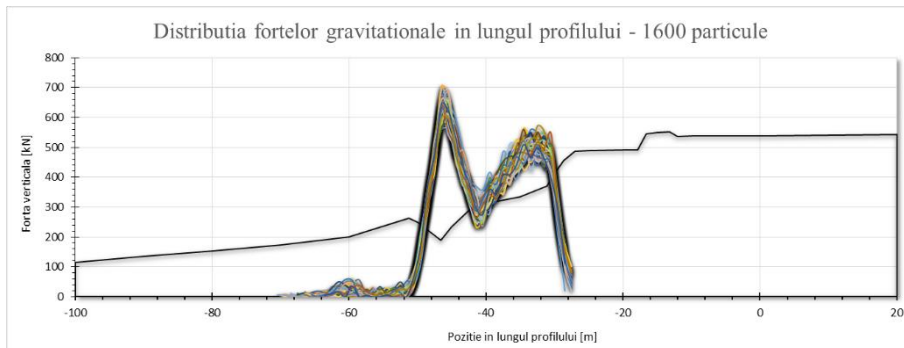
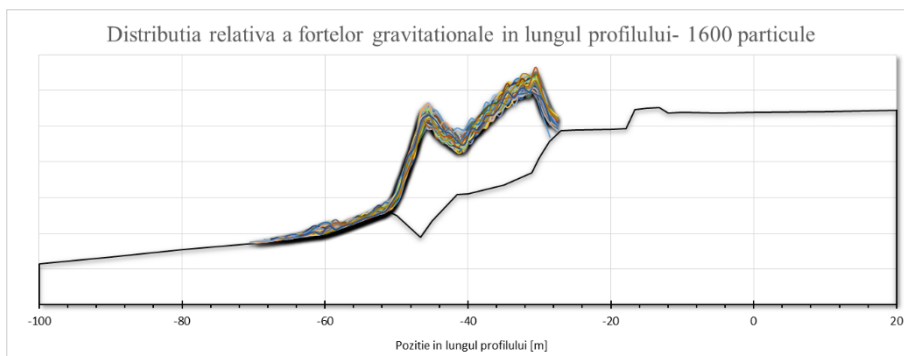
**Fig. VI.225: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1400 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

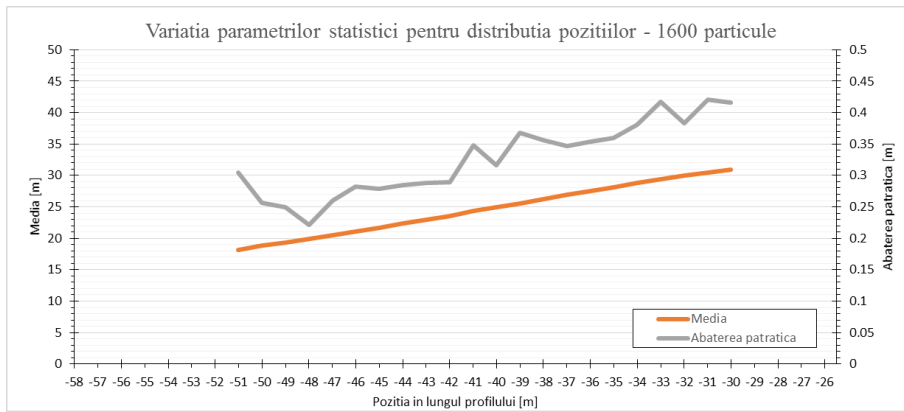


**Fig. VI.226: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1400 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

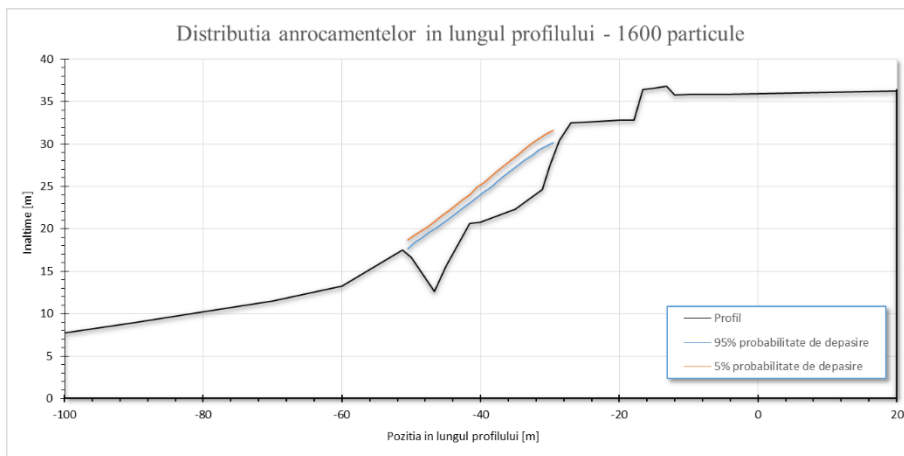


**Fig. VI.227: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1400 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

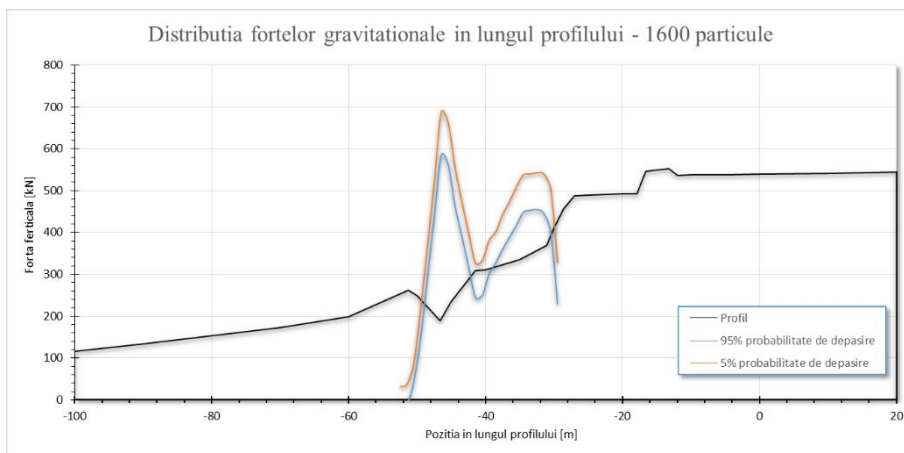
**Rezultate pentru 1600 de particule****Fig. VI.228: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 1600 de particule****Fig. VI.229: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1600 de particule****Fig. VI.230: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1600 de particule****Fig. VI.231: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1600 de particule**



**Fig. VI.232: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor în lungul profilului – 1600 de particule**



**Fig. VI.233: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1600 de particule (fractilii de 5% și 95%)**



**Fig. VI.234: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1600 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

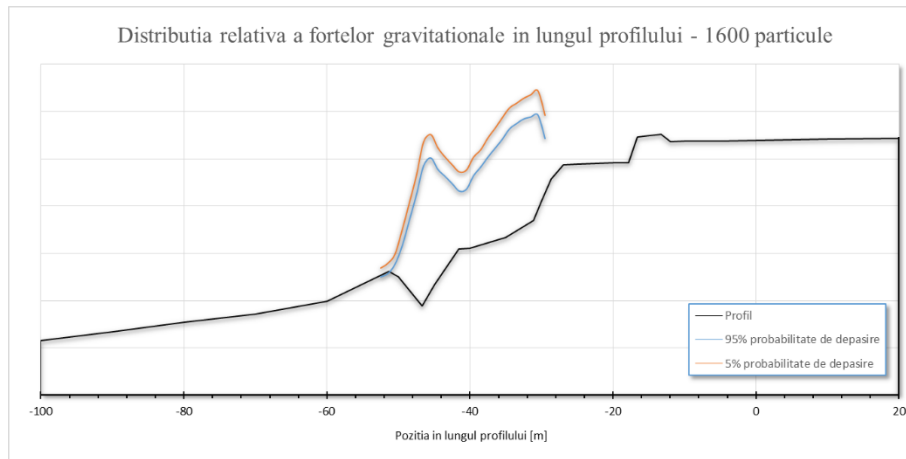


Fig. VI.235: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1600 de particule (fracții de 5% și 95%)

### Rezultate pentru 1800 de particule

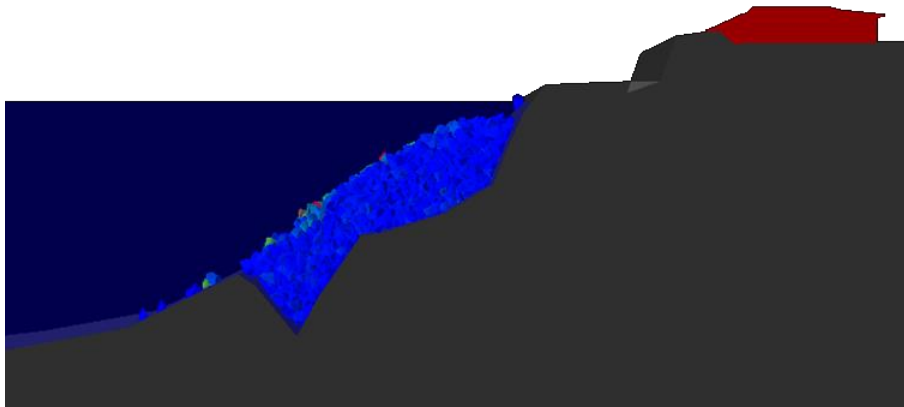


Fig. VI.236: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 1800 de particule

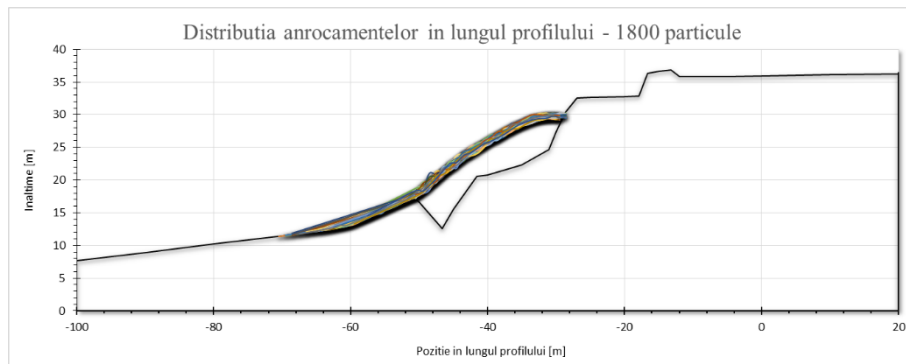
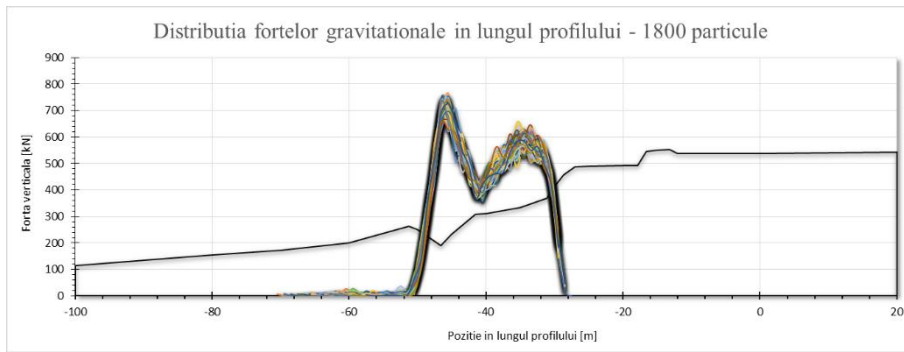
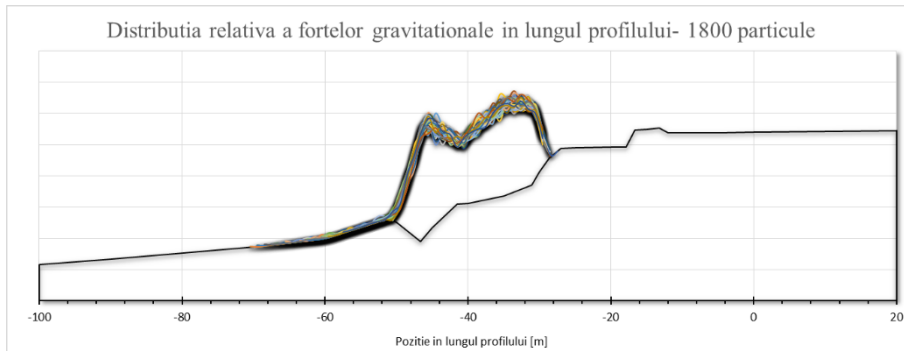


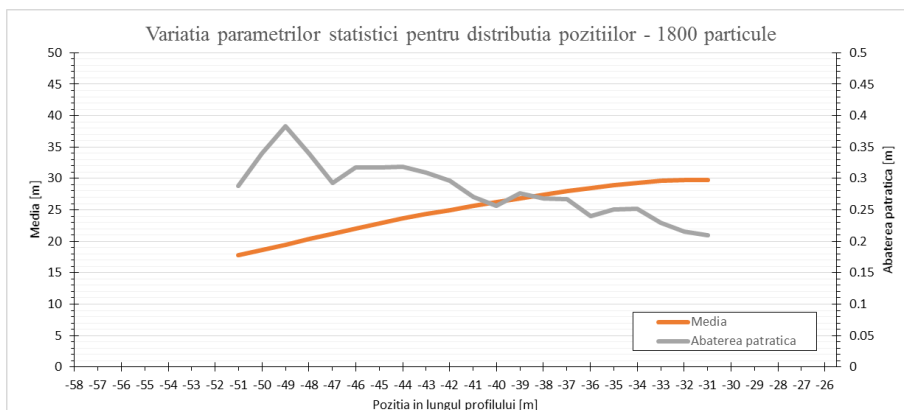
Fig. VI.237: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1800 de particule



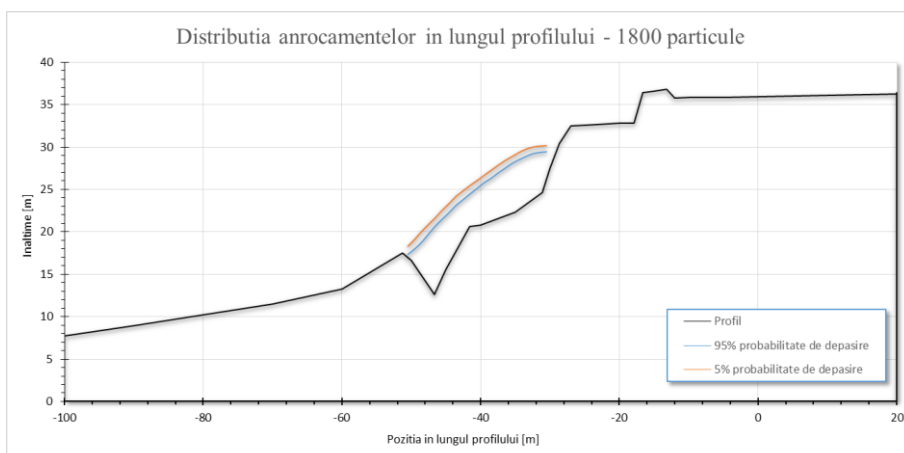
**Fig. VI.238: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1800 de particule**



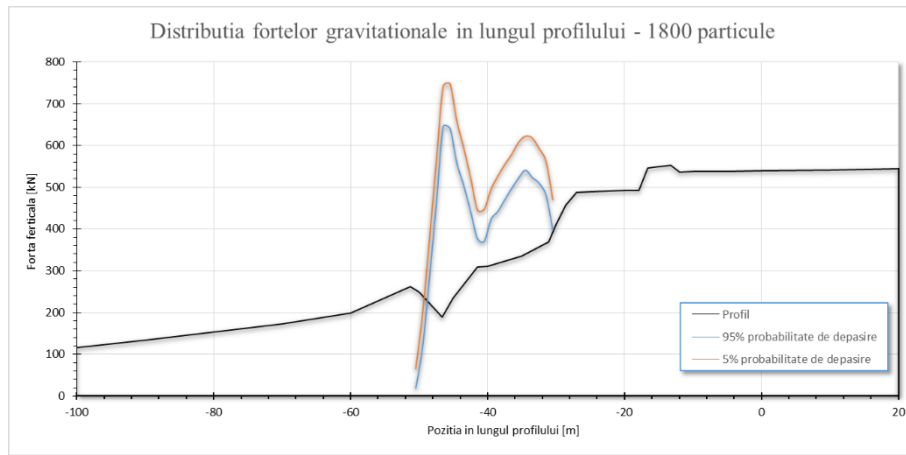
**Fig. VI.239: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1800 de particule**



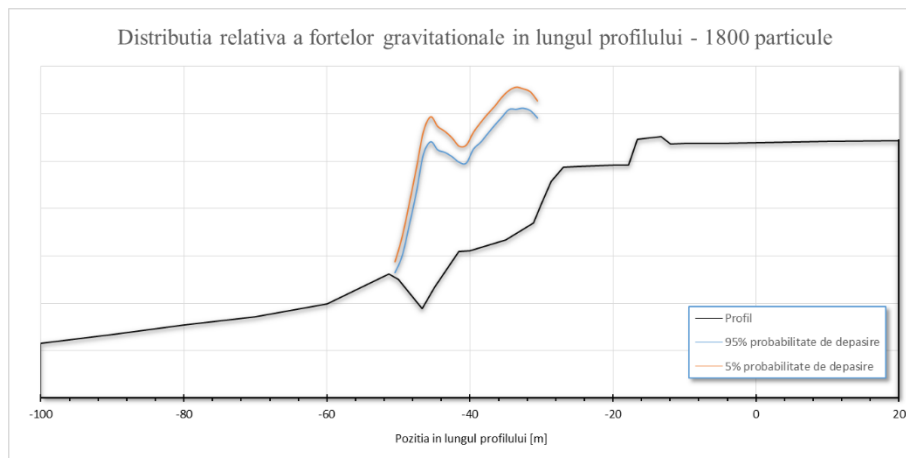
**Fig. VI.240: Variația parametrilor statistici ai distribuției pozițiilor – 1800 de particule**



**Fig. VI.241: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 1800 de particule (fractiile de 5% și 95%)**

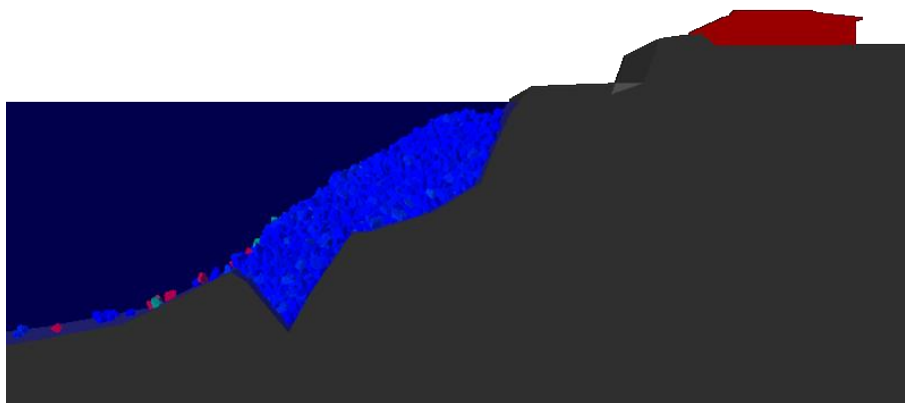


**Fig. VI.242: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1800 de particule (fracții de 5% și 95%)**

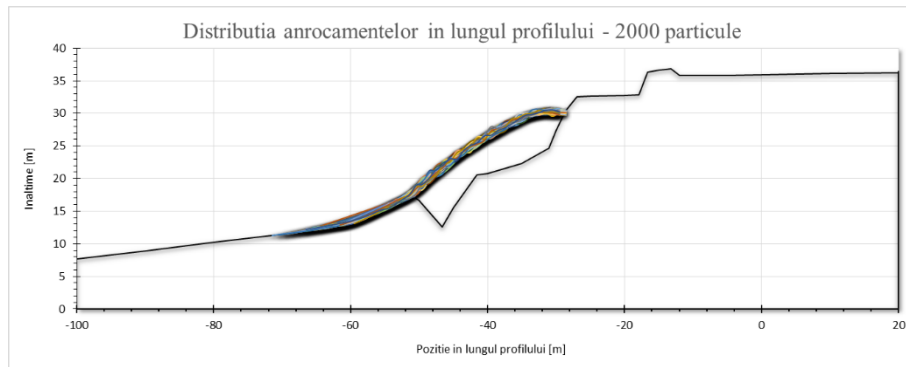


**Fig. VI.243: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 1800 de particule (fracții de 5% și 95%)**

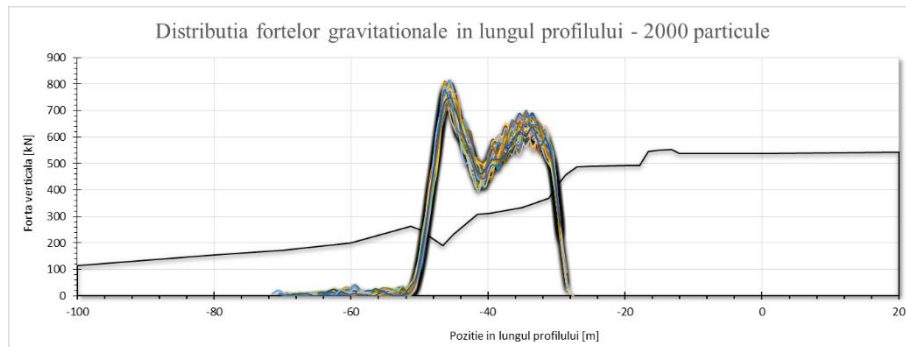
### *Rezultate pentru 2000 de particule*



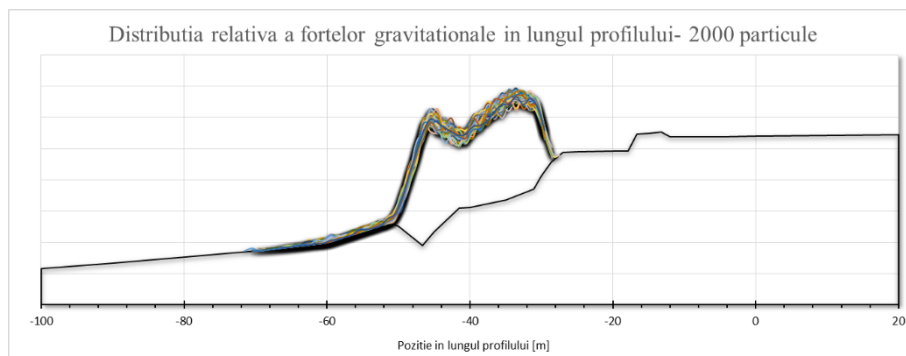
**Fig. VI.244: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 2000 de particule**



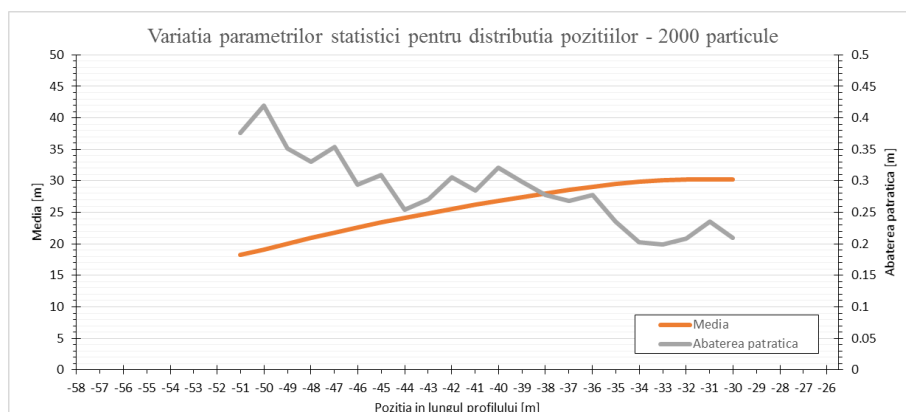
**Fig. VI.245: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2000 de particule**



**Fig. VI.246: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2000 de particule**

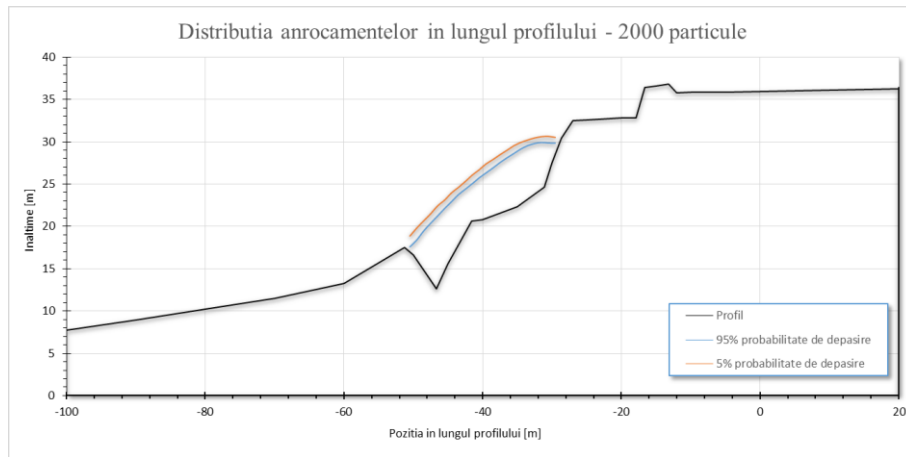


**Fig. VI.247: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2000 de particule**

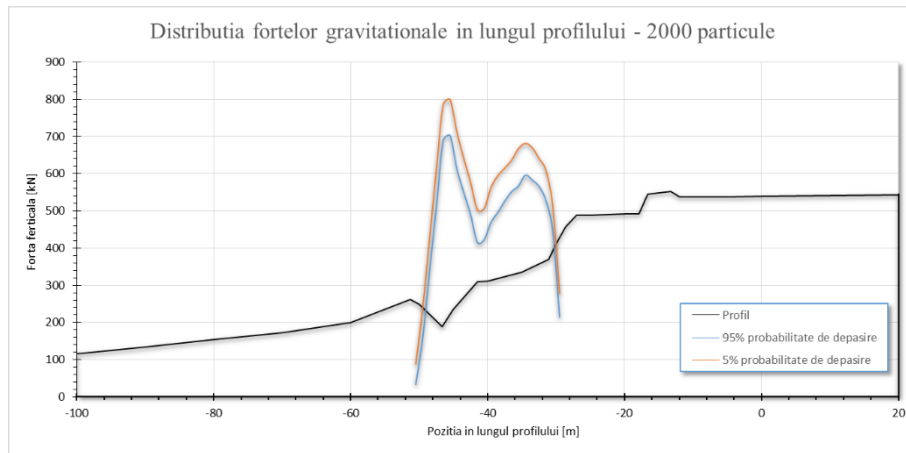


**Fig. VI.248: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor în lungul profilului – 2000 de particule**

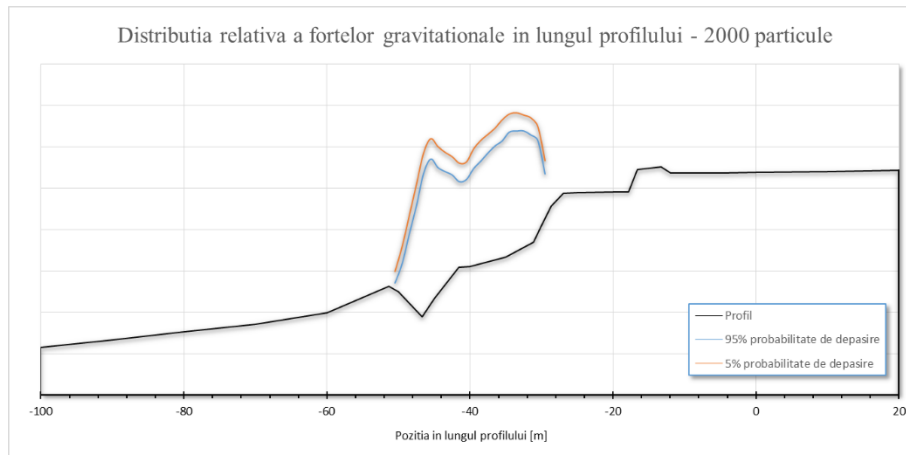




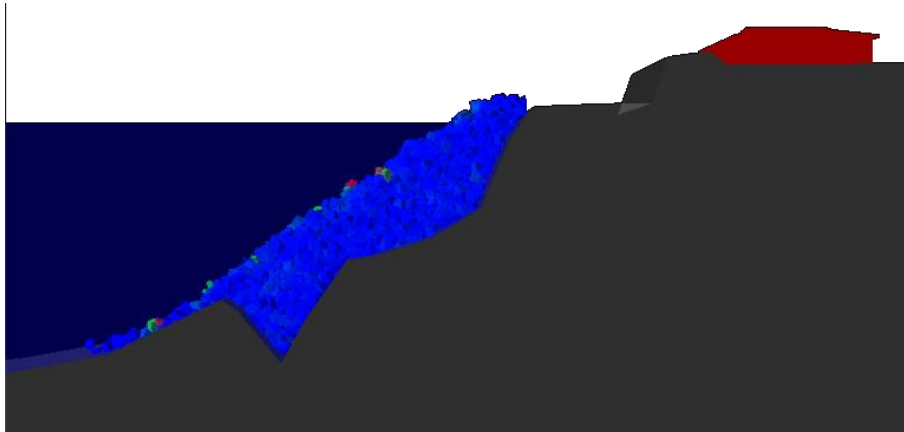
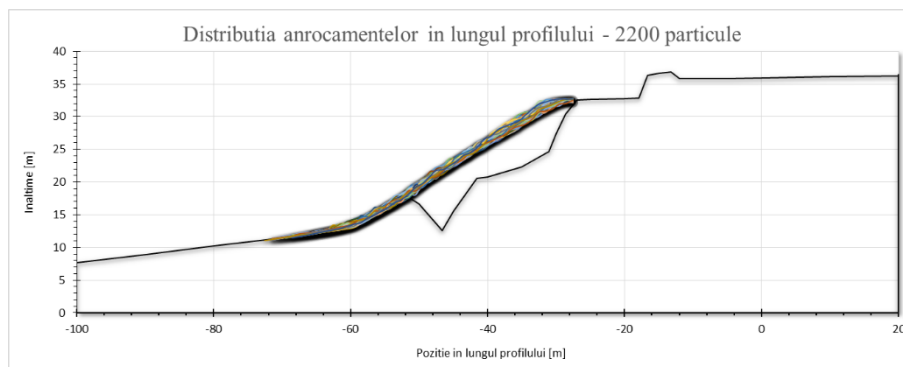
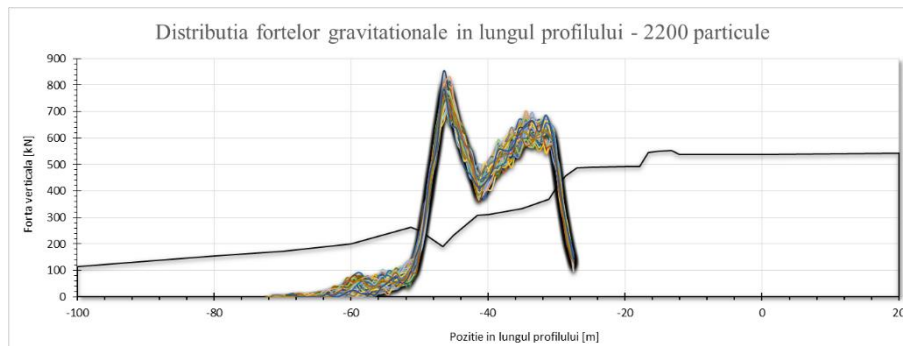
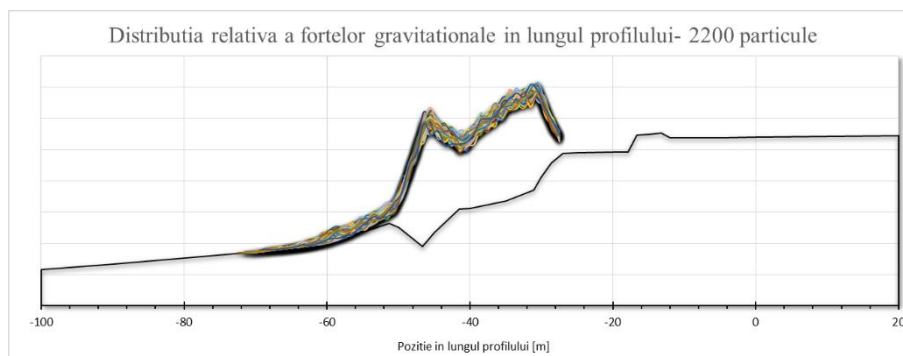
**Fig. VI.249: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2000 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

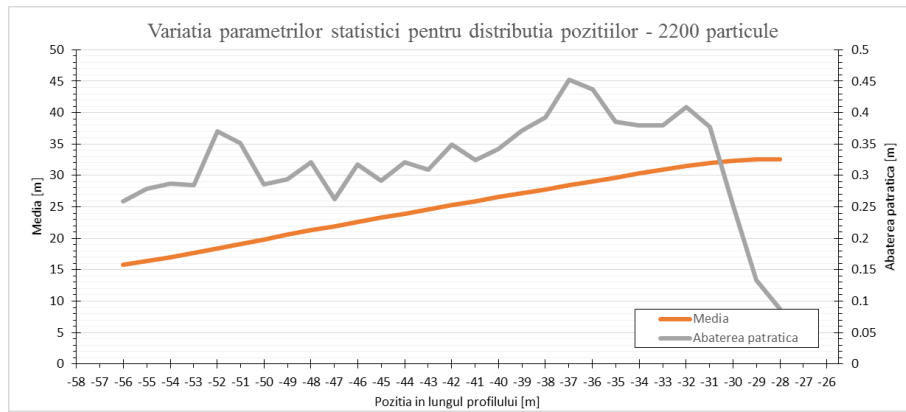


**Fig. VI.250: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2000 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

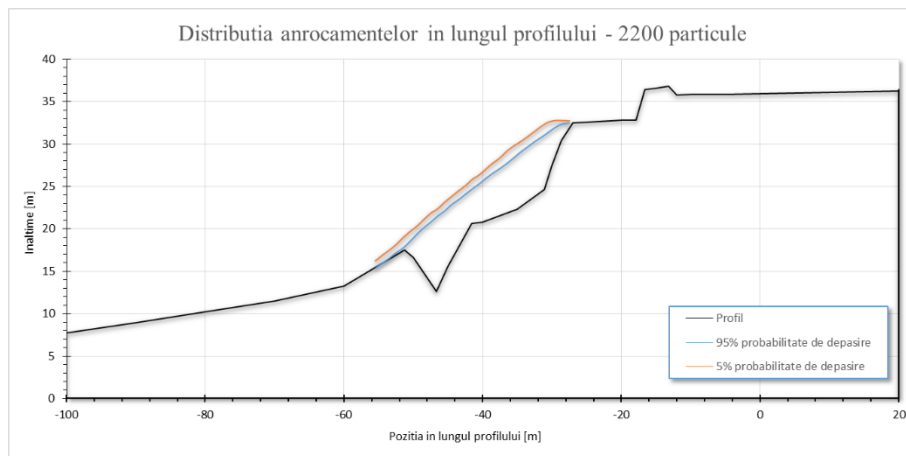


**Fig. VI.251: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2000 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

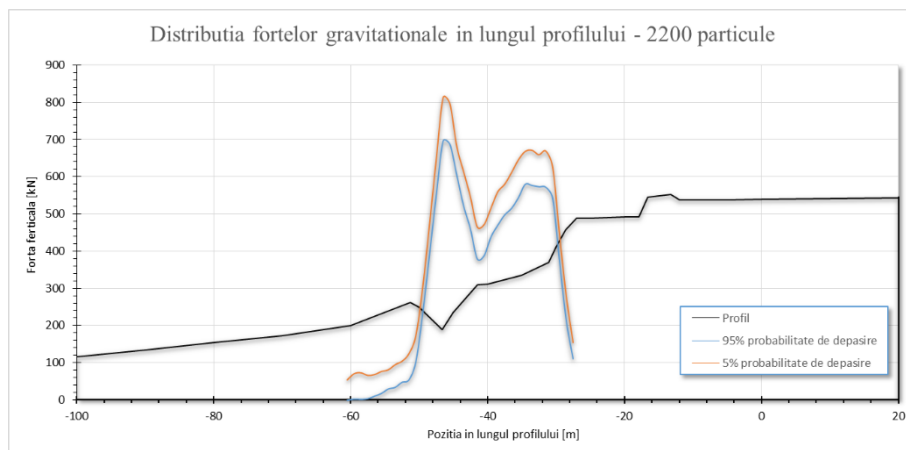
**Rezultate pentru 2200 de particule****Fig. VI.252: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 2200 de particule****Fig. VI.253: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2200 de particule****Fig. VI.254: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2200 de particule****Fig. VI.255: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2200 de particule**



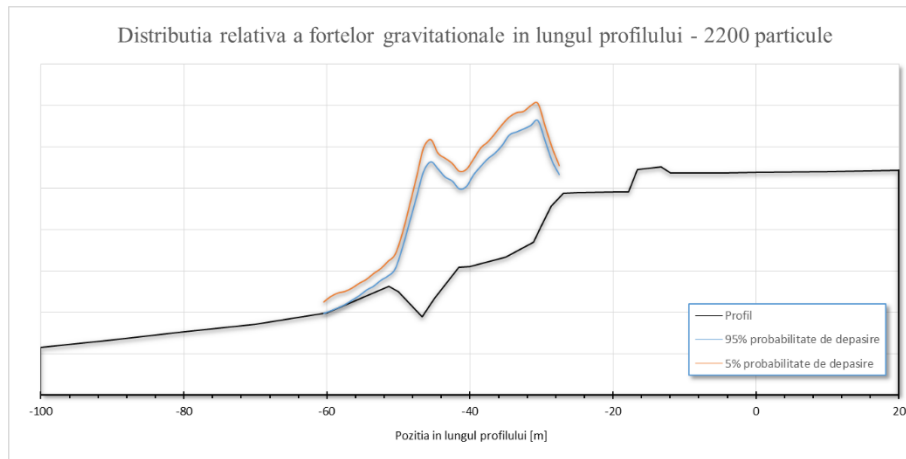
**Fig. VI.256: Variația parametrilor statistici ai distribuției particulelor în lungul profilului – 2200 de particule**



**Fig. VI.257: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2200 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

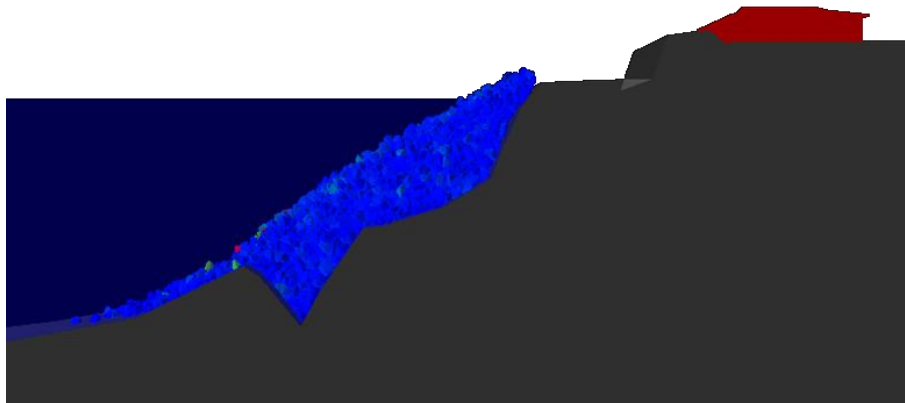


**Fig. VI.258: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2200 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

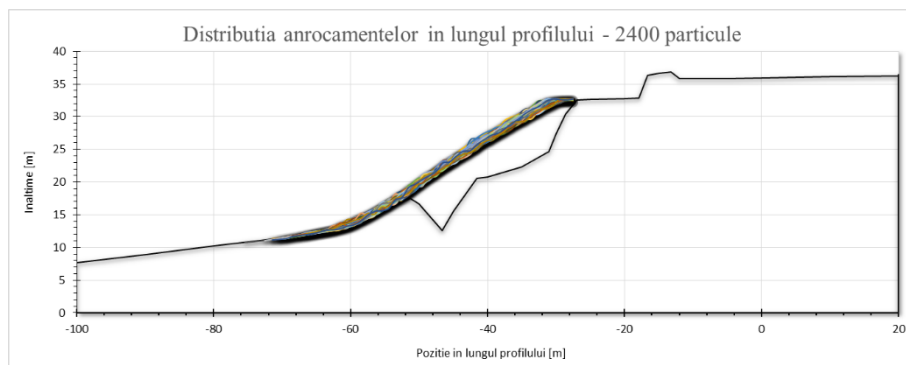


**Fig. VI.259: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2200 de particule (fracții de 5% și 95%)**

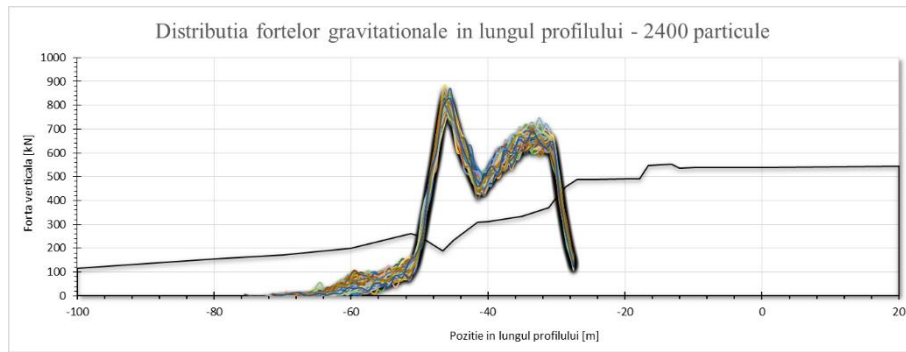
### *Rezultate pentru 2400 de particule*



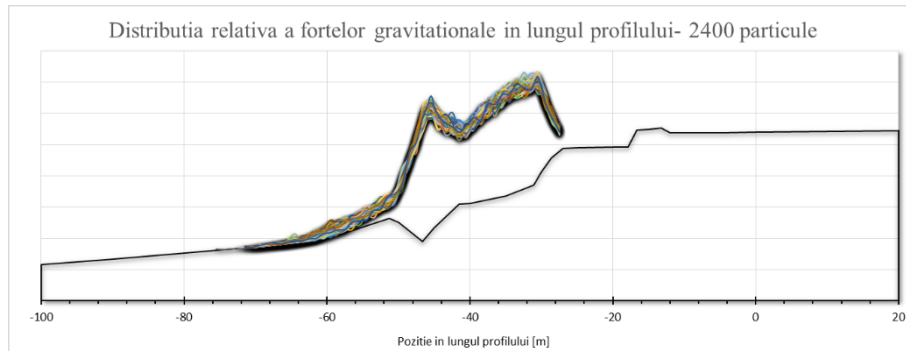
**Fig. VI.260: Rezultat reprezentativ la sfârșitul unui rulaj cu 2400 de particule**



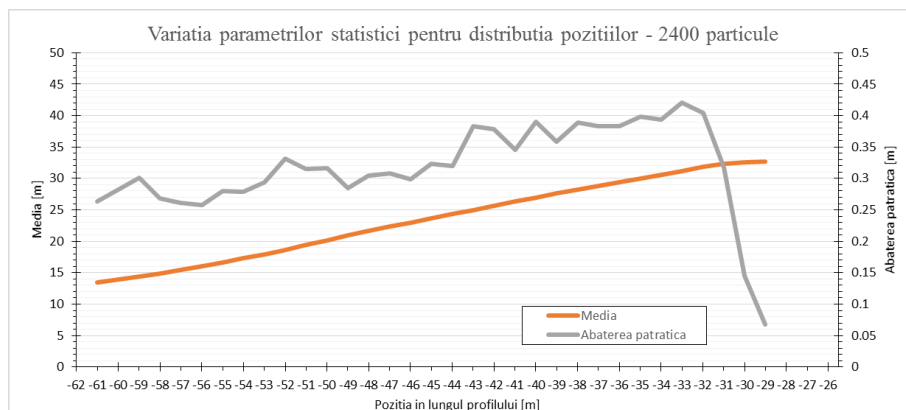
**Fig. VI.261: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2400 de particule**



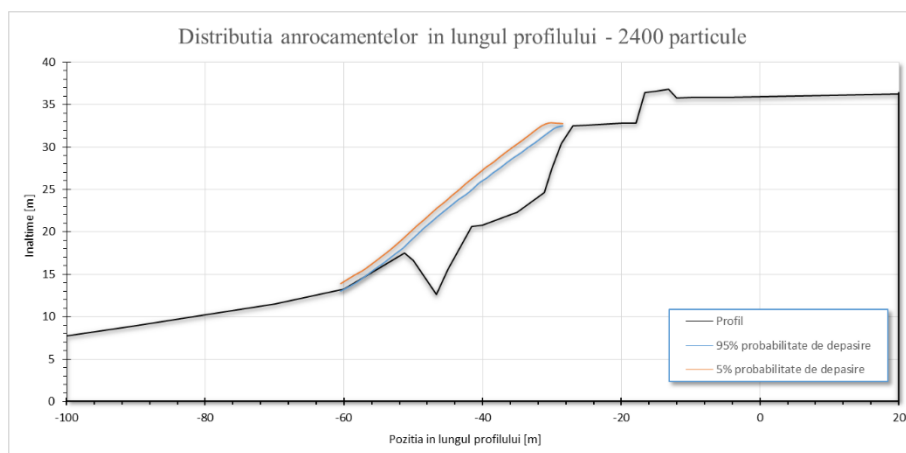
**Fig. VI.262: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2400 de particule**



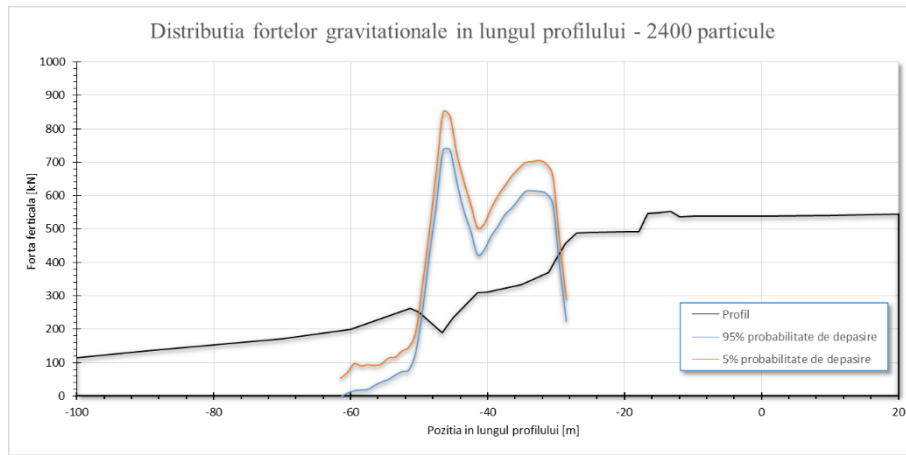
**Fig. VI.263: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2400 de particule**



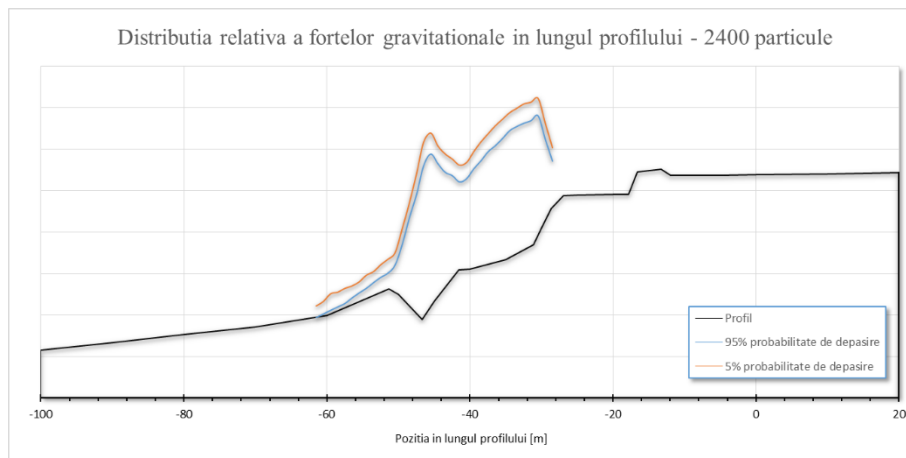
**Fig. VI.264: Variația parametrilor statistici ai distribuției pozițiilor – 2400 de particule**



**Fig. VI.265: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2400 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

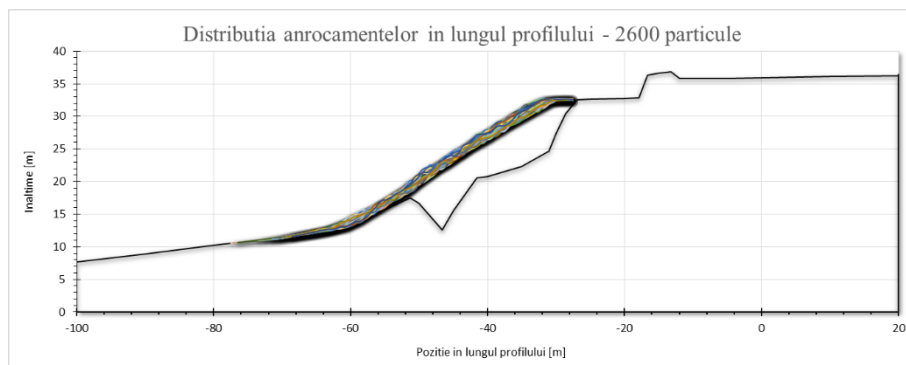


**Fig. VI.266: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2400 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

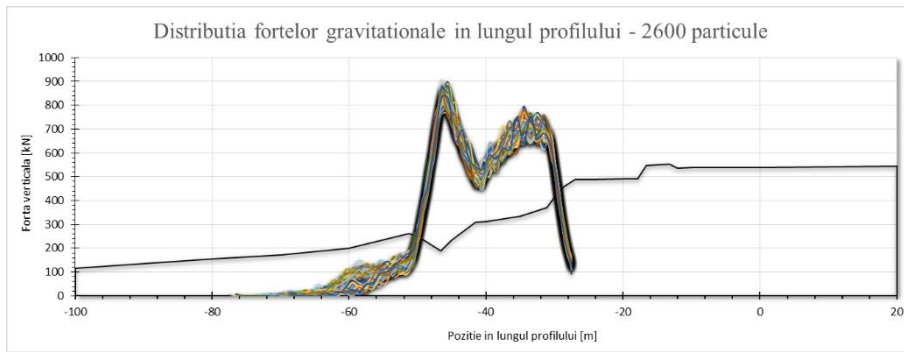


**Fig. VI.267: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2400 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

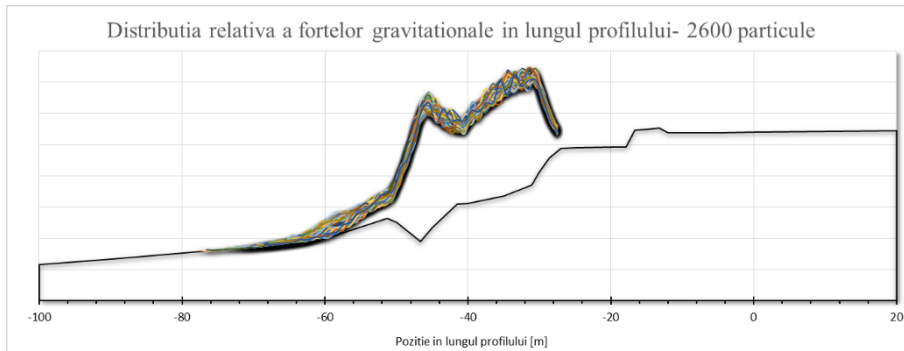
### *Rezultate pentru 2600 de particule*



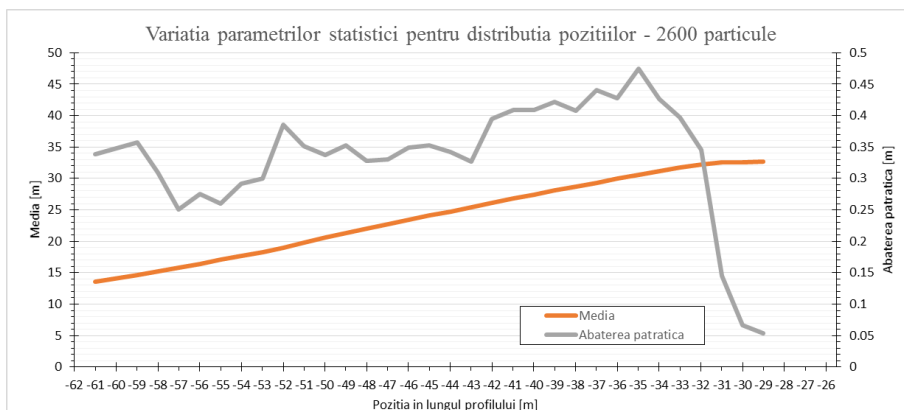
**Fig. VI.268: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2600 de particule**



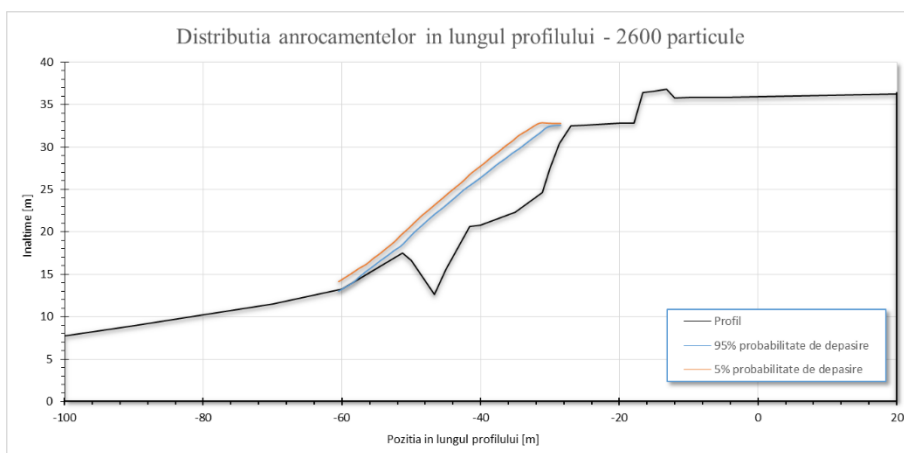
**Fig. VI.269: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2600 de particule**



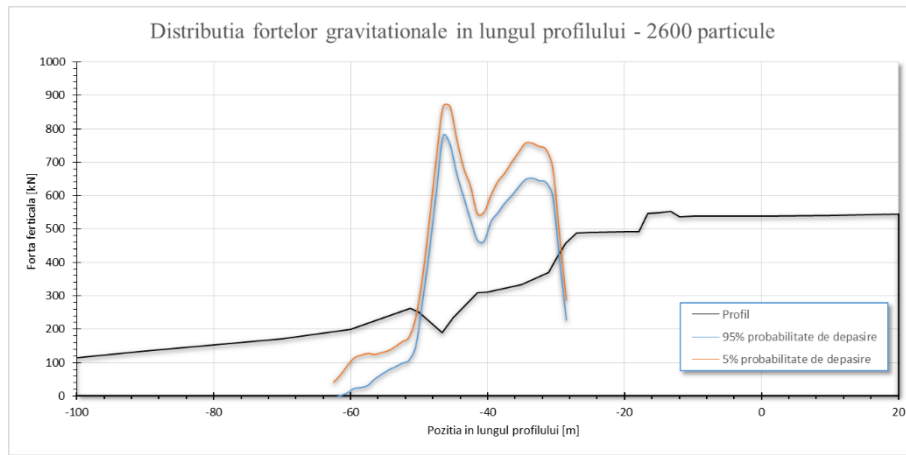
**Fig. VI.270: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2600 de particule**



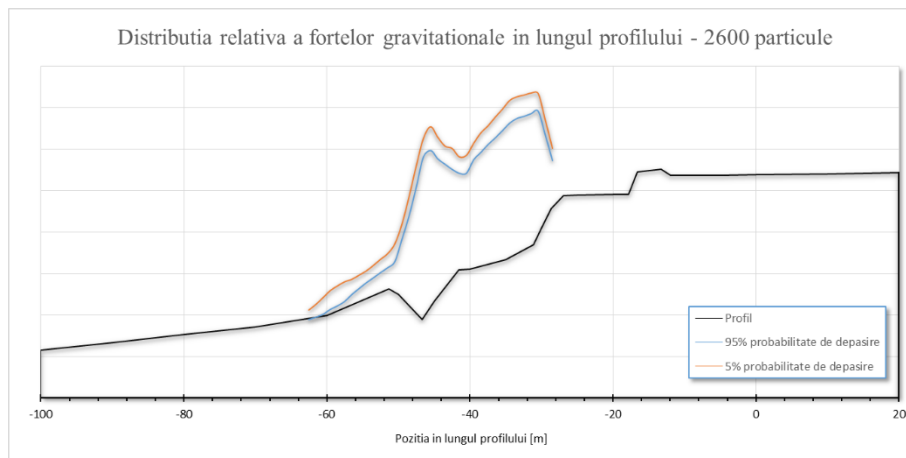
**Fig. VI.271: Variația parametrilor statistici ai distribuției pozițiilor – 2600 de particule**



**Fig. VI.272: Distribuția anrocamentelor în lungul profilului pentru 2600 de particule (fractilii de 5% și 95%)**



**Fig. VI.273: Distribuția forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2600 de particule (fractilii de 5% și 95%)**



**Fig. VI.274: Distribuția relativă a forțelor gravitaționale în lungul profilului pentru 2600 de particule (fractilii de 5% și 95%)**

### VI.4.5 Concluzii

În prezentul capitol a fost descrisă o metodologie capabilă să simuleze aspectul stohastic al punerii în operă a protecțiilor de mal cu anrocamente. Pornind de la o proiectare clasică, bazată în mare măsură pe relații empirice și nomograme, abordarea descrisă duce procesul de proiectare către un nivel avansat de optimizare a proiectării, prin asumarea unei probabilități de distribuție a anrocamentelor. Rezultatele obținute pot fi utilizate pentru a mări gradul de încredere atât în obținerea pantei proiectate, cât și în estimarea costurilor unei astfel de lucrări inginerești.

Metodologia propusă introduce un mod de cuantificare a gradului de încredere în obținerea in-situ a condițiilor proiectate. Cu toate că în cadrul programului utilizat nu se poate determina un factor de siguranță pentru stabilitatea taluzului pe care anrocamentele urmează să îl protejeze, deoarece profilul a fost considerat ca fiind un corp perfect rigid, rezultatele pot fi utilizate în programe externe pentru determinarea stabilității taluzului rezultat, cunoscându-se distribuția stratului de anrocamente. De asemenea, se poate porni cu analiza de la o grosime minimă cunoscută a stratului de anrocamente, care să asigure stabilitatea necesară, și se poate determina cantitatea optimă de material ce trebuie utilizată pentru realizarea stratului de protecție.



## VI.5 Rambleu de pământ necoeziv

### VI.5.1 Introducere

În prezentul capitol va fi analizată comportarea unui rambleu de pământ granular cu programul propriu, utilizând metoda elementelor discrete, și comparând rezultatele cu modele similare, realizate prin abordarea continuă clasică (MEF), respectiv cuplajul dintre aceasta și metoda SPH.

Cu toate că materialele necoezive prezintă doar frecarea internă ca și parametru al rezistenței la forfecare, unele studii [240] au arătat că încheștarea dintre particule poate produce efecte similare coeziunii, cu valori suficient de mari pentru a fi luate în considerare. Pentru studierea apariției efectului de încheștare, se poate urmări procesul de cedare a unui rambleu de pământ granular, acesta având comportări diferite în funcție de gradul de încheștare produs, influențat în mod direct de forma particulelor. Cu toate acestea, efectul se diminuează odată cu dezvoltarea cedării, materialul pierzându-și coeziunea aparentă, comportament ce nu poate fi simulat prin abordări clasice.



Fig. VI.275: Utilizarea materialelor granulare în infrastructură: a) schemă rambleu rutier [241]; b) cedarea structurii rutiere [242]

### VI.5.2 Descrierea modelului

Pentru construirea modelului, s-a ales o geometrie quasi-tridimensională, având două dimensiuni mult mai mari decât cea de-a treia: 69.5x40.0x1.0m (Fig. VI.276). Aceasta prezintă un taluz cu pante de 1:2 având 3 berme intermediare de câte 1.5m. Pentru realizarea geometriei au fost create două elemente de frontieră, acestea formând un volum închis, delimitat pe direcția ortogonală de câte două planuri de limită, fixe pe întreaga durată a calculului. Cele două elemente de frontieră pentru delimitarea în secțiune a geometriei, au fost realizate din paralelipede asociate, având atribuit același material ca și particulele ce formează masivul de pământ. Pe întreaga durată a modelului, frontiera inferioară rămâne fixă, în schimb cea superioară este îndepărtată după umplerea geometriei.

Particulele ce formează materialul rambleului sunt generate inițial în partea superioară a modelului, fiind afectate de o accelerație gravitațională cu direcție modificată, astfel încât să favorizeze umplerea eficientă a zonelor de contur al rambleului, în special a bazei acestuia. Accelerația gravitațională este modificată pe direcția verticală după ce geometrie este umplută cu mai mult de 50%. După umplerea completă a geometriei, până la nivelul specificat al

coronamentului, este îndepărtată frontiera superioară, astfel încât să poată fi studiat comportamentul rambleului.

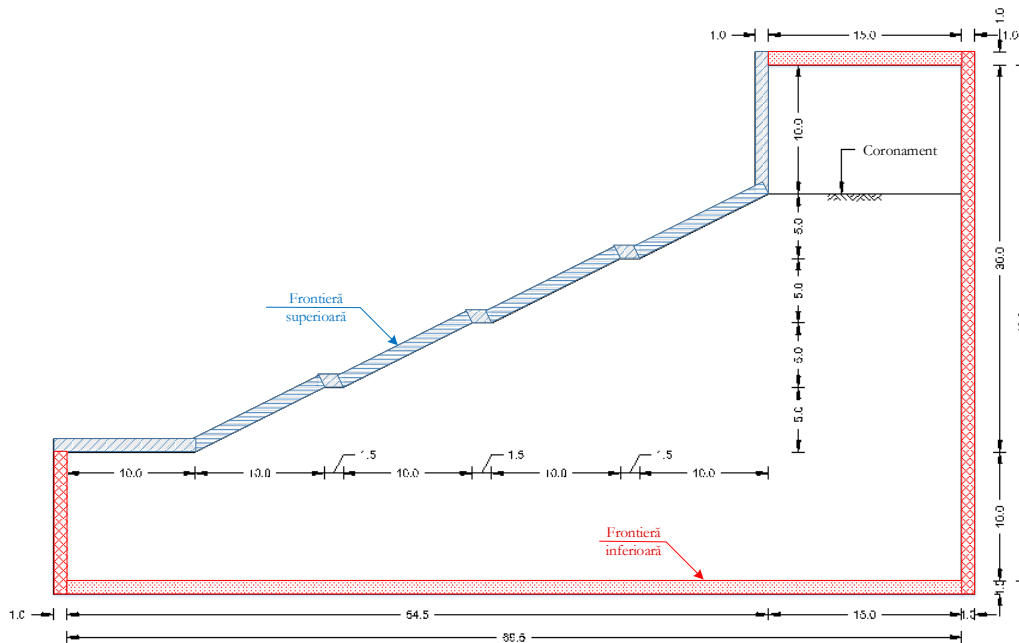


Fig. VI.276: Geometria modelului

Din limitări impuse de viteza de calcul, dimensiunile și geometria particulelor au fost alese astfel încât să se păstreze un număr relativ redus de elemente, având contacte ușor de calculat (sferele și cuburile fiind cele mai eficiente forme geometrice pentru detectarea contactelor între particule). Astfel, au fost realizate trei tipuri de modele (Tab. VI.16), pe baza aceleiași geometrii, dar utilizând particule de forme diferite: cuburi, sfere, respectiv cuburi și sfere. Parametrii de material utilizați sunt densitatea particulelor,  $\rho_s=2.65 \text{ g/cm}^3$ , respectiv parametri pentru contact, coeficient de frecare statică,  $\mu_s=1.0$ , coeficient de frecare dinamică,  $\mu_d=1.0$ , respectiv coeficient de restituție,  $c=1.0$ .

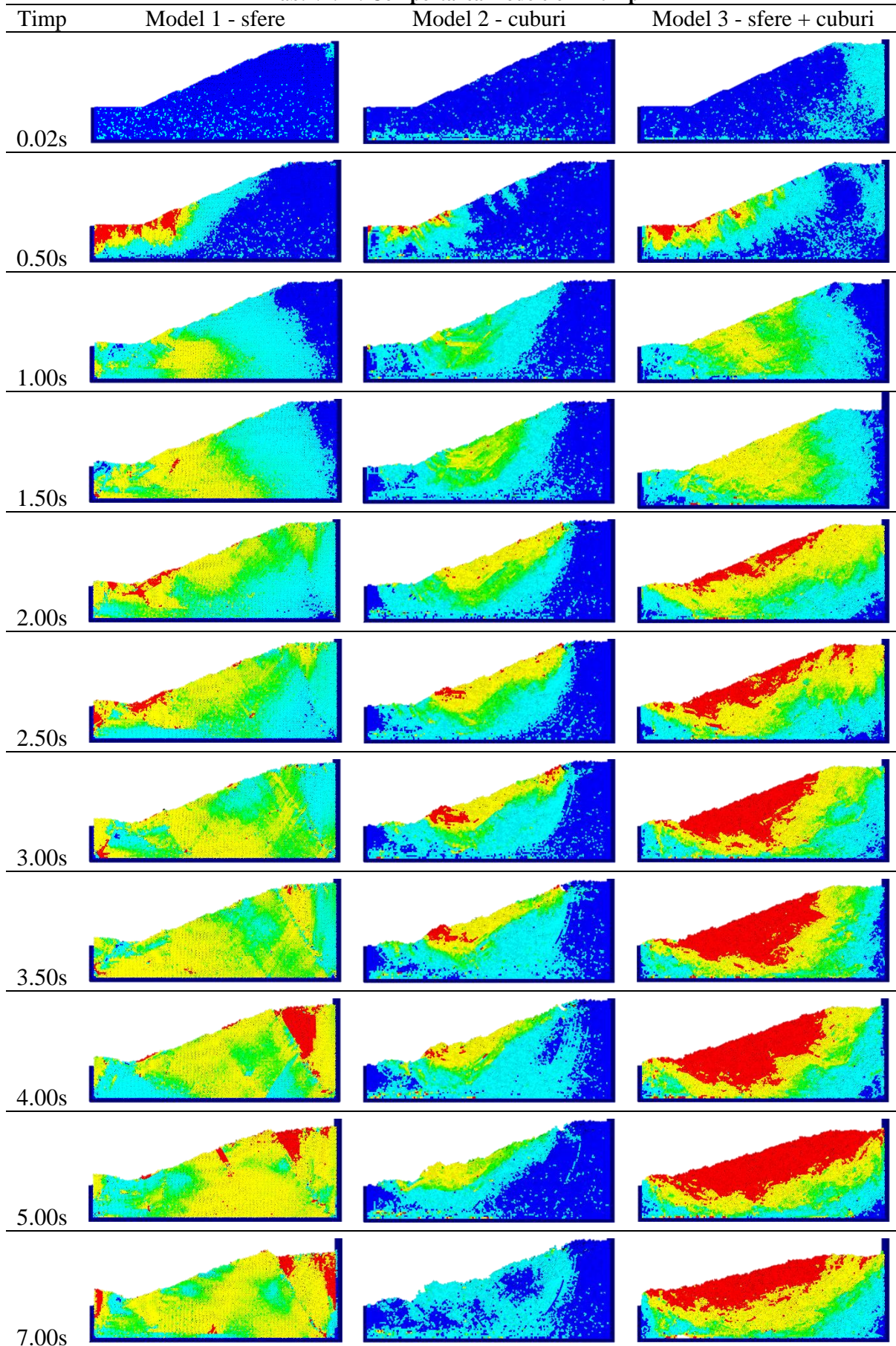
Tab. VI.16: Configurația modelelor utilizate: formă, dimensiuni, număr particule

Număr model	Sfere	Cuburi	Latură / diametru [m]
1	14372	0	0.5
2	0	11689	0.5
3	6290	6141	0.5

### VI.5.3 Rezultate

O descriere calitativă a comportării modelelor realizate va fi prezentată la diferiți pași de timp (Tab. VI.17), după cum urmează: 0.02s, 0.50s, 1.00s, 1.50s, 2.00s, 2.50s, 3.00s, 3.50s, 4.00s, 5.00s, 7.00s. Parametrul utilizat pentru vizualizare este viteza totală a particulelor, variind de la roșu (viteză mai mare sau egală cu 1.0m/s) către albastru (viteză aproximativ nulă).

Tab. VI.17: Comportarea modelelor în timp



Deși parametrii mecanici utilizați sunt aceeași pentru cele trei modele, comportamentul global al materialelor este diferit, în ceea ce privește suprafața de cedare, viteza de cedare și configurația finală. Modelul 1, alcătuit din sfere, are un ritm de cedare redus și nu prezintă suprafețe clare de cedare, ci mai degrabă o tendință generală de translație. Configurația stabilă se obține după 13.8s, energia cinetică totală scăzând sub 30kJ, în timp ce valoarea maximă obținută este de 596kJ.

Modelul 2, format din particule de formă cubică, dezvoltă o suprafață de cedare circulară, de tip regresiv, formată în primele etape ale modelului, însă viteza particulelor depășește foarte rar 1.0m/s, și doar izolat, la baza masei alunecătoare. Totodată, configurația stabilă se obține după mai puțin de 8.0s, când energia cinetică totală devine aproximativ 28kJ, valoarea maximă a acesteia fiind de 393kJ.

Modelul 3, având materialul alcătuit din sfere și cuburi, create cu egală probabilitate, este cel mai dinamic dintre toate și prezintă suprafețe de cedare circulare explicite. Energia cinetică totală atinge valoarea maximă de 1273kJ după 5.0s, când peste 40% din particule ating viteze de cel puțin 1.0m/s. Energia cinetică scade sub 100kJ după 11.25s și atinge valoarea minimă de 37kJ la sfârșitul celor 12.0s de simulare. Configurația finală prezintă pante sub 10°, mult mai reduse decât cele obținute în cadrul celorlalte modele, care au produs pante stabile de aproximativ 34°.

#### VI.5.4 Modele comparative

Pentru compararea rezultatelor cu alte tipuri de analiză numerică, modele similare au fost realizate utilizând metoda elementelor finite, respectiv cuplaj între aceasta și metoda SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics). Cele două modele comparative au fost realizate utilizând programul Abaqus 6.13 [243].

Geometria generală a modelelor este similară cu cea utilizată în MED, dar cu extindere mai mare a bazei rambleului, iar la condițiile de contur a fost adăugată o suprasarcină de 25kPa în coronamentul rambleului. În plus, s-au utilizat trei tipuri diferite de pământuri (Tab. VI.18), astfel: primul strat, din care este alcătuit rambleul, este un material granular grosier, urmat de un strat relativ subțire de material granular îndesat, respectiv stratul de bază, reprezentat printr-un material coeziv de consistență ridicată. Deși primele două straturi sunt materiale granulare, acestora le-a fost atribuită o valoare a coeziunii de 29.8kPa, respectiv 10kPa, pentru a simula efectul de coeziune produs de încleștarea dintre particule.

**Tab. VI.18: Parametrii fizico-mecanici utilizați în modelele continue**

Tip pământ	$\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$\phi$ [°]	c [kPa]	$\psi$ [°]	E [kPa]	$\nu$ [-]	$\epsilon_t^*$ [%]
Strat I	21	38.6	29.8	5	42000	0.25	15
Strat II	19	25	10	0	10000	0.35	12
Strat III	19	12	50	0	30000	0.28	-

\*  $\epsilon_t$  – valoare limită a deformațiilor relative pentru modelul FEM-SPH

Analiza stabilității masivelor de pământ utilizând metoda elementelor finite poate fi realizată prin determinarea eforturilor ce apar în masiv și verificarea convergenței modelului către o soluție, determinând astfel o situație de stabilitate, sau prin reducerea graduală a parametrilor rezistenței la forfecare până la formarea unei suprafețe de cedare.

Prima metodă a fost utilizată în acest caz, iar factorul de siguranță general a fost calculat manual prin integrarea pe contur, obținându-se o valoare a acestuia de 1.110, asociată suprafeței de cedare descrise în Fig. VI.277.

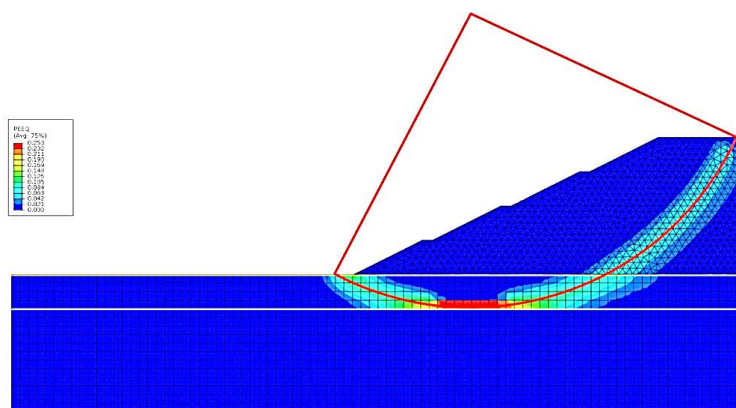


Fig. VI.277: Suprafața de cedare obținută utilizând metoda elementelor finite (deformații plastice)

În ciuda avantajelor clare oferite de modelarea MEF, aceasta nu poate descrie comportarea modelului după atingerea cedării. Astfel, un model cuplat MEF-SPH a fost realizat.

Metoda SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), introdusă de Gingold și Monaghan [244], este o extensie a metodei elementelor finite. Metoda reprezintă o discretizare a domeniului prin utilizarea unei scheme de interpolare adaptive pentru a aproxima valorile variabilelor în orice punct al domeniului. În domeniul deformațiilor mici, metoda oferă rezultate de precizie redusă, comparativ cu abordarea clasică Lagrange, dar în domeniul deformațiilor mari, avantajele sale sunt nete față de metoda clasică. Astfel, cuplajul între cele două metode poate fi realizat pornind de la un model continuu, cu formulări clasice ale proprietăților de material și condițiilor pe contur, desemnând însă elemente ce pot fi transformate ulterior în zone SPH, pe baza unor condiții ce pot depinde de eforturi, deformații sau timp. Pentru elementele noi create, trebuie însă definite condiții de limită specifice, deoarece nodurile MEF asociate elementelor ce s-au transformat în SPH dispar, rămânând astfel fără condițiile de contur inițiale.

Suprafețele de cedare obținute pentru modelul propus utilizând cuplajul MEF-SPH sunt descrise în Fig. VI.278. Zonele discontinue ce apar în imagini reprezintă elemente ale căror deformații au îndeplinit valorile limită impuse și au fost transformate în elemente SPH.

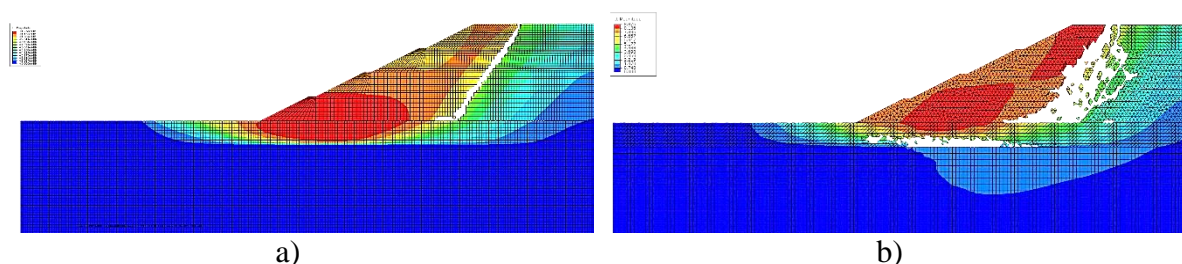


Fig. VI.278: Suprafețele de cedare obținute utilizând cuplajul MEF-SPH: a) SPH doar în zona rambleului; b) SPH în zona rambleului și stratul suport

### VI.5.5 Concluzii

În urma modelelor realizate, metoda elementelor discrete este cea care poate descrie cel mai bine comportarea materialului în timpul cedării. Cu toate că materialul utilizat nu prezintă coeziune la nivel granular, suprafața de cedare nu este plană, înclinată cu un unghi de  $45^\circ + \phi/2$ ,

conform teoriei lui Coulomb [245]. Comportamentul specific materialelor pur necoezive se poate obține în MED prin particule de forme sferice, acestea neproducând încreștare, ducând la alunecări de tip translațional. Celelalte modele realizate au produs cedări de tip rotațional, având suprafețe de cedare circulare, asociate în mod obișnuit materialelor coezive. Această coeziune aparentă poate fi asociată încreștării dintre particule, ceea ce conduce la o creștere a capacității portante până la cedare.

În cazul utilizării unor metode clasice de modelare numerică, efectul macro-mecanic de coeziune nu poate fi indus prin descrierea proprietăților la nivel micro-mecanic, ci doar prin atribuirea inițială a unor parametri globali de material care să conducă la rezultate similare. Astfel, modelele continue au fost realizate pornind de la valori ale coeziunii ce nu pot fi neglijabile. Însă mecanismul de cedare nu poate fi studiat decât utilizând metode mai avansate, precum cuplajul MEF-SPH, rezultatele obținute fiind cele mai apropiate de cele determinate prin MED.

Avantajele și dezavantajele celor trei metode pot fi analizate din diferite puncte de vedere, pornind de la complexitatea formulării modelelor, consumul resurselor de calcul, ușurința de utilizare, timpul necesar de calcul, disponibilitatea programelor specifice și complexitatea acestora, gradul de încredere în rezultatele obținute, experiența utilizatorului etc. În plus, datele necesare pentru crearea modelelor pot avea un rol determinant în alegerea tipului de modelarea, acestea fiind adesea insuficiente sau greu de determinat. Parametrii minimi utilizați în diferite tipuri de modelări numerice sunt prezentați în Tab. VI.19.

**Tab. VI.19: Parametrii utilizați în modelele prezentate**

Abordare	$\gamma$	$\phi$	c	$\psi$	E	$\nu$	$\epsilon_{limită}$
FEM	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-
FEM-SPH	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
DEM	✓	✓	-	-	-	-	-

Totodată, rezultatele ce pot fi obținute diferă de la o metodă la alta, astfel că valoarea metodei poate depinde de natura rezultatelor căutate. În Tab. VI.20 sunt sintetizate tipuri de rezultate ce pot fi determinate prin diverse metode.

**Tab. VI.20: Rezultate ce pot fi obținute în diferite abordări**

Abordare	FEM	FEM-SPH	DEM
Rezultate			
Factor de siguranță	✓	-	-
Suprafața de cedare critică	✓	✓	✓
Mecanismul de cedare	-	✓	✓
Evoluția în timp	-	✓	✓
Starea finală de echilibru	-	✓	✓



*Projects we have completed demonstrate what we know. Future projects decide what we will learn*

Dr. Mohsin Tiwana

## **VII. CONCLUZII GENERALE ȘI DIRECȚII VIITOARE DE CERCETARE**





Prezenta lucrare a avut ca scop analizarea avantajelor utilizării metodei elementelor discrete prin compararea rezultatelor obținute cu modele clasice, prin intermediul unui program de calcul propriu.

Metodele de modelare numerică utilizând medii continue (e.g. MEF, MDF) folosesc modele matematice pentru simularea comportamentului macro-mecanic al materialului modelat. Astfel, metodele sunt sensibile la modificări ai parametrilor fizici (e.g. porozitate, umiditate) și ale condițiilor de încărcare (e.g. încărcări statice / dinamice). În esență, materialul modelat rămâne neschimbat la nivel micro-mecanic, indiferent de variația condițiilor menționate. Totodată, există numeroși factori ai căror influență există, dar este greu de cuantificat, și mai ales de suprapus efectele acestora: e.g. forma și dimensiunile particulelor, rugozitatea suprafeței, mineralogia materialului etc. Efectele acestor factori sunt luate în considerare doar prin studierea comportamentului global al materialului, rezultând astfel (prin încercări mecanice de laborator sau de teren) parametrii necesari modelelor numerice continue.

Modelele matematice folosite pentru descrierea comportamentului global variază în complexitate, cele mai avansate dintre acestea folosind un număr mare de parametri, greu de determinat și ai căror semnificație fizică scade odată cu creșterea complexității modelului. O alternativă la aceste modele o reprezintă metoda elementelor discrete, ce tratează proprietățile fizice ale componentelor materialului (granulelor de pământ în acest caz) și proprietățile mecanice la contactul dintre particule. Astfel, odată determinați parametrii micro-mecanici, aceștia nu sunt sensibili la schimbări ale indicilor geotehnici sau ale condițiilor de încărcare. Determinarea lor se poate face pe baza unor calibrări utilizând modele mecanice simple, precum cele descrise pe parcursul acestei lucrări.

Prima etapă a proiectului a cuprins o documentare asupra tehnicilor actuale de calcul pentru structuri geotehnice întâlnite frecvent în ingineria geotehnică, precum și un studiu bibliografic asupra metodelor numerice utilizând MED ce pot fi folosite în situații similare. Rezultatele sunt prezentate prin descrierea metodelor utilizate în practica inginerescă, conform normativelor în vigoare precum și alte metode consacrate neimpuse de lege. Alături de acestea sunt exemplificate lucrări din literatură ce au tratat obiective similare utilizând metoda elementelor discrete.

Pentru realizarea unor modele proprii, a fost necesară crearea unui program de modelare numerică utilizând metoda elementelor discrete. În capitolul V sunt descrise pe de o parte, structura programului și bibliotecile utilizate, iar pe de altă parte, pașii de parcurs în crearea unui model precum și elementele componente ale acestuia. Totodată, sunt subliniate avantajele și dezavantajele actuale prin evidențierea unor posibilități de remediere.

Unul din vectorii principali avuți în vedere a fost acela de a crea o interfață cât mai ușor de utilizat și de a permite utilizatorilor fără cunoștințe de programare să creeze, să ruleze și să interpreteze rezultatele unui model folosind DEM cu ușurința cu care creează modele FEM în programele clasice. În plus, aplicația propusă utilizează un procesor matematic ce folosește puterea de calcul a plăcii grafice pentru realizarea simultană a unui număr mare de calcule, permițând redarea rezultatelor în timp real într-un mediu tridimensional.

Deoarece procesorul matematic utilizat oferă o nelimitată libertate în crearea modelului, unul din următorii pași în implementare este acela de a permite definirea unor modele complexe care să simuleze atât fenomene de adeziune, respectiv coeziune, cât și să permită introducerea unor obiecte de forme complexe atât pentru particulele ce formează pământul cât și pentru elemente adiacente care să interacționeze cu acesta.

În prezent, cea mai rigidă componentă a programului este post-procesorul, urmând a fi dezvoltat pentru a permite o mai mare libertate în alegerea modului de interpretare a rezultatelor. Cu toate acestea, este posibilă extragerea informațiilor în format text, dar prelucrarea lor grafică nu se poate realiza cu suficientă versatilitate în interiorul programului. În plus, este posibilă extragerea geometriei modelului în format CAD pentru realizarea unor modele comparative în aplicații externe, urmând a fi un avantaj în momentul în care se dorește compararea rezultatelor obținute cu alte metode de calcul sau chiar cu alte programe similare.

În viitor, se urmărește crearea unui mod mai complex de exportarea a modelului către alte aplicații, care să includă nu doar geometria ci și condițiile inițiale ale acestuia. Exportarea este necesar a se realiza în formatul specific celor mai utilizate programe din domeniu.

Capitolul VI prezintă o serie de lucrări experimentale și de modelare numerică menite să ajute, pe de o parte, la compararea modelelor realizate cu alte metode numerice, iar pe de altă parte la evidențierea capabilităților programului propus prin comparație cu alte abordări. Sunt studiate trei problematice distincte atât din punct de vedere structural cât și al modului de utilizare al acestora. Prima problemă propusă are rolul de a calibra programul propriu și se referă la studiul comportării unui material granular sub o fundație continuă. Au fost efectuate o serie de lucrări experimentale cu rol de calibrare, utilizând materiale cât mai uniforme și ușor de reprodus numeric.

Au fost descrise etapele de determinare a parametrilor fizico-mecanici ai materialului și evidențiate tehnici pentru determinarea parametrilor micro-mecanici. Aceștia se referă la interacțiunea dintre două particule izolate, fără a lua în considerare comportamentul global al materialului. În general, încercările clasice de laborator tratează materialul ca pe un mediu omogen cu parametri bine definiți, determinați prin urmărirea comportamentului global. Metodele de calcul continue utilizează acești parametri deoarece tratează materialul în mod similar, nefiind necesară cunoașterea în detaliu a comportamentului la nivel micro-mecanic. Pe de altă parte, metoda elementului discret utilizează elemente distincte și independente pentru a forma materialul global, iar comportamentul acestuia este dictat de proprietățile mecanice la contactul dintre particule. Astfel, pentru caracterizarea comportamentului materialelor utilizate s-au efectuat atât teste pentru descrierea particulelor cât și încercări pentru descrierea interacțiunii dintre acestea. S-a observat că teste simple, precum cel cu pâlnia sau testul de determinare a coeficientului de frecare dintre materiale cu ajutorul planului înclinat, sunt de încredere și ușor de reprodus numeric, în timp ce încercările de forfecare directă pot fi nepotrivite pentru materialele sintetice folosite. Pentru studii viitoare se recomandă utilizarea unui material granular natural cu formă cât mai apropiată de cea sferică și granulometrie controlată, pentru a putea utiliza rezultate ale încercărilor atât în modele discrete cât și continue.

Al doilea exemplu numeric propus se referă la protecția unui mal de râu cu anrocamente și la metode prin care proiectarea acestuia poate fi optimizată. Utilizând metoda elementelor discrete prin încercări repetate, se poate beneficia de gradul de variabilitate a rezultatelor obținute făcând o analiză de tip Monte-Carlo. A fost propusă o metodologie de determinare a probabilității de dispunere în amplasament a anrocamentelor, corelând cantitatea de material folosit cu grosimea stratului obținut, asociind totodată un grad de încredere pentru rezultatele obținute. Se poate realiza astfel o proiectare ce este în același timp mai sigură, cu privire la stabilitatea malului protejat, dar și mai eficientă din punct de vedere economic.

Cea de-a treia problemă studiată este aceea a stabilității unui masiv de pământ granular și influenței formei particulelor asupra mecanismului de cedare. Cu ajutorul programului se poate

studia modul în care se produce pierderea stabilității masivului, și evoluția în timp a acestuia. Mecanismele evidențiate nu corespund întotdeauna unor materiale necoezive, acestea fiind influențate și de forma particulelor și nu doar de parametri fizico-mecanici ai acestora. Concluziile studiului indică necesitatea continuării cercetărilor prin realizarea unor modele fizice controlate și reproducerea lor numerică. Se observă însă avantajele modelării prin medii discrete în acest caz, comparația cu modele similare realizate prin medii continue sau cuasi-continue neputând să exprime comportamentul în timp al masivului ci doar starea de eforturi și deformații din momentul cedării.

Unul din neajunsurile observate în modelarea efectivă o constituie crearea mediului discret ce urmează a fi modelat. În urma unei sinteze bibliografice au fost evidențiate un număr mare de metode utilizate în acest scop, împărțite în două categorii: metode dinamice și metode geometrice. Programul creat utilizează o metodă de generare a particulelor denumită metoda sedimentării, făcând parte din categoria de metode dinamice. Acestea reproduc modelul într-o formă foarte apropiată de realitate dar necesită un timp de calcul îndelungat, ceea ce a fost un dezavantaj în cazul modelelor studiate. Metodele geometrice au avantajul vitezei de calcul, dar sunt mult mai dificil de implementat, fiind necesară scrierea unor algoritmi speciali de generare, ce nu sunt în mod obligatoriu eficienți în orice situație. Astfel, o direcție viitoare de cercetare o constituie studierea în amănunt a acestor metode geometrice de umplere a volumelor și implementarea lor în program, pentru a putea fi utilizate în situațiile în care geometria particulelor este de tip sferă.

Un avantaj pe care programul propus îl are față de produse similare îl constituie posibilitatea utilizării de forme complexe, nu doar a sferelor. În mod firesc, timpul necesar de calcul crește semnificativ, contactul dintre două particule fiind mai greu de determinat. O propunere viitoare de cercetare o constituie utilizarea unei tehnici de generare de forme complexe formate din sfere, pentru definirea geometriei dorite de utilizator. Soluțiile existente în literatură sunt rare și ineficiente, acestea având redundanțe mari în ceea ce privește volumul ocupat de sferile ce formează particulele complexe.

O altă direcție posibilă de dezvoltare se referă la implementarea în program a unor tehnici de monitorizare a forțelor de contact dintre particule și a unor metode de determinare a stării de eforturi din masiv. Totodată poate fi oportună crearea unui mecanism de control automat al pasului de timp astfel încât acesta să poată varia în timpul modelării pentru a nu se produce suprapuneri excesive între particule în cazul unor deplasări impuse foarte mari.



**BIBLIOGRAFIE**

- [1] H. Zhu, Z. Zhou, R. Yang and A. Yu, "Discrete particle simulation of particulate systems: Theoretical developments," *Chemical Engineering Science*, vol. 62, p. 3378 – 3396, 2007.
- [2] P. Cundall, "A discontinuous future for numerical modelling in geomechanics?," *Proceedings of the ICE - Geotechnical Engineering*, vol. 149, no. 1, pp. 41-47, 01 January 2001.
- [3] J. Duran, *Sands, powders, and grains: An introduction to the physics of granular materials*, New York: Springer, 2000.
- [4] P. Cundall and O. Strack, "A discrete numerical model for granular assemblies," *Geotechnique*, vol. 29, no. 1, p. 47–65, 1979.
- [5] B. P. B. Hoomans, J. A. M. Kuipers, W. J. Briels and W. P. M. Van Swaaij, "Discrete particle simulation of bubble and slug formation in a two-dimensional gas-fluidized bed: A hard-sphere approach," *Chemical Engineering Science*, vol. 51, no. 1, pp. 99-108, 1996.
- [6] C. O'Sullivan, "Particle-based discrete element modeling: Geomechanics perspective," *International Journal of Geomechanics*, vol. 11, pp. 449-464, 2011.
- [7] C. Thornton, "Numerical simulations of deviatoric shear deformation of granular media," *Géotechnique*, vol. 50, no. 1, pp. 43-53, 2000.
- [8] D. O. Potyondy and P. A. Cundall, "A bonded-particle model for rock," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 41, no. 8, p. 1329–1364, December 2004.
- [9] A. Anandarajah, "Discrete element modeling of leaching induced apparent overconsolidation in kaolinite," *Soils and Foundations*, vol. 43, no. 6, pp. 1-12, 2003.
- [10] N. Lu, M. T. Anderson, W. J. Likos and G. W. Mustoe, "A discrete element model for kaolinite aggregate formation during sedimentation," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 32, no. 8, p. 965–980, 10 June 2008.
- [11] H. Peron, J. Y. Delenne, L. Laloui and M. S. El Youssoufi, "Discrete element modelling of drying shrinkage and cracking of soils," *Computers and Geotechnics*, vol. 36, no. 1-2, pp. 61-69, January-March 2009.
- [12] H. Kruggel-Emden, E. Sismek, S. Rickelt, S. Wirtz and V. Scherer, "Review and extension of normal force models for the Discrete Element Method," *Powder Technology*, vol. 171, pp. 157-173, 2007.
- [13] H. Kruggel-Emden, S. Wirtz and S. V., "A study on tangential force laws applicable to the discrete element method (DEM) for materials with viscoelastic or plastic behavior," *Chemical Engineering Science*, vol. 63, p. 1523 – 1541, 2008.
- [14] H. Zhu, Z. Zhou, R. Yang and A. Yu, "Discrete particle simulation of particulate systems: A review of major applications and findings," *Chemical Engineering Science*, vol. 63, pp. 5728--5770, 2008.
- [15] J. M. Ting, B. T. Corkum, C. R. Kauffman and C. Greco, "Discrete numerical model for soil mechanics," *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 115, pp. 379-398, March 1989.
- [16] K. Iwashita and M. Oda, "Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 124, no. 3, pp. 285-292, 1998.
- [17] L. Cui, C. O'Sullivan and S. O'Neill, "An analysis of the triaxial apparatus using a mixed boundary three-dimensional discrete element model," *Géotechnique*, vol. 57, no. 10, pp. 831-844, 2007.
- [18] G. Gong, X. Zha and J. Wei, "Comparison of granular material behaviour under drained triaxial and plane strain conditions using 3D DEM simulations," *Acta Mechanica Solida Sinica*, vol. 25, no. 2, pp. 186-196, April 2012.
- [19] C. O'Sullivan, J. D. Bray and S. Li, "A new approach for calculating strain for particulate media," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 27, no. 10, pp. 859-877, 2003.
- [20] H. Tsunekawa and K. Iwashita, "Numerical simulation of triaxial test using two and three dimensional DEM," in *The Fourth International Conference on Micromechanics of Granular Media (Powders & Grains 2001)*, Rotterdam, 2001.
- [21] T.-T. Ng, "Shear strength of assemblies of ellipsoidal particles," *Géotechnique*, vol. 54, no. 10, pp. 659-670, 2004.

- [22] W. Powrie, Q. Ni, R. M. Harkness and X. Zhang, "Numerical modelling of plane strain tests on sands using a particulate approach," *Géotechnique*, vol. 55, no. 4, pp. 297-306, 2005.
- [23] S. Masson and J. Martinez, "Micromechanical analysis of the shear behavior of a granular material," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 127, no. 10, pp. 1007-1016, 2001.
- [24] L. Cui and C. O'Sullivan, "Exploring the macro- and micro-scale response characteristics of an idealized granular material in the direct shear apparatus," *Géotechnique*, vol. 56, no. 7, pp. 455-468, 2006.
- [25] T. Matsushima, H. Saomoto, Y. Tsubokawa and Y. Yamada, "Grain rotation versus continuum rotation during shear deformation of granular assembly," *Soils and Foundations*, vol. 43, no. 4, pp. 95-106, 2003.
- [26] M. Panien, G. Schreurs and A. Pfiffner, "Mechanical behaviour of granular materials used in analogue modelling: insights from grain characterisation, ring-shear tests," *Journal of Structural Geology*, vol. 28, pp. 1710-1724, 2008.
- [27] J. Wang, M. S. Gutierrez and J. E. Dove, "Numerical studies of shear banding in interface shear tests using a new strain calculation method," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 31, no. 12, pp. 1349-1366, October 2007.
- [28] H. Huang and E. Detournay, "Intrinsic length scales in tool-rock interaction," *International Journal of Geomechanics*, vol. 8, no. 1, p. 39-44, 2008.
- [29] A. B. Huang and M. Y. Ma, "An analytical study of cone penetration tests in granular material," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 31, no. 1, pp. 91-103, 1994.
- [30] J. Butlanska, M. Arroyo Alvarez de Toledo and A. Gens Solé, "Homogeneity and symmetry in DEM models of cone penetration," in *6th International Conference on Micromechanics of Granular Media Golden*, Maryland, 2009.
- [31] O. Jenck, D. Dias and R. Kastner, "Discrete element modelling of a granular platform supported by piles in soft soil – Validation on a small scale model test and comparison to a numerical analysis in a continuum," *Computers and Geotechnics*, vol. 36, no. 6, p. 917-927, July 2009.
- [32] P. A. Cundall and O. D. L. Strack, "A discrete numerical model for granular assemblies," *Geotechnique*, vol. 29, no. 1, p. 47-65, 1979.
- [33] B. P. B. Hoomans, J. A. M. Kuipers, W. J. Briels and W. P. M. Van Swaaij, "Discrete particle simulation of bubble and slug formation in a two-dimensional gas-fluidized bed: A hard-sphere approach," *Chemical Engineering Science*, vol. 51, no. 1, pp. 99-108, 1996.
- [34] E. Oñate and J. Rojek, "Combination of discrete element and finite element methods for dynamic analysis of geomechanics problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 193, pp. 3087-3128, 2004.
- [35] L. M. Taylor and D. S. Preece, "Simulation of blasting induced rock motion," *Engineering with Computers*, vol. 9, no. 2, pp. 243-252, 1992.
- [36] K. F. Malone and B. H. Xu, "Determination of contact parameters for discrete element method simulation of granular systems," *Particuology*, vol. 6, pp. 521-528, 2008.
- [37] H. Hertz, "Über die berührung fester elastischer körper," *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, vol. 92, pp. 156-171, 1882.
- [38] K. Mao, M. Y. Wang, Z. Xu and T. Chen, "DEM simulation of particle damping," *Powder Technology*, vol. 142, no. 2-3, pp. 154-165, 2004.
- [39] F. Bertrand, L.-A. Leclaire and G. Levecque, "DEM-based models for the mixing of granular materials," *Chemical Engineering Science*, vol. 60, no. 8-9, pp. 2517-2531, 2005.
- [40] Y. Tsuji, T. Tanaka and T. Ishida, "Lagrangian numerical-simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe," *Powder Technology*, vol. 71, no. 3, pp. 239-250, 1992.
- [41] S. Yuu, T. Abe, T. Saitoh and T. Umekage, "Three-dimensional numerical simulation of the motion of particles discharging from a rectangular hopper using distinct element method and comparison with experimental data (effects of time steps and material properties)," *Advanced Powder Technology*, vol. 6, no. 4, pp. 259-269, 1995.
- [42] R. Moreno-Atanasio, B. H. Xu and M. Ghadiri, "Computer simulation of the effect of contact stiffness and adhesion on the fluidization behaviour of powders," *Chemical Engineering Science*, vol. 62, pp. 184-194, 2007.

- [43] A. Di Renzo and F. P. Di Maio, "Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes," *Chemical Engineering Science*, vol. 59, no. 3, pp. 525-541, 2004.
- [44] Y. Tsuji, T. Kawaguchi and T. Tanaka, "Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed," *Powder Technology*, vol. 77, no. 1, pp. 79-87, 1993.
- [45] K. Kuwagi, T. Mikami and M. Horio, "Numerical simulation of metallic solid bridging particles in a fluidized bed at high temperature," *Powder Technology*, vol. 109, no. 1-3, pp. 27-40, 2000.
- [46] M. J. Rhodes, X. S. Wang, M. Nguyen, P. Stewart and K. Liffman, "Use of discrete element method simulation in studying fluidization characteristics: Influence of interparticle force," *Chemical Engineering Science*, vol. 56, no. 1, pp. 69-76, 2001.
- [47] R. J. Milburn, M. A. Naylor, A. J. Smith, M. C. Leaper, K. Good, M. R. Swift and P. J. King, "Faraday tilting of water-immersed granular beds," *Physical Review E: 011308*, vol. 71, no. 1, 2005.
- [48] K. L. Johnson, *Contact mechanics*, Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [49] B. K. Mishra and C. V. R. Murty, "On the determination of contact parameters for realistic DEM simulations of ball mills," *Powder Technology*, vol. 115, no. 3, pp. 290-297, 2001.
- [50] L. Vu-Quoc and X. Zhang, "An elastoplastic contact force-displacement model in the normal direction: Displacement-driven version," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A—Mathematical Physical and Engineering Sciences*, vol. 455, pp. 4013-4044, 1991.
- [51] O. R. Walton and R. L. Braun, "Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks," *Journal of Rheology*, vol. 30, no. 5, p. 949-980, 1986.
- [52] *SR EN 1997-1:2004 Eurocod 7: Proiectare geotehnică. Partea 1: Reguli generale.*
- [53] *NP 112/2004 - Normativ pentru proiectarea structurilor de fundare directă.*
- [54] *GP 014/1997 - Ghid de proiectare Calculul terenului de fundare la acțiuni seismice în cazul fundării directe.*
- [55] E. Winkler, *Die Lehre Von Elasticitaet Und Festigkeit*, 1st ed., Prague: H. Dominicus, 1867.
- [56] *STAS 3950/81 - Geotehnică. Terminologie. Simboluri și unități de măsură.*
- [57] *STAS 8942/3-90 - Determinarea modulului de deformație liniară prin încercări pe teren cu placa.*
- [58] F. Kögler and A. Scheidig, *Baugrund und Bauwerk*, Berlin: W. Ernst und Sohn, 1938.
- [59] *STAS 8942/1-89 - Teren de fundare. Determinarea compresibilității pământurilor prin încercarea în edometru.*
- [60] *C 159/89 - Instrucțiuni tehnice pentru cercetarea terenului de fundare prin metoda penetrării cu con.*
- [61] *STAS 1242/5-88 - Teren de fundare. Cercetarea terenului prin penetrare dinamică standard în foraj.*
- [62] *C 241/92 - Metodologia de determinare a caracteristicilor dinamice ale terenului de fundare la sollicitări seismice.*
- [63] A. Bhandari and J. Han, "DEM Study of a Shallow Foundation under Vertical Loading," in *International Foundation Congress and Equipment Expo. Contemporary Topics in Ground Modification, Problem Soils, and Geo-Support*, Lake Buena Vista (Orlando), Florida, 2009.
- [64] Itasca, "Particle flow code in two dimensions (PFC2D)," Minnesota, 2004.
- [65] *NP 123/2007 - Normativ privind proiectarea geotehnică a fundațiilor pe piloți.*
- [66] N. Rădulescu, *Fundații de adâncime. Parametri caracteristici de interacțiune*, Bucharest: Conspress, 1998, p. 176.
- [67] H. G. Poulos, "Analytical geomechanics in Foundation Engineering," Sydney, 1992.
- [68] J. F. McNulty, "Thrust loading on piles," *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, vol. 82, pp. 940-1-25, April 1956.
- [69] J. Duncan, L. Evans and P. Ooi, "Lateral load analysis of single piles and drilled shaft," *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 120, pp. 1018-1033, 1994.
- [70] L. J. Evans and J. Duncan, "Simplified analysis of laterally loaded piles," Berkeley, California, 1982.
- [71] L. Reese, W. Cox and F. Koop, "Analysis of laterally loaded piles in sand," in *6th Annual Offshore Technology Conference*, 1974.
- [72] H. Poulos, "Behaviour of laterally loaded piles: 1 - Single piles," *ASCE*, vol. 97, pp. 711-731, 1971.



- [73] H. Poulos, "Behaviour of laterally loaded piles: II - Pile groups," *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division*, vol. 97, pp. 733-751, 1971.
- [74] B. El Sharnouby and M. Novak, "Flexibility coefficients and interaction factors for pile group analysis," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 23, pp. 441-450, 1986.
- [75] R. D. Mindlin, "Force at a point in the interior of a semi-infinite solid," *Physics*, vol. 7, no. 5, pp. 195-202, 1936.
- [76] J. Focht and K. Koch, "Rational analysis of the lateral performance of offshore pile groups," in *5th Offshore Technology Conference*, Dallas, Texas, 1973.
- [77] Y. K. Chow, "Axial and lateral response of pile groups embedded in nonhomogeneous soil," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 11, no. 6, pp. 621-638, 1987.
- [78] M. O'Neill, O. Ghazzaly and H. Ha, "Analysis of three-dimensional pile groups with nonlinear soil response and pile-soil-pile interaction," in *9th Offshore Technology Conference*, 1977.
- [79] D. Brown and C.-F. Shie, "Numerical experiments into group effects on the response of piles to lateral loading," *Computers and Geotechnics*, vol. 10, pp. 211-230, 1990.
- [80] D. Brown and C.-F. Shie, "Three dimensional finite element model of laterally loaded piles," *Computers and Geotechnics*, vol. 10, pp. 59-79, 1990.
- [81] G. Schneebeli, "Une mécanique pour les terres sans cohésion," *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, vol. 243, pp. 2647-2673, 1956.
- [82] N. Dolzhenko and P. Mathieu, "Etude expérimentale des phases de creusement d'un tunnel à l'aide d'un modèle réduit bidimensionnel," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 42, no. 2, pp. 352-364, 2005.
- [83] Y.-J. Lee and R. H. Basset, "Influence zones for 2D pile-soil-tunnelling interaction based on model test and numerical analysis," *Tunnelling and Underground Space Technology*, vol. 22, no. 3, pp. 325-342, May 2007.
- [84] A. Elmekati and U. El Shamy, "A practical co-simulation approach for multiscale analysis of geotechnical systems," *Computers and Geotechnics*, vol. 37, pp. 494-503, 2012.
- [85] K. Kaneko, K. Terada and Y. Kishino, "Global-local analysis of granular media in quasi-static equilibrium," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, pp. 4043-4069, 2003.
- [86] Simulia. Dassault Systemes, "ABAQUS - Finite element program, v6.7," 2007.
- [87] Itasca, "Particle flow code, PFC3D, release 3.1," Minneapolis, Minnesota, 2005.
- [88] *NP 120/2006 - Normativ privind cerințele de proiectare și execuție a incintelor adânci în zone urbane.*
- [89] *NP 113/2004 - Normativ privind proiectarea, execuția și recepția pereților îngroșiți.*
- [90] *Normativ privind proiectarea lucrărilor de susținere*, 2008.
- [91] S. S. Nadukuru and R. L. Michalowski, "Arching in distribution of active load on retaining walls," *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, vol. 138, pp. 575-584, May 2012.
- [92] K. Terzaghi, *Theoretical soil mechanics*, New York: Wiley, 1943.
- [93] Itasca, "Particle flow code in three dimensions (PFC3D)," Minneapolis, 2008.
- [94] Y.-J. Jiang and I. Towhata, "Experimental study of dry granular flow and impact behavior against a rigid retaining wall," *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol. 45, no. 5, pp. 1-17, 8 2012.
- [95] R. Handy, "The arch in soil arching," *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 111, no. 3, pp. 302-318, 1985.
- [96] H. Teufelsbauer, Y. Wang, S. Pudasaini, R. Borja and W. Wu, "DEM simulation of impact force exerted by granular flow on rigid structures," *Acta Geotechnica*, vol. 6, pp. 119-133, 2011.
- [97] P. Lade and J. Duncan, "Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil," *Journal of Geotechnical Engineering Division*, vol. 101, pp. 1037-1053, 1975.
- [98] P. Lade and J. Duncan, "Cubical triaxial tests on cohesionless soil," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, vol. 99, pp. 793-812, 1973.
- [99] H. Mori, Y. Ogawa and G. Cao, "Liquefaction Analysis of River Dike with Discrete Element Method," in *Discrete Element Methods: Numerical Modeling of Discontinua. Proceedings of the Third International Conference*, New Mexico, 2002.

- [100] K. Meguro and M. Hakuno, "Fracture analysis of concrete structure by granular assembly simulation," *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, vol. 63, no. 4, pp. 409-468, 1988.
- [101] Y.-H. Zou, Q. Chen, X.-Q. Chen and P. Cui, "Discrete numerical modeling of particle transport in granular filters," *Computers and Geotechnics*, vol. 47, p. 48-56, 2013.
- [102] *GP 093-2006 - Ghid privind proiectarea structurilor de pământ armat cu materiale geosintetice și metalice.*
- [103] A. Bhandari and J. Han, "Investigation of geotextile-soil interaction under a cyclic vertical load using the discrete element method," *Geotextiles and Geomembranes*, vol. 28, no. 1, pp. 33-43, 2010.
- [104] A. Bhandari, J. Han and F. Wang, "Micromechanical analysis of soil arching in geosynthetic-reinforced pile-supported embankments," in *GeoHunan International Conference on Challenges and Recent Advances in Pavement Technologies and Transportation Geotechnics*, Hunan, China, 2009.
- [105] B. Chareyre and P. Villard, "Discrete element modeling of curved geosynthetic anchorages with known macro-properties," in *Numerical modeling in micromechanics via particle methods*, Gelsenkirchen, Taylor and Francis, 2002, pp. 197-203.
- [106] J. Han and M. A. Gabr, "Numerical analysis of geosynthetic-reinforced and pile-supported earth platforms over soft soil," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 128, no. 1, pp. 44-53, 2002.
- [107] B. Chareyre and P. Villard, "Dynamic spar elements and discrete element methods in two dimensions for the modeling of soil-inclusion problems," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 131, no. 7, pp. 689-698, July 2005.
- [108] J. Han, A. Bhandari and F. Wang, "DEM analysis of stresses and deformations of geogrid-reinforced embankments over piles," *International Journal of Geomechanics*, vol. 12, no. 4, p. 340-350, July/August 2012.
- [109] P. Villard, B. Chevalier, B. L. Hello and G. Combe, "Coupling between finite and discrete element methods for the modelling of earth structures reinforced by geosynthetic," *Computers and Geotechnics*, vol. 36, pp. 709-717, 2009.
- [110] E. Tutumluer, H. Huang and X. Bian, "Geogrid-aggregate interlock mechanism investigated through aggregate imaging-based discrete element modeling approach," *International journal of geomechanics*, vol. 12, pp. 391-398, July/August 2012.
- [111] D. Bertrand, F. Nicot, P. Gotteland and L. Stéphane, "Modelling a geo-composite cell using discrete analysis," *Computers and Geotechnics*, vol. 32, no. 8, pp. 564-577, December 2005.
- [112] W. Fellenius, "Calculation of the stability of earth dams," in *2nd Congress on Large Dams*, 1936.
- [113] A. W. Bishop, "The use of slip circle in the stability analysis of slopes," *Geotechnique*, vol. 5, no. 1, pp. 7-17, 1955.
- [114] D. Fredlund and J. Krahn, "Comparison of slope stability methods of analysis," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 14, no. 3, pp. 429-439, 1977.
- [115] N. Janbu, "Application of composite slip surfaces for stability analysis," in *European Conference on Stability of Earth Slopes*, 1954.
- [116] E. Spencer, "A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces," *Geotechnique*, vol. 17, no. 1, pp. 11-26, 1967.
- [117] N. Morgenstern and V. Price, "The analysis of the stability of general slip surfaces," *Geotechnique*, vol. 15, no. 1, pp. 79-93, 1965.
- [118] N. Janbu, "Earth pressure and bearing capacity by generalized procedure of slices," in *4th International Conference of Soil Mechanics*, 1957.
- [119] C. S. Chang, "Discrete element method for slope stability analysis," *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 118, pp. 1889-1905, December 1992.
- [120] N. Janbu, "Stability analysis of slopes with dimensionless parameters," *Harvard Soil Mechanics Series*, vol. 46, pp. 8-11, 1954.
- [121] C.-L. Tang, J.-C. Hu, M.-L. Lin, J. Angelier and C.-Y. Lu, "The Tsaoling landslide triggered by the Chi-Chi earthquake, Taiwan: Insights from a discrete element simulation," *Engineering Geology*, vol. 106, pp. 1-19, 2009.
- [122] J. Sousa and B. Voight, "Continuum simulation of flow failures," *Geotechnique*, vol. 41, pp. 515-538, 1991.

- [123] F. Forlati, G. Gioda and C. Scavia, "Finite element analysis of a deep-seated slope deformation," *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol. 34, no. 2, pp. 135-159, 2001.
- [124] M. Quecedo, M. Pastor, M. Herreros and J. Fernández Merodo, "Numerical modelling of the propagation of fast landslides using the finite element method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 59, pp. 755-794, 2004.
- [125] H. Zheng, D. Liu and C. Li, "Slope stability analysis based on elasto-plastic finite element method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 64, pp. 1871-1888, 2005.
- [126] H. Chen and C. Lee, "Numerical simulation of debris flows," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 37, pp. 146-160, 2000.
- [127] H. Chen and C. Lee, "A dynamic model for rainfall-induced landslides on natural slopes," *Geomorphology*, vol. 51, pp. 269-288, 2003.
- [128] G. Crosta, S. Imposimato and D. Roddeman, "Numerical modeling of large landslides stability and runoff," *Natural Hazards and Earth System Sciences*, vol. 3, pp. 523-538, 2003.
- [129] G. Crosta, S. Imposimato and D. Roddeman, "Continuum numerical modeling of flow-like landslides," in *Landslide from Massive Rock Slope Failure. NATO Science Series IV: Earth and Environmental Sciences*, 2006.
- [130] A. Chiriță, A. Andronic, M. Șerbulea, A. Priceputu and D. Manoli, "Modelarea numerică a propagării maselor de pământ instabile în cazul alunecărilor de teren folosind metoda cuplajului Euler-Lagrange," in *XII-th National Conference of Geotechnics and Foundations*, Iași, Romania, 2012.
- [131] D. Cruden and D. Varnes, "Landslide types and processes," Washington, DC, 1996.
- [132] H.-W. Liao, "Landslides triggered by Chi-Chi earthquake," Chung-Li, 2000.
- [133] N. Newmark, "Effects of earthquake on dams and embankments," *Géotechnique*, vol. 15, pp. 139-160, 1965.
- [134] H. Seed, "Consideration in the earthquake-resistant design of earth and rockfill dams," *Géotechnique*, vol. 29, pp. 215-263, 1979.
- [135] C. Labra, J. Rojek and E. Oñate, "Advances in discrete element modelling of underground excavations," *Acta Geotechnica*, p. 317-322, 2008.
- [136] M. J. M. Maynar and L. E. M. Rodríguez, "Discrete numerical model for analysis of earth pressure balance tunnel excavation," *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, vol. 131, pp. 1234-1242, October 2005.
- [137] J. Morris, M. Rubin, G. Block and M. Bonner, "Simulations of fracture and fragmentation of geologic materials using combined FEM/DEM analysis," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 33, pp. 463-473, 2006.
- [138] P. Arduino and E. Macari, "Implementation of porous media formulation for geomaterials," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 127, no. 2, pp. 157-166, 2001.
- [139] O. Zienkiewicz, A. Chan, M. Pastor, B. Schrefler and T. Shiomi, *Computational geomechanics with special reference to earthquake engineering*, Wiley, 1998.
- [140] R. Lewis and B. Schrefler, *The finite element method in the deformation and consolidation of porous media*, 2nd ed., Wiley, 1998.
- [141] C. Desai and H. Siriwardane, *Constitutive laws for engineering materials (with emphasis on geologic materials)*, Prentice-Hall, Eaglewood Cliffs, N.J., 1984.
- [142] D. Wood, *Soil behavior and critical state soil mechanics*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [143] J. Prevost, "A simple plasticity theory for frictional cohesionless soils," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 4, no. 1, pp. 9-17, 1985.
- [144] Y. Dafalias and L. Herrmann, "Bounding surface formulation of soil plasticity," in *Soil mechanics-transient and cyclic loads*, London, Wiley, 1982, pp. 253-282.
- [145] M. Klisiński, "Plasticity theory based on fuzzy sets," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 114, no. 4, pp. 563-582, 1988.
- [146] N. Ravichandran, B. Machmer, H. Krishnapillai and K. Meguro, "Micro-scale modeling of saturated sandy soil behavior subjected to cyclic loading," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 30, no. 11, pp. 1212-1225, November 2010.

- [147] U. El Shamy and C. Denissen, "Microscale characterization of energy dissipation mechanisms in liquefiable granular soils," *Computers and Geotechnics*, vol. 37, pp. 846-857, 2010.
- [148] U. El Shamy, M. Zeghal, R. Dobry, S. Thevanayagam, A. Elgamal, T. Abdoun, C. Medina, R. Bethapudi and V. Bennett, "Micromechanical aspects of liquefaction-induced lateral spreading," *International Journal of Geomechanics*, vol. 10, no. 5, pp. 190-201, October 2010.
- [149] G. Saussine, C. Cholet, P. Gautier and F. Dubois, "Modelling ballast behaviour under dynamic loading. Part 1: A 2D polygonal discrete element method approach," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, p. 2841-2859, 2006.
- [150] R. Dobry, S. Thevanayagam, C. Medina, R. Bethapudi, A. Elgamal, V. Bennett, T. Abdoun, M. Zeghal, U. El Shamy and V. Mercado, "Mechanics of lateral spreading observed in full-scale shake test," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 137, no. 2, pp. 115-129, February 2011.
- [151] Microsoft, "Microsoft Developer Network - VC++," [Online]. Available: [http://msdn.microsoft.com/en-us/library/aa983532\(v=vs.71\).aspx](http://msdn.microsoft.com/en-us/library/aa983532(v=vs.71).aspx). [Accessed 2013].
- [152] Microsoft, "Microsoft Dev Center - DirectX," [Online]. Available: [http://msdn.microsoft.com/en-us/library/windows/desktop/ee663274\(v=vs.85\).aspx](http://msdn.microsoft.com/en-us/library/windows/desktop/ee663274(v=vs.85).aspx). [Accessed 2013].
- [153] Microsoft, "Microsoft Developer Network - .NET Framework," [Online]. Available: [http://msdn.microsoft.com/en-us/library/ff361664\(v=vs.110\).aspx](http://msdn.microsoft.com/en-us/library/ff361664(v=vs.110).aspx). [Accessed 2013].
- [154] Microsoft, "Microsoft Developer Network - MFC," [Online]. Available: [http://msdn.microsoft.com/en-us/library/d06h2x6e\(v=VS.100\).aspx](http://msdn.microsoft.com/en-us/library/d06h2x6e(v=VS.100).aspx). [Accessed 2013].
- [155] nVidia, "PhysX Info," [Online]. Available: <http://physxinfo.com/>. [Accessed 2013].
- [156] A. Priceputu, "Discrete element method software application for cohesionless soil models," in *Proceedings of the 5th International Young Geotechnical Engineers' Conference*, Paris, 2013.
- [157] AGEIA Technologies Inc, "AGEIA PhysX SDK 2.7," Mountain View, CA, 2006.
- [158] T. Tiju, "GPU Terrain," [Online]. Available: [http://2.bp.blogspot.com/-fbnqhPgwL4w/ULo3ErkDjDI/AAAAAAAAAeA/dmdWuchRCrI/s1600/Terrain\\_BasicMesh.PNG](http://2.bp.blogspot.com/-fbnqhPgwL4w/ULo3ErkDjDI/AAAAAAAAAeA/dmdWuchRCrI/s1600/Terrain_BasicMesh.PNG). [Accessed 2013].
- [159] T. MacWilliam, "Computer Science E-1," [Online]. Available: <http://cse1.net/recaps/img/13-triangle-mesh.png>.
- [160] J. Kepler, "Strena seu de nive sexangula (Fulgur cu șase colțuri)," 1611.
- [161] Wolfram, "Wolfram Mathworld," Wolfram, 2014. [Online]. Available: <http://mathworld.wolfram.com/KeplerConjecture.html>. [Accessed 02 November 2014].
- [162] "Wikipedia," Wikipedia, [Online]. Available: [http://en.wikipedia.org/wiki/File:Close\\_packing.svg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Close_packing.svg). [Accessed 02 November 2014].
- [163] T. C. Hales and S. P. Ferguson, "A formulation of the Kepler conjecture," *Discrete & Computational Geometry*, vol. 36, no. 1, pp. 21-69, 2006.
- [164] Y. T. Feng, K. Han and D. R. J. Owen, "Filling domains with disks: An advancing front approach," *Inter. J. Numer. Methods in Engineering*, vol. 56, no. 5, pp. 699-731, 2003.
- [165] P. Thomas, "Discontinuous deformation analysis of particulate media," Berkeley, 1997.
- [166] J. A. Ferrez, "Dynamic triangulations for efficient 3-D simulation of granular materials," Lausanne, 2001.
- [167] D. Stoyan, "Models of random systems of non-intersecting spheres," in *Prague Stochastics '98*, Prague, 1998.
- [168] D. Stoyan, "Random systems of hard particles: Models and statistics," *Chinese Journal of Stereology and Image Analysis*, vol. 7, no. 1, pp. 1-13, 2002.
- [169] K. Bagi, "An algorithm to generate random dense arrangements for discrete element simulations of granular assemblies," *Granular Matter*, vol. 7, p. 31-43, 2005.
- [170] O. Häggström and R. Meester, "Nearest neighbour and hard sphere models in continuum percolation," *Random Structures & Algorithms*, vol. 9, pp. 295-315, 1996.
- [171] J. Evans, "Random and cooperative sequential adsorption," *Reviews of Modern Physics*, vol. 65, pp. 1281-1304, 1993.

- [172] D. Stoyan and S. M., "Random sequential adsorption: relationship to dead leaves and characterization of variability," *Journal of Statistical Physics*, vol. 100, pp. 969-979, 2000.
- [173] Itasca, "Particle flow code in two dimensions (PFC2D)," Minneapolis, 1998.
- [174] D. Boutt and B. McPherson, "The role of particle packing in modeling rock mechanical behavior using discrete elements," in *Discrete Element Methods, 3rd international conference*, New Mexico, 2002.
- [175] C. O'Sullivan, "The application of discrete element modelling to finite deformation problems in geomechanics," Berkeley, 2002.
- [176] H. Sakaguchi and A. Murakami, "Initial packing in discrete element modeling," in *Discrete Element Methods, 3rd international conference*, New Mexico, 2002.
- [177] N. Metropolis, A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller and E. Teller, "Equations of state calculations by fast computing machines," *Journal of Chemical Physics*, vol. 21, pp. 1087-1092, 1953.
- [178] W. Hastings, "Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications," *Biometrika*, vol. 57, pp. 97-109, 1970.
- [179] S. Mase, J. Moller and D. Stoyan, "Packing densities and simulated tempering for hard core Gibbs point processes," *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, vol. 53, pp. 661-680, 2001.
- [180] S. Torquato, *Random heterogeneous materials*, New York: Springer-Verlag, 2002.
- [181] W. Jodrey and E. Tory, "Simulation of random packing of spheres," *Journal of Simulation*, vol. 32, pp. 1-12, 1979.
- [182] W. Jodrey and E. Tory, "Computer simulation of close random packing of equal spheres," *Physical Review A*, vol. 32, pp. 2347-2351, 1985.
- [183] K. Bagi, "A quasi-static numerical model for micro-level analysis of granular assemblies," *Mechanics of Materials*, vol. 16, no. 1-2, pp. 101-110, 1993.
- [184] Y. Feng, K. Han and D. Owen, "Filling domains with disks," in *Proceedings of the 4th International Conference on Analysis of Discontinuous Deformation*, Glasgow, 2001.
- [185] J. Peraire, M. Vahdati, K. Morgan and O. Zienkiewicz, "Adaptive remeshing for compressible flow computations," *Journal of Computational Physics*, vol. 72, pp. 449-466, 1987.
- [186] X.-Y. Li, S.-H. Teng, K. Morgan and A. Ungor, "Biting: advancing front meets sphere packing," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 49, pp. 61-81, 2000.
- [187] A. Zsaki, "An efficient method for packing polygonal domains with disks for 2D discrete element simulation," *Computers and Geotechnics*, vol. 36, pp. 568-576, 2007.
- [188] L. Cui and C. O'Sullivan, "Analysis of a triangulation based approach for specimen generation for discrete element simulations," *Granular Matter*, vol. 5, pp. 135-145, 2003.
- [189] J.-F. Jerier, V. Richefeu, D. Imbault and F.-V. Donzé, "Packing spherical discrete elements for large scale simulations," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 199, pp. 1668-1676, 2010.
- [190] M. Borkovec and W. de Paris, "The fractal dimension of the Apollonian sphere packing," *Fractals*, vol. 2, pp. 521-526, 1994.
- [191] A. Benabbou, H. Borouchaki, P. Laug and J. Lu, "Sphere packing and applications to granular structure modeling," in *Proceedings of the 17th International Meshing Roundtable*, 2008.
- [192] Itasca, "Particle flow code in three dimensions (PFC3D)," Minneapolis, 1998.
- [193] L. Midas Information Technology Co., "Midas GTS NX," 2014.
- [194] G. Meyerhof, "The ultimate bearing capacity of foundations," *Geotechnique*, vol. 2, no. 4, pp. 301-332, 1951.
- [195] V. Silvestri, "A limit equilibrium solution for bearing capacity of strip foundations on sand," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 40, no. 2, pp. 351-361, 2003.
- [196] D. Zhu, C. Lee and H. Jiang, "A numerical study of the bearing capacity factor  $N_r$ ," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 38, pp. 1090-1096, 2001.
- [197] M. Bolton and C. Lau, "Vertical bearing capacity factors for circular and square footings on Mohr-Coulomb," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 30, no. 3, pp. 1024-1033, 1993.

- [198] B. Hansen, "A general formula for bearing capacity," *Bull. Dan. Geotech. Inst.*, vol. 11, pp. 38-46, 1961.
- [199] V. Sokolovskii, *Statics of soil media*, London: Butterworth Science, 1965.
- [200] A. Serrano and C. Olalla, "Ultimate bearing capacity of an anisotropic discontinuous rock mass. Part I: basic modes of failure," *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.*, vol. 35, no. 3, pp. 301-324, 1998.
- [201] A. Serrano and C. Olalla, "Ultimate bearing capacity of an anisotropic discontinuous rock mass. Part II: determination procedure," *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.*
- [202] A. Serrano and C. Olalla, "Ultimate bearing capacity of rock masses," *Int. J. Rock Mech. Mining Sci. Geomech.*, vol. 31, no. 2, pp. 93-106, 1994.
- [203] X. Yang and J. Yin, "Upper bound solution for ultimate bearing capacity with a modified Hoek–Brown failure criterion," *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.*, vol. 42, pp. 550-560, 2005.
- [204] A. Soubra, "Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations," *ASCE J Geotech Geoenviron Eng*, vol. 125, no. 1, pp. 59-68, 1999.
- [205] W. Chen, *Limit analysis and soil plasticity*, Amsterdam: Elsevier, 1975.
- [206] A. Drescher and C. Detournay, "Limit load in translational failure mechanisms for associative and non-associative materials," *Geotechnique*, vol. 43, no. 3, pp. 443-456, 1993.
- [207] R. Michalowski, "An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis," *Soil. Found.*, vol. 37, no. 4, pp. 421-428, 1997.
- [208] R. Michalowski and L. Shi, "Bearing capacity of footings over two-layer foundation soils," *ASCE J Geotech Eng*, vol. 121, no. 5, pp. 59-68, 1995.
- [209] S. Sarama and I. Iossifelis, "Seismic bearing capacity factors of shallow strip footings," *Geotechnique*, vol. 40, no. 2, pp. 265-273, 1990.
- [210] S. Sloan, "Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming," *Int J Numer Anal Meth Geomech*, vol. 12, pp. 61-77, 1988.
- [211] S. Sloan, "Upper bound limit analysis using finite elements and linear programming," *Int J Numer Anal Meth Geomech*, vol. 13, pp. 263-282, 1989.
- [212] S. Sloan and P. Kleeman, "Upper bound limit analysis using discontinuous velocity fields," *Comp Meth Appl Mech Eng*, vol. 127, pp. 293-314, 1995.
- [213] B. Ukritchon, J. Whittle and S. Sloan, "Undrained limit analysis for combined loading of strip footings on clay," *ASCE J Geotech Geoenviron Eng*, vol. 124, no. 1, pp. 1-11, 1998.
- [214] Y. Wang, J. Yin and C. Lee, "The influence of a non-associated flow rule on the calculation of the factor of safety of the soil slopes," *Int J Numer Anal Meth Geomech*, vol. 25, pp. 1351-1359, 2001.
- [215] J. Yin, Y. Wang and A. Selvadurai, "Influence of non-association on bearing capacity of a strip footing," *ASCE J Geotech Geoenviron Eng*, vol. 127, no. 11, pp. 985-989, 2001.
- [216] Z. Saada, S. Maghous and D. Garnier, "Bearing capacity of shallow foundations on rocks obeying a modified Hoek–Brown failure criterion," *Computers and Geotechnics*, vol. 35, pp. 144-154, 2008.
- [217] D. Griffiths, "Computation of bearing capacity factors using finite elements," *Geotechnique*, vol. 32, no. 3, pp. 195-202, 1982.
- [218] H. Burd and S. Frydman, "Bearing capacity of plane-strain footings on layered soils," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 34, no. 2, pp. 241-253, 1997.
- [219] A. Lyamin, R. Salgado, S. Sloan and M. Prezzi, "Two- and three-dimensional bearing capacity of footings in sand," *Geotechnique*, vol. 57, no. 8, pp. 647-662, 2007.
- [220] E. Conte, A. Donato and A. Troncone, "Progressive failure analysis of shallow foundations on soils with strain-softening behaviour," *Computers and Geotechnics*, vol. 54, pp. 117-124, 2013.
- [221] A. Bhandari and J. Han, "DEM Study of a Shallow Foundation under Vertical Loading," in *International Foundation Congress and Equipment Expo*, Orlando, 2009.
- [222] H. Reissner, "Zum Erddruckproblem," in *Proceedings of the 1st International Congress on Applied Mechanics*, Delft, 1924.
- [223] A. Caquot and J. Kerisel, "Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulverent," in *Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng.*, Zurich, 1953.
- [224] R. Krizek, "Approximation for Terzaghi's bearing capacity factors," *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, vol. 91, no. SM2, pp. 1-3, 1965.

- [225] B. Hansen and N. Christiansen, "Discussion of 'Theoretical bearing capacity of very shallow footings'," *J. Soil Mech. Found. Div. ASCE*, vol. 95, no. SM6, pp. 1567-1568, 1969.
- [226] R. Salgado, *The engineering of foundations*, McGraw-Hill, 2008.
- [227] F. Jin, H. Xin, C. Zhang and S. Q., "Probability-based contact algorithm for non-spherical particles in DEM," *Powder Technology*, vol. 212, pp. 134-144, 2011.
- [228] "3D Warehouse," Google, [Online]. Available: 3D Warehouse (March 2014). Retrieved from <https://3dwarehouse.sketchup.com/> courtesy of Intresto Rocksolver (<http://www.intresto.com.au/>). [Accessed 2014].
- [229] L. Wang, J. Park and Y. Fu, "Representation of real particles for DEM simulation using X-ray tomography," *Construction and Building Materials*, vol. 21, no. 2, pp. 338-346, 2007.
- [230] M. Lu and G. McDowell, "The importance of modelling ballast particle shape in the," *Granular Matter*, vol. 9, pp. 69-80, 2007.
- [231] J. Ferrellec and G. McDowell, "A simple method to create complex particle shapes for DEM," *Geomechanics and Geoengineering*, vol. 3, no. 3, pp. 211-216, 2008.
- [232] X. Garcia, L. J.P., J. Xiang and J. Harrison, "A clustered overlapping sphere algorithm to represent real particles in discrete element modeling," *Geotechnique*, vol. 59, no. 9, pp. 779-784, 2009.
- [233] J. Ferrellec and M. G.R., "Modeling realistic shape and particle inertia in DEM," *Geotechnique*, vol. 60, no. 3, pp. 227-232, 2010.
- [234] G. Rui, D. Xin, Z. Yawu, L. Yong and Y. Jing, "A new method to simulate irregular particles by discrete element method," *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, vol. 4, no. 3, pp. 276-281, 2012.
- [235] D. Simons and F. Senturk, *Sediment Transport Technology*, Fort Collins, Colorado: Water Resources Publications, 1977.
- [236] T. Lambe and R. Whitman, *Soil Mechanics*, SI version, New York: Wiley, 1979.
- [237] Z. Chik and L. Vallejo, "Characterization of the angle of repose of binary granular materials," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 42, pp. 683-692, 2005.
- [238] L. Lacaze and R. Kerswell, "Axisymmetric granular collapse: a transient 3D flow test of viscoplasticity," *Physical Review Letters*, vol. 102, 2009.
- [239] H. Bui, R. Fukagawa, K. Sako and O. S., "Lagrangian meshfree particles method (SPH) for large deformation and failure flows of geomaterial using elastic-plastic soil constitutive model," *International Journal for Numerical and Analytical Methods*, vol. 32, pp. 1537-1570, 2008.
- [240] L. Ning and J. Godt, *Hillslope Hydrology and Stability*, Cambridge University Press, 2013, p. 458.
- [241] "Tencate," [Online]. Available: <http://www.tencate.com/apac/geosynthetics/applications/basal-reinforcement/reinforcement-over-cavities.aspx>. [Accessed July 2014].
- [242] "Yomiuri," [Online]. Available: <http://www.yomiuri.co.jp/adv/chuo/photo/research/20110707b.jpg>. [Accessed July 2014].
- [243] Dassault Systèmes, "Abaqus/CAE 6.13," Providence, 2013.
- [244] R. Gingold and J. Monaghan, "Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-Spherical Stars," *Royal Astronomical Society, Monthly Notices*, vol. 181, pp. 375-389, 1977.
- [245] C. Coulomb, "Essai sur une application des règles des maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture," *Mémoires de l'Académie Royale près Divers Savants*, vol. 7, 1776.

## *ANEXA 1. FIȘIERUL PENTRU CREAREA MODELULUI ÎN PROGRAMUL PFC*

### Fișierul pentru crearea modelului: fu.dat

```

;fname: fu.DAT
new      ; clear program state to begin new problem
set random  ; reset random-number generator
title 'Footing Experiment'

SET echo off

wall id=1 face ( 0, 0, 25e-2) (40e-2, 0, 25e-2) (40e-2, 0,
                -20e-2)( 0, 0, -20e-2)
wall id=2 face ( 0, 0, 25e-2) (0, 0, -20e-2) ( 0, 1.8e-
2, -20e-2) ( 0, 1.8e-2, 25e-2)
wall id=3 face (40e-2, 0, -20e-2) (40e-2, 0, 25e-2) (40e-2, 1.8e-
2, 25e-2) (40e-2, 1.8e-2, -20e-2)
wall id=4 face (40e-2, 1.8e-2, -20e-2) (40e-2, 1.8e-2, 25e-2) ( 0, 1.8e-
2, 25e-2) ( 0, 1.8e-2, -20e-2)
wall id=5 face ( 0, 0, -20e-2) (40e-2, 0, -20e-2) (40e-2, 1.8e-
2, -20e-2) ( 0, 1.8e-2, -20e-2)
wall id=6 face ( 0, 0, 25e-2) ( 0, 1.8e-2, 25e-2) (40e-2, 1.8e-2, 25e-
2) (40e-2, 0, 25e-2)
gen id=1,3000 rad 0.3e-2,0.3e-2 x=0,40e-2 y=0,1.8e-2 z=-20e-2,5e-2
;
SET echo on
history nstep 1
;
print flt_numballs
macro WallProps 'ks=2e4 kn=2e4 fric=0.5
macro MoveFooting 'zvel = -4.0e-5'
macro BallProps 'density 2580 kn 1.0e4 ks 1.0e4 fric 0.5
macro BallPropsFinal 'density 2580 kn 1e6 ks 1e4 fric 0.5

wall id=1 WallProps
wall id=2 WallProps
wall id=3 WallProps
wall id=4 WallProps
wall id=5 WallProps

prop BallProps

set hist_rep=5
hist diagnostic muf
set dt dscale

cycle 50

```



```
plot his 1
save foot0.SAV

set grav 0 0 -9.81
prop BallProps

plot create Contact_Force
plot set title text 'Model at equilibrium'
;plot add ball yellow
plot add wall white
plot add cforce black
plot add axes brown
plot show

cyc 10000

gen id=3001,6000 rad 0.3e-2,0.3e-2 x=0,40e-2 y=0,1.8e-2 z=-5e-2,20e-2
prop BallProps
cyc 15000
gen id=6001,8000 rad 0.3e-2,0.3e-2 x=0,40e-2 y=0,1.8e-2 z=-0,25e-2
prop BallProps
cyc 25000

delete ball range z 0 25e-2

cyc 5000
save fu_t0.sav
```

**Fișierul pentru rularea modelului: fu2.dat**

```

;fname: fu2.DAT
new      ; clear program state to begin new problem
call fishcall.FIS
set random  ; reset random-number generator
title 'Footing Experiment'

SET echo off
SET static on

res fu_t0.sav

macro WallProps2 'ks=1e5 kn=1e5 fric=1.0'
macro MoveFooting2 'zvel = -5.0e-6'
macro BallProps2 'density 2580 kn 1.0e4 ks 1.0e4 fric 0.5

macro FooDisp '0.265e-2'
history nstep 1
prop BallProps2

delete wall 6
wall id 7    face (17e-2,0,FooDisp)          (17e-2,1.8e-2,FooDisp)          (23e-
2,1.8e-2,FooDisp)          (23e-2,0,FooDisp)
wall id 8    face (17e-2,0,FooDisp)          (17e-2,0,5.3e-2)          (17e-
2,1.8e-2,5.3e-2)          (17e-2,1.8e-2,FooDisp)
wall id 9    face (23e-2,0,FooDisp)          (23e-2,0,5.3e-2)          (23e-
2,1.8e-2,5.3e-2)          (23e-2,1.8e-2,FooDisp)
;wall id 10  face (17.2e-2,0,FooDisp)          (17.2e-2,0,5.3e-2)          (17.2e-
2,1.8e-2,5.3e-2)          (17.2e-2,1.8e-2,FooDisp)
;wall id 11  face (22.8e-2,0,FooDisp)          (22.8e-2,0,5.3e-2)          (22.8e-
2,1.8e-2,5.3e-2)          (22.8e-2,1.8e-2,FooDisp)
wall id 12  face (17e-2,0,5.3e-2) (17e-2,1.8e-2,5.3e-2) (23e-2,1.8e-2,5.3e-2) (23e-
2,0,5.3e-2)
;wall id 13  face (17.4e-2,0,FooDisp)          (17.4e-2,0,5.3e-2)          (17.4e-
2,1.8e-2,5.3e-2)          (17.4e-2,1.8e-2,FooDisp)
;wall id 14  face (22.6e-2,0,FooDisp)          (22.6e-2,0,5.3e-2)          (22.6e-
2,1.8e-2,5.3e-2)          (22.6e-2,1.8e-2,FooDisp)
;wall id 15  face (17e-2,0,0.5e-2) (17e-2,1.8e-2,0.5e-2) (23e-2,1.8e-2,0.5e-2) (23e-
2,0,0.5e-2)

wall Id=7 WallProps2
wall Id=8 WallProps2
wall Id=9 WallProps2
wall Id=12 WallProps2
wall Id=7 MoveFooting2
wall Id=8 MoveFooting2
wall Id=9 MoveFooting2
wall Id=12 MoveFooting2

hist wall zforce id 7

```

```
set display his 2 ; add hist-3 to the status report while cycling
```

```
prop xdisp=0.0 ydisp=0.0 zdisp=0.0
plot create Displacement
plot add wall white
plot add disp black
plot show
```

```
group Layer_1 range x=0,0.4 z=-0.02,0.5
group Layer_2 range x=0,0.4 z=-0.04,-0.02
group Layer_3 range x=0,0.4 z=-0.06,-0.04
group Layer_4 range x=0,0.4 z=-0.08,-0.06
group Layer_5 range x=0,0.4 z=-0.10,-0.08
group Layer_6 range x=0,0.4 z=-0.12,-0.10
group Layer_7 range x=0,0.4 z=-0.14,-0.12
group Layer_8 range x=0,0.4 z=-0.16,-0.14
group Layer_9 range x=0,0.4 z=-0.18,-0.16
group Layer_10 range x=0,0.4 z=-0.20,-0.18
```

```
plot create Contact_Forces
plot add wall white
plot add ball range x=0.1,0.3 z=-0.02, 0.50 yellow
plot add ball range x=0.1,0.3 z=-0.04,-0.02 red
plot add ball range x=0.1,0.3 z=-0.06,-0.04 yellow
plot add ball range x=0.1,0.3 z=-0.08,-0.06 red
plot add ball range x=0.1,0.3 z=-0.10,-0.08 yellow
plot add cf
```

```
save fu_t0_v2.sav
```

```
def ClearLostBalls
    fnd = find_wall(7)
    found_bottom = w_z(fnd)
    command
        delete ball range x=17.2e-2,22.8e-2 z=found_bottom,25e-2
    endcommand
end
```

```
found_bottom = 1
set fishcall 12 ClearLostBalls
cycle 10000
his write 2 file FootingForce.his
```

```
plot copy Contact_Force Foot_Load both
plot set title text 'Loaded footing'
plot current Foot_Load
plot add group red lgreen black lmagenta lgreen red yellow green yellow lmagenta
plot show
save fu_tf.sav
```

## *ANEXA 2. FIȘIERUL DE PRELUCRARE A REZULTATELOR FUNDAȚIEI DIRECTE - SCRIS ÎN WOLFRAM MATHEMATICA*

```

In[211]= DataCsv =
      Import["C:\\DEM\\2014.12.11\\Direct3d9MFC\\Results\\Test 23\\Positions file
      23 - 18060 particles.csv"];

In[212]= (* Let's find out the number of particles - jumatate din nr de coloane *)
      nTotalParticles = Dimensions[DataCsv][[2]] / 2;
      (* Let's find the number of computation steps - numarul de randuri *)
      nTotalSteps = Dimensions[DataCsv][[1]];
      nSteps = nTotalSteps;
      nParticles = nTotalParticles;

In[216]= ExtremePositions = Table[
      DataCsv[{{1, nSteps}, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}}, {x, 1, nTotalParticles, 1}];

In[217]= Distances = Table[
      Sqrt[(Part[Part[ExtremePositions, x, 2], 1] - Part[Part[ExtremePositions, x, 1],
      1])^2 + (Part[Part[ExtremePositions, x, 2], 2] -
      Part[Part[ExtremePositions, x, 1], 2])^2], {x, 1, nTotalParticles}];
      Dimensions[Distances][[1]];
      maxDistance = Max[Distances];

In[220]= fncNormalizeDistances[distances_, distThreshold_] := distances / distThreshold;

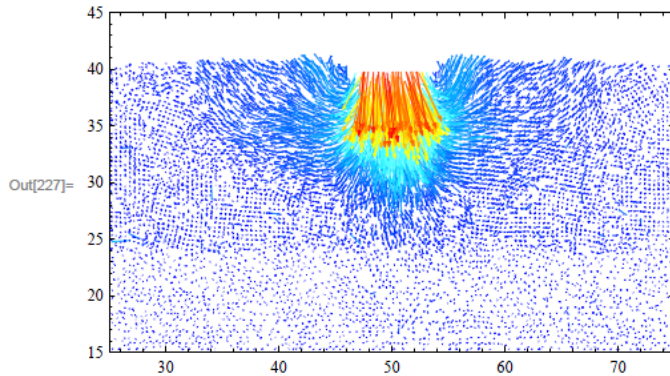
In[221]= NormalizedDistances = fncNormalizeDistances[Distances, maxDistance];
      Max[NormalizedDistances];

In[223]= ColorRED = Table[
      If[Part[NormalizedDistances, x] < 0.25, 0, If[Part[NormalizedDistances, x] < 0.5,
      (Part[NormalizedDistances, x] - 0.25) / 0.5, 1]], {x, 1, nTotalParticles}];
      ColorGREEN = Table[If[Part[NormalizedDistances, x] < 0.35,
      Part[NormalizedDistances, x] / 0.35, If[Part[NormalizedDistances, x] < 0.65, 1,
      1 - (Part[NormalizedDistances, x] - 0.65) / 0.25]], {x, 1, nTotalParticles}];
      ColorBLUE = Table[If[Part[NormalizedDistances, x] < 0.25,
      1, If[Part[NormalizedDistances, x] < 0.5,
      1 - (Part[NormalizedDistances, x] - 0.5) / 0.25, 0]], {x, 1, nTotalParticles}];

```

In[226]:=

```
(* Let's create a list of arrows, one for each particle *)
myArrows :=
Table[{Thickness[0.00005], RGBColor[Part[ColorRED, x], Part[ColorGREEN, x],
Part[ColorBLUE, x]], Arrowheads[1.2 * Part[NormalizedDistances, x] / 100],
Arrow[BSplineCurve[DataCsv[{{1, nTotalSteps}, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]},
{x, 1, nTotalParticles, 2}]
(* Let's display the plot *)
Graphics[myArrows, ImageSize → Scaled[0.5], Frame → True,
PlotRange → {{25, 75}, {15, 45}}, PlotRangeClipping → True]
```



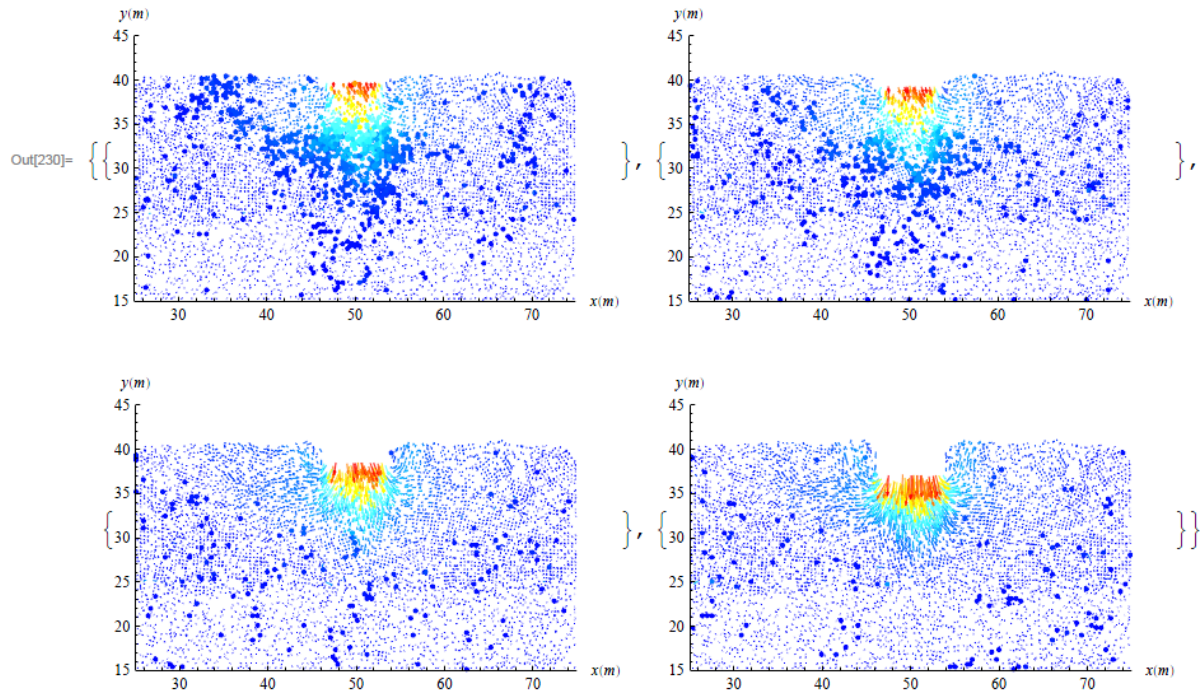
```
In[228]:= Export["deplasari 1.png", Graphics[myArrows, ImageSize → Scaled[0.5],
Frame → True, PlotRange → {{25, 75}, {15, 45}}, PlotRangeClipping → True],
"AllowRasterization" → True, ImageSize → 700, ImageResolution → 300];
```

```
In[229]:= Export["deplasari 2.png",
Table[{Graphics[Table[{Thickness[0.0001], RGBColor[Part[ColorRED, x],
Part[ColorGREEN, x], Part[ColorBLUE, x]],
Arrowheads[Part[NormalizedDistances, x] / 100], Arrow[BSplineCurve[
DataCsv[{{i, i + Floor[nTotalSteps / 4]}, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]},
{x, 1, nTotalParticles, 3}], ImageSize → Scaled[0.45],
Axes → True, AxesOrigin → {25, 15}, AxesLabel → {x[m], y[m]},
PlotRange → {{25, 75}, {15, 45}}, PlotRangeClipping → True}],
{i, {1, Floor[nTotalSteps / 4], Floor[2 * nTotalSteps / 4],
Floor[3 * nTotalSteps / 4]}}],
"AllowRasterization" → True, ImageSize → 1000,
ImageResolution → 600];
```

```

In[230]= Table[{Graphics[Table[{Thickness[0.0001],
  RGBColor[Part[ColorRED, x], Part[ColorGREEN, x], Part[ColorBLUE, x]],
  Arrowheads[Part[NormalizedDistances, x] / 100], Arrow[BSplineCurve[
    DataCsv[{{i, i + Floor[nTotalSteps / 4]}, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]],
  {x, 1, nTotalParticles, 3}], ImageSize -> Scaled[0.45], Axes -> True,
  AxesOrigin -> {25, 15}, AxesLabel -> {x[m], y[m]},
  PlotRange -> {{25, 75}, {15, 45}}, PlotRangeClipping -> True]],
  {i, {1, Floor[nTotalSteps / 4], Floor[2 * nTotalSteps / 4], Floor[3 * nTotalSteps / 4]}}]

```



```

In[231]= getExtremePositions[stepI_, stepF_] := Table[
  DataCsv[{{stepI, stepF}, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}}, {x, 1, nTotalParticles, 1}];
In[232]= getDistances[varPositions_] :=
  Table[ $\sqrt{((Part[Part[varPositions, x, 2], 1] - Part[Part[varPositions, x, 1], 1])^2 +
    (Part[Part[varPositions, x, 2], 2] - Part[Part[varPositions, x, 1], 2])^2)}$ , {x, 1, nTotalParticles}];

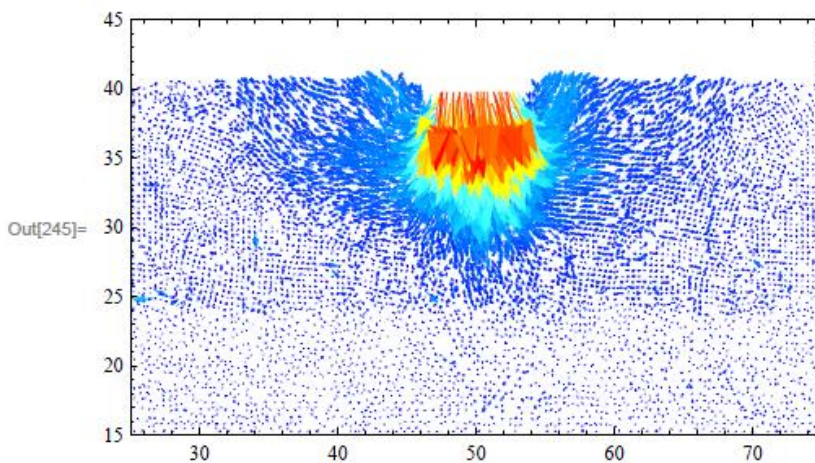
```

```

In[233]:= customNormalizedDistances[varDistances_] :=
  fncNormalizeDistances[varDistances, Max[varDistances]];
customColorRED[varNormDist_] :=
  Table[If[Part[varNormDist, x] < 0.25, 0, If[Part[varNormDist, x] < 0.5,
    (Part[varNormDist, x] - 0.25) / 0.5, 1]], {x, 1, nTotalParticles}];
customColorGREEN[varNormDist_] := Table[If[Part[varNormDist, x] < 0.35,
  Part[varNormDist, x] / 0.35, If[Part[varNormDist, x] < 0.65, 1,
    1 - (Part[varNormDist, x] - 0.65) / 0.25]], {x, 1, nTotalParticles}];
customColorBLUE[varNormDist_] := Table[If[Part[varNormDist, x] < 0.25, 1,
  If[Part[varNormDist, x] < 0.5, 1 - (Part[varNormDist, x] - 0.5) / 0.25, 0]],
  {x, 1, nTotalParticles}];

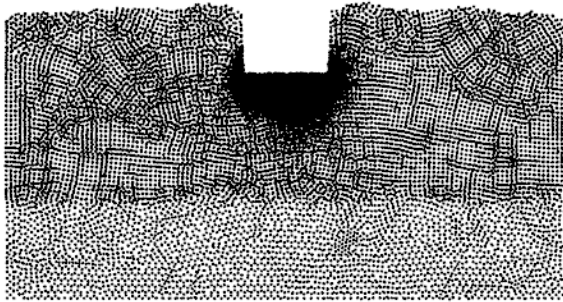
In[237]:= (* Choose initial and final step *)
step1 = 1;
step2 = nTotalSteps;
(* *** *** *** *)
customPos = getExtremePositions[step1, step2];
cDist = getDistances[customPos];
cNormDist = customNormalizedDistances[cDist];
cRed = customColorRED[cNormDist];
cGreen = customColorGREEN[cNormDist];
cBlue = customColorBLUE[cNormDist];
(* Draw the graph *)
Graphics[Table[{Thickness[0.00005], RGBColor[Part[cRed, x],
  Part[cGreen, x], Part[cBlue, x]], Arrowheads[Part[cDist, x] / 100],
  Arrow[BSplineCurve[DataCsv[{{step1, step2}, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]}],
  {x, 1, nTotalParticles, 2}], ImageSize -> Scaled[0.5], Frame -> True,
  PlotRange -> {{25, 75}, {15, 45}}, PlotRangeClipping -> True]

```



```
In[246]= Graphics[Table[{Color → Black, PointSize[1 * Part[cDist, x] / 300],
  Point[DataCsv[[step2, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]}, {x, 1, nTotalParticles, 1}],
  ImageSize → Scaled[0.5], PlotRange → {{25, 75}, {15, 45}}, PlotRangeClipping → True]
```

Out[246]=



In[247]=

```
Export["deplasari 3.png",
  Graphics[Table[{Thickness[0.00005], RGBColor[Part[cRed, x],
  Part[cGreen, x], Part[cBlue, x]], Arrowheads[Part[cDist, x] / 100],
  Arrow[BSplineCurve[DataCsv[[{step1, step2}, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]},
  {x, 1, nTotalParticles, 2}], ImageSize → Scaled[0.5], Frame → True,
  PlotRange → {{25, 75}, {15, 45}}, PlotRangeClipping → True],
  "AllowRasterization" → True, ImageSize → 700, ImageResolution → 400];
Export["deplasari 4.png", Graphics[
  Table[{Color → Black, PointSize[2 * Part[cDist, x] / 300],
  Point[DataCsv[[step2, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]},
  {x, 1, nTotalParticles, 1}], ImageSize → Scaled[0.5],
  PlotRange → {{25, 75}, {15, 45}}, PlotRangeClipping → True],
  "AllowRasterization" → True, ImageSize → 700, ImageResolution → 400];
```

```
In[249]= Graphics[Table[{Color → Black, PointSize[1 / 200],
  Point[DataCsv[[step2, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]}, {x, 1, nTotalParticles, 3}],
  ImageSize → Scaled[0.5], PlotRange → {{25, 75}, {15, 45}},
  PlotRangeClipping → True];
```

In[250]=

```
Export["deplasari 3.png",
  Graphics[Table[{Thickness[0.00005], RGBColor[Part[cRed, x],
  Part[cGreen, x], Part[cBlue, x]], Arrowheads[Part[cDist, x] / 100],
  Arrow[BSplineCurve[DataCsv[[{step1, step2}, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]},
  {x, 1, nTotalParticles, 2}], ImageSize → Scaled[0.5], Frame → True,
  PlotRange → {{25, 75}, {15, 45}}, PlotRangeClipping → True],
  "AllowRasterization" → True, ImageSize → 700, ImageResolution → 400];
Export["deplasari 4.png", Graphics[
  Table[{Color → Black, PointSize[2 * Part[cDist, x] / 300],
  Point[DataCsv[[step2, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]},
  {x, 1, nTotalParticles, 1}], ImageSize → Scaled[0.5],
  PlotRange → {{25, 75}, {15, 45}}, PlotRangeClipping → True],
  "AllowRasterization" → True, ImageSize → 700, ImageResolution → 400];
```

```
In[252]= Graphics[Table[{Color → Black, PointSize[1 / 200],
  Point[DataCsv[[step2, {2 (x - 1) + 1, 2 (x - 1) + 2}]]]}, {x, 1, nTotalParticles, 3}],
  ImageSize → Scaled[0.5], PlotRange → {{25, 75}, {15, 45}},
  PlotRangeClipping → True];
```





## ***ANEXA 3. FUNCȚIILE PENTRU ALGORITMUL DE ÎNCĂRCARE A GEOMETRIILOR COMPLEXE***

### **Clasa utilizată pentru încărcarea modelelor geometrice**

```

class CImportedMesh
{
// functii
public:
    CImportedMesh(void);
    ~CImportedMesh(void);

    // properly construct
    void LoadXFile(LPCWSTR Xfile, LPDIRECT3DDEVICE9 m_pd3dDevice);
    void AssignTriangleMesh(LPD3DXMESH pTriangleMeshToCopy, float
fScale);

    // set
    void SetScale(float fScale); // this will scale the mesh and
translate it to the center of the coordinates system

    // get
    LPD3DXMESH GetTriangleMesh();
    float GetScaleFactor();
    vector<float> GetVertices();
    vector<short> GetIndices();

private:
    HRESULT ComputeBounds(D3DXVECTOR3 *vCenter, float *radius);
    HRESULT ScaleMesh(float scale, D3DXVECTOR3 *offset=NULL);
    HRESULT NormalizeMesh(float scaleTo=1.0f, BOOL bCenter=TRUE);
    void ComputeVertices();
    void ComputeIndices();

// attribute
private:
    LPD3DXMESH pImportedTriangleMesh;
    float Scale;
    vector<float> Vertices;
    vector<short> Indices;
};

```

### **Funcția de calcul a limitelor modelului**

```

HRESULT CImportedMesh::ComputeBounds(D3DXVECTOR3 *vCenter, float *radius)
{
    BYTE *ptr=NULL;
    HRESULT hr;

    // return failure if no mesh pointer provided
    if (!pImportedTriangleMesh)
        return D3DERR_INVALIDCALL;

    // get the face count
    DWORD numVerts=pImportedTriangleMesh->GetNumVertices();

    // get the FVF flags
    DWORD fvfSize=D3DXGetFVFVertexSize(pImportedTriangleMesh->GetFVF());

```

```

    // lock the vertex buffer
    if (FAILED(hr=pImportedTriangleMesh-
>LockVertexBuffer(0, (LPVOID*)&ptr)))

        // return on failure
        return hr;

    // compute bounding sphere
    if (FAILED(hr=D3DXComputeBoundingSphere((D3DXVECTOR3 *) ptr,
numVerts,
fvfSize,
vCenter, radius )))

        // return on failure
        return hr;

    // unlock the vertex buffer
    if (FAILED(hr=pImportedTriangleMesh->UnlockVertexBuffer()))

        // return on failure
        return hr;

    // return success to caller
    return S_OK;
}

```

### Funcția de schimbare a dimensiunilor modelului

```

HRESULT CImportedMesh::ScaleMesh(float scale, D3DXVECTOR3 *offset)
{
    BYTE *ptr=NULL;
    HRESULT hr;
    D3DXVECTOR3 vOff;

    // return failure if no mesh pointer set
    if (!pImportedTriangleMesh)
        return D3DERR_INVALIDCALL;

    // select default or specified offset vector
    if (offset)
        vOff=*offset;
    else
        vOff=D3DXVECTOR3(0.0f,0.0f,0.0f);

    // get the face count
    DWORD numVerts=pImportedTriangleMesh->GetNumVertices();

    // get the FVF flags
    DWORD fvf=pImportedTriangleMesh->GetFVF();

    // calculate vertex size
    DWORD vertSize=D3DXGetFVFVertexSize(fvf);

    // lock the vertex buffer
    if (FAILED(hr=pImportedTriangleMesh-
>LockVertexBuffer(0, (LPVOID*)&ptr)))

        // return on failure
        return hr;

    // loop through the vertices

```

```

for (DWORD i=0;i<numVerts;i++) {

    // get pointer to location
    D3DXVECTOR3 *vPtr=(D3DXVECTOR3 *) ptr;

    // scale the vertex
    *vPtr+=vOff;
    vPtr->x*=scale;
    vPtr->y*=scale;
    vPtr->z*=scale;

    // increment pointer to next vertex
    ptr+=vertSize;
}

// unlock the vertex buffer
if (FAILED(hr=pImportedTriangleMesh->UnlockVertexBuffer()))

    // return on failure
    return hr;

// return success to caller
return S_OK;
}

```

### Funcția de scalare a modelului

```

HRESULT CImportedMesh::NormalizeMesh(float scaleTo, BOOL bCenter)
{
    D3DXVECTOR3 vCenter;
    float radius;
    HRESULT hr;

    // calculate bounds of mesh
    if (FAILED(hr=ComputeBounds(&vCenter,&radius)))
        return hr;

    // calculate scaling factor
    float scale=scaleTo/radius;

    // calculate offset if centering requested
    D3DXVECTOR3 vOff;
    if (bCenter)
        vOff=-vCenter;
    else
        vOff=D3DXVECTOR3(0.0f,0.0f,0.0f);

    // scale and offset mesh
    return ScaleMesh(scale,&vOff);
}

```

### Funcții complementare utilizate

```

void CImportedMesh::ComputeVertices()
{
    if (!pImportedTriangleMesh)
        return;

    Vertices.clear();
}

```

```

DWORD stride = D3DXGetFVFVertexSize(pImportedTriangleMesh->GetFVF());
BYTE* vbptr = NULL;
pImportedTriangleMesh->LockVertexBuffer(0, (LPVOID*)&vbptr);

int ii = -1;
for(DWORD i = 0; i < pImportedTriangleMesh->GetNumVertices(); i++)
{
    ii++;
    D3DXVECTOR3* pos = (D3DXVECTOR3*)vbptr;
    Vertices.push_back(pos->x);
    Vertices.push_back(pos->y);
    Vertices.push_back(pos->z);

    vbptr += stride;
}
pImportedTriangleMesh->UnlockVertexBuffer();
}

void CImportedMesh::ComputeIndices()
{
    if (!pImportedTriangleMesh)
        return;

    Indices.clear();

    LPVOID * ppData;
    DWORD stride = sizeof(short);
    BYTE* ibptr = NULL;
    short* indices = new short[pImportedTriangleMesh->GetNumFaces() * 3];
    pImportedTriangleMesh->LockIndexBuffer(0, (LPVOID*)&indices);
    for(int i = 0; i < pImportedTriangleMesh->GetNumFaces() * 3; i++)
    {
        Indices.push_back(indices[i]);
    }
    pImportedTriangleMesh->UnlockIndexBuffer();
}

```

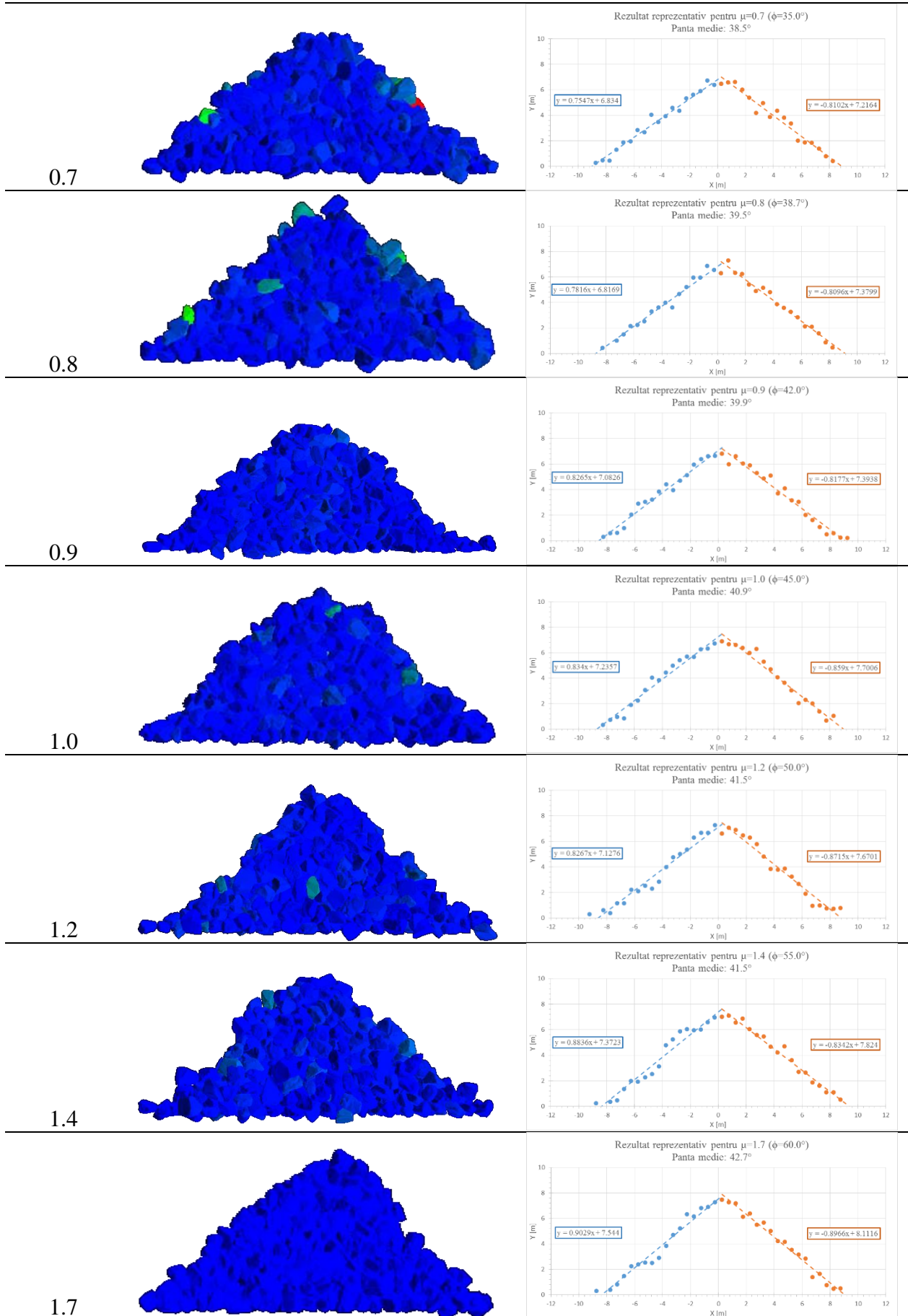
## ANEXA 4. REZULTATE REPREZENTATIVE ALE ANALIZEI UNGHIIULUI DE TALUZ STABIL DIN ANROCAMENTE

Coeficient de frecare	Rezultat reprezentativ	Prelucrarea rezultatului
0.1		<p>Rezultat reprezentativ pentru <math>\mu=0.1</math> (<math>\phi=5.7^\circ</math>) Panta medie: <math>20.4^\circ</math></p>
0.2		<p>Rezultat reprezentativ pentru <math>\mu=0.2</math> (<math>\phi=11.3^\circ</math>) Panta medie: <math>27.9^\circ</math></p>
0.3		<p>Rezultat reprezentativ pentru <math>\mu=0.3</math> (<math>\phi=16.7^\circ</math>) Panta medie: <math>31.8^\circ</math></p>
0.4		<p>Rezultat reprezentativ pentru <math>\mu=0.4</math> (<math>\phi=21.8^\circ</math>) Panta medie: <math>33.9^\circ</math></p>
0.5		<p>Rezultat reprezentativ pentru <math>\mu=0.5</math> (<math>\phi=26.6^\circ</math>) Panta medie: <math>36.4^\circ</math></p>
0.6		<p>Rezultat reprezentativ pentru <math>\mu=0.6</math> (<math>\phi=31.0^\circ</math>) Panta medie: <math>37.8^\circ</math></p>

Coeficient  
de frecare

Rezultat reprezentativ

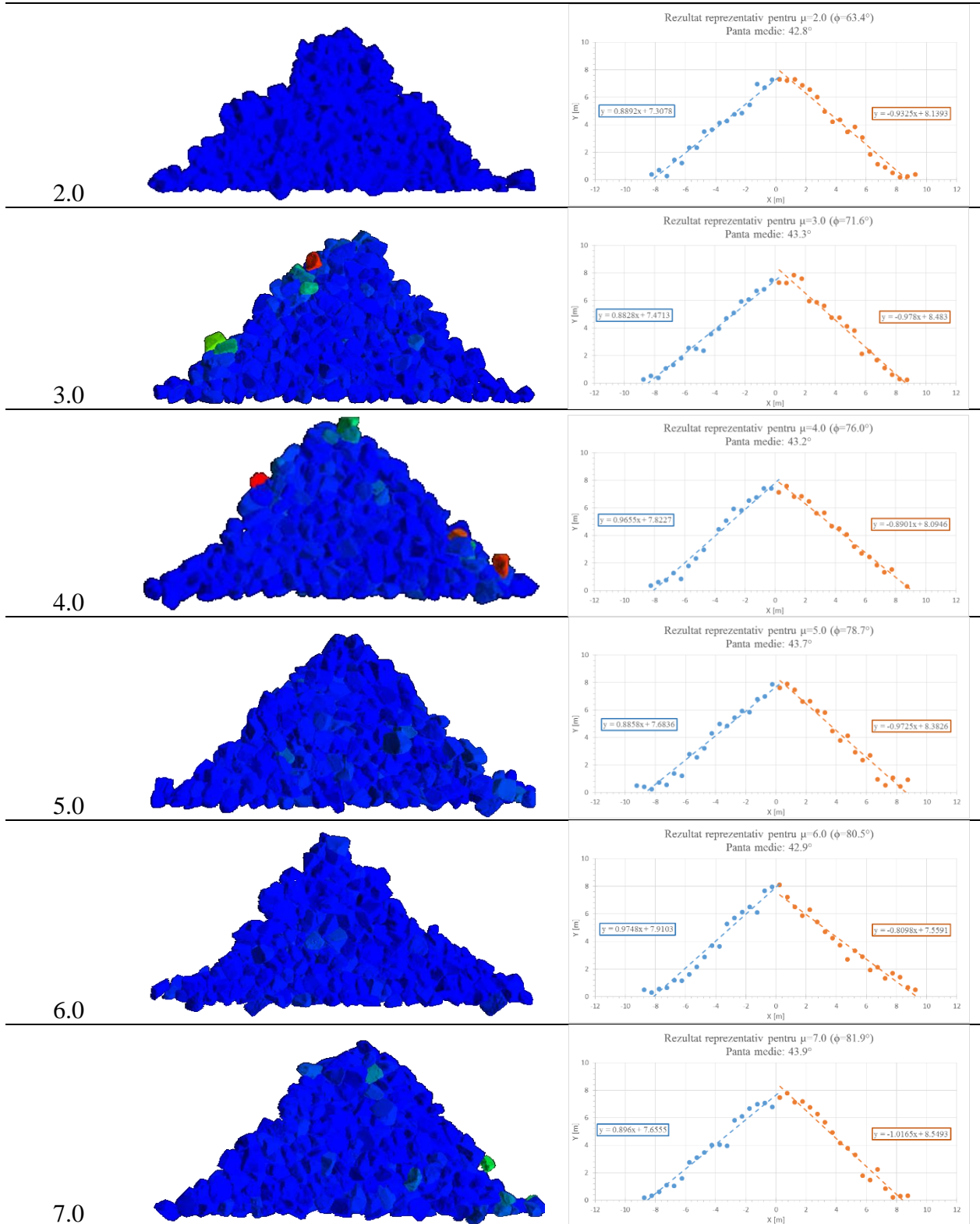
Prelucrarea rezultatului



Coeficient  
de frecare

Rezultat reprezentativ

Prelucrarea rezultatului



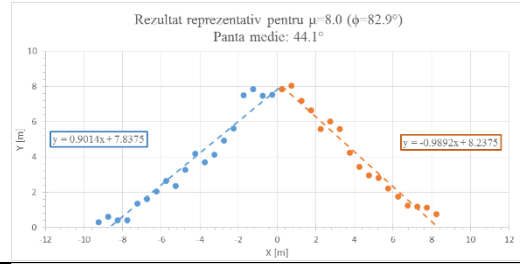
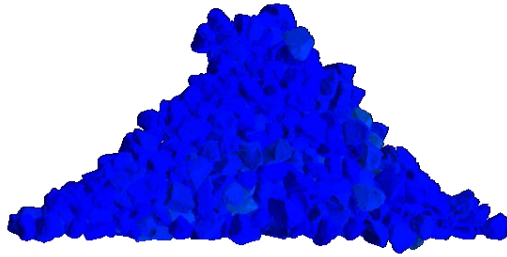


Coeficient  
de frecare

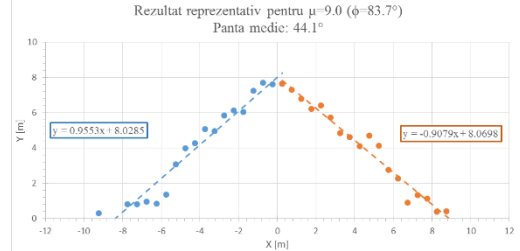
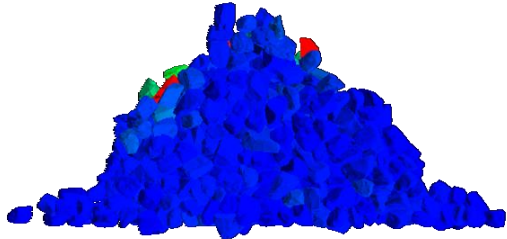
Rezultat reprezentativ

Prelucrarea rezultatului

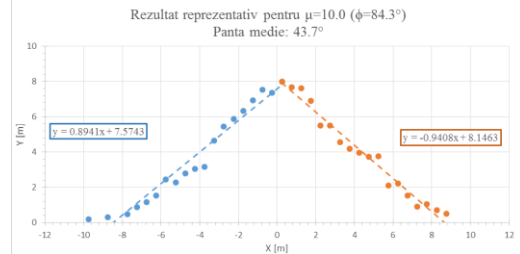
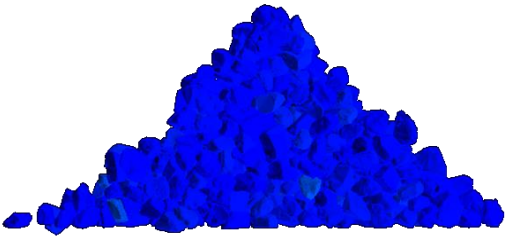
8.0



9.0



10.0



11.0

